Logo, company name

Description automatically generated

ÉCOLE CENTRALE CASABLANCA

# 

# Recherche Opérationnelle

# TSP – Traveling Salesman Problem

Membres d’équipe :

Youssef KAANANE

**Table des matières**

I Introduction : . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .2

II Méthode Constructive : . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .2

1. Modélisation pour les métaheuristiques : . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .4
   1. Méthode de recherche locale (descente) . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 6

I**.Introduction :**

Le défi du voyageur de commerce est un défi d'optimisation. Il doit se rendre dans un certain nombre de villes tout en respectant certaines contraintes :

\* Passage une seule fois par la même ville.

\* Quitter une seule fois la même ville.

\* Revenir dans la ville depuis laquelle il a débuté son voyage.

\* Réaliser le trajet avec la plus courte distance possible.

Comme expliqué précédemment, il s’agit d’un problème pour lequel on nous ne connaissons pas d’algorithme permettant de trouver une solution exacte rapidement et dans tous les cas.

Le but de ce TP est de créer et mettre en œuvre des techniques d'optimisation approximatives pour résoudre le problème du voyageur de commerce (TSP), nous allons évaluer les performances des méthodes proposées à l'aide des deux benchmarks suivants :

\* **berlin52** : 52 villes, tour optimal=7542

\* **eil101** : 101 villes, tour optimal=629

II**. Méthode Constructive :**

**Question 1 :** Le processus consiste à sélectionner une ville de manière aléatoire, puis à ajouter à chaque étape la ville la plus proche non visitée. Cette procédure est répétée jusqu'à ce que toutes les villes soient visitées, et enfin la dernière ville est reliée à la première pour former un tour complet.

**Question 2 :** Le niveau de qualité du tour est déterminé par sa longueur totale et son écart par rapport à la distance optimale indiquée dans l'énoncé.

**Question 3 :** Le choix de la ville de départ est crucial pour les méthodes constructives, car il peut avoir un effet sur la qualité du circuit.

La distance totale parcourue dans le premier graphique est distincte de celle du deuxième, ce qui montre l'importance du choix de la ville de départ.

**Question 4 :** \* Avantages : Performante, Instantanée et Rapide.

\* Inconvénients : Non possibilité de réaliser un retour en arrière (elle n’est pas optimale).

**Question 5 :** \*Notre algorithme calcule la qualité de tournée pour chaque ville de départ, ce qui nous permet de déterminer la ville de départ optimale et la qualité de la tournée correspondante.

\*Le tour Optimal de berlin52 est le suivant :

[39, 37, 36, 38, 35, 34, 33, 43, 45, 47, 23, 4, 14, 5, 3, 24, 11, 27, 26, 25, 46, 12, 13, 51, 10, 50, 32,42, 9, 8, 7, 40, 18, 44, 31, 48, 0, 21, 30, 17, 2, 16, 20, 22, 19, 49, 15, 28, 29, 41, 6, 1, 39]

\*La qualité de ce tour est : 8182.19, ville de départ : 39

Chart, line chart

Description automatically generatedLe tour Optimal de eil101 est le suivant :

Figure 1: Chemin parcouru par la méthode constructive à partir de la ville 39

[77,33,80,32,78,2,76,75,49,0,68,26,100,52,57,39,20,72,71,73,21,74,55,38,22,66,24,54,53,79,67,11,25,27,88,5,93,94,96,91,58,98,95,92,84,90,99,36,97,60,15,43,13,41,86,1,56,14,42,37,85,16,83,4,59,82,17,51,87,30,69,29,19,50,8,70,34,64,65,31,89,62,10,18,46,47,81,6,61,9,63,48,35,45,7,44,12,40,3,23,28,77]

Chart

Description automatically generatedLa qualité de ce tour est : 736.36, ville de départ : 77

Figure 2: Chemin parcouru par la méthode constructive à partir de la ville 77

III**. Modélisation pour les métaheuristiques:**

**Question 6 :** L’espace des solutions recherchés est l’espace qui contient tous les chemins qui permets de lier entre toutes les villes en partant d’une ville de départ et en retournant à la fin du cycle à la même ville du départ.

La taille de cet espace est : (𝑛−1)!/2

**Question 7 :** Le TSP peut être modélisé par un graphe composé de nœuds et d'arcs. Chaque nœud représente une ville, un arc symbolise le trajet entre deux villes, et il est associé à un poids qui peut représenter une distance.

La solution du TSP consiste à trouver un cycle hamiltonien dans le graphe qui passe par tous les nœuds une seule fois et qui a la longueur minimale.

**Question 8 :** Le choix de la ville de départ n'a pas d'incidence sur la solution optimale car les algorithmes métaheuristiques cherchent toujours la solution optimale globale à chaque itération.

**Question 9 :** Le circuit optimal peut être représenté par un vecteur d'indices v de taille n qui représente directement l'itinéraire à suivre, par exemple la solution [4, 3, 1, 2] représente le circuit 4-3-1-2-4. La fonction objective du TSP est donc :

Avec :est la distance entre la ville i et la ville i+1 du tour v.

Sous contrainte

III**.1. Méthode de recherche locale (descente):**

**Question 10 :** La taille du voisinage, pour un échantillon de n villes, induit par le city-swap est : n\*(n-1)/2.

**Question 11 :**

\*Première approche : ou bien « First improvement », choisir le premier choix qui va permettre d’améliorer cette solution.

\*Deuxième approche : pour cette approche on balaie l’ensemble du voisinage pour trouver le choix idéal.

**Question 12 :**

La génération de voisins se produit en permutant un élément i dans la liste avec les éléments suivants. Cette opération est répétée pour tous les éléments i de la solution.

Text

Description automatically generated

**Question 13 :**

Soit X notre premiere solution, nous interchangeons deux villes de solution courantes.

[ X1,X2,. . .....X(j-1),Xj.......,X(j+r), X(j+r+1),. . ...Xn]

Nous échangeons, par l’opérateur swap, Xj avec X(j+r)

La liste devient : [X1,X2,. . .....X(j-1),X(j+r).......,Xj, X(j+r+1),. . ...Xn]

On refait le calcul pour la sous liste suivante : L = [X(j-1),X(j+r).......,Xj, X(j+r+1)]

En effet, on a le même ordre pour les éléments [ X1,X2,. . .....X(j-1)] et [X(j+r+1),. . ...Xn] d’où

la même qualité qu’on va rajouter à celle calculé après calcul de la qualité de la sous-liste L.

**Question 14 :**

Une solution pour générer la solution initiale est d’utiliser les méthodes de recherche locale constructif comme la méthode gloutonne qui permettre de construire itérativement une solution.

**Question 15 :**

**Benchmark1 : berlin52**

[29, 22, 19, 49, 15, 43, 33, 34, 35, 38, 39, 36, 37, 47, 23, 4, 14, 5, 3, 24, 45, 48, 31, 0, 21, 30, 17, 2,44, 18,40,7,8,9,42,32,50,11,27,26,25,46,12,13,51,10,28,20,16,41,6,1,29]

**Benchmark2 : eil101**

[10, 18, 46, 47, 81, 6, 87, 30, 69, 29, 19, 50, 8, 80, 32, 78, 2, 76, 75, 49, 0, 68, 26, 100, 52, 57, 39,

72, 71, 73, 21, 40, 74, 55, 22, 66, 38, 24, 54, 53, 79, 67, 11, 25, 27, 88, 5, 93, 94, 96, 91, 58, 95, 98,92,84,90,99,36,97,60,15,43,13,41,86,1,56,14,42,37,85,16,83,4,59,82,17,51,61,9,31,89,62,63, 48, 35, 45, 7, 44, 12, 20, 3, 23, 28, 77, 33, 34, 70, 64, 65, 10]

→Voir le notebook

**Question 16 :**

La méthode 2-opt de génération des voisins ou l’échange de deux arrêts consécutifs d’un tour a une taille : n(n-1)/2 - n = n(n-3)/2

**Question 17 :**

Une manière de générer les voisins d'une solution consiste à échanger des segments de trajet et à enregistrer chaque itinéraire nouvellement créé dans une liste ou un tableau. Les itinéraires peuvent être représentés sous forme de liste de villes ou de tableau d'entiers indiquant l'ordre de visite et ces représentations peuvent être mises à jour au fur et à mesure de la génération de nouveaux itinéraires.

**Question 18 :**

Pour évaluer la qualité d'un voisin, nous pouvons utiliser la distance totale de l'itinéraire. Cela implique l'utilisation d'une formule mathématique qui se base sur la distance entre les villes consécutives dans l'itinéraire et qui permet de calculer la longueur totale de l'itinéraire sans parcourir tout l'itinéraire.

**Question 19 :**

**Benchmark1 : berlin52**

Le tour optimal entre les villes est le suivant :

[29, 22, 19, 49, 15, 43, 33, 34, 35, 38, 39, 37, 36, 47, 23, 4, 14, 5, 3, 24, 45, 48, 31, 0, 21, 30, 17, 2,18, 44, 40, 7, 9, 8, 42, 32, 50, 11, 27, 26, 25, 46, 12, 13, 51, 28, 20, 16, 41, 6, 1, 29]

Chart, line chart

Description automatically generated

**Benchmark2 : eil101**

Le tour optimal entre les villes est le suivant :

[10, 18, 46, 47, 81, 6, 87, 30, 69, 29, 19, 50, 8, 80, 32, 78, 2, 76, 75, 49, 0, 68, 26, 100, 52, 57, 39,

20, 72, 71, 73, 21, 74, 55, 38, 22, 66, 24, 54, 53, 79, 67, 11, 25, 27, 88, 5, 93, 94, 96, 91, 58, 98, 95, 92, 84,90, 99, 36, 97, 60, 15, 43, 13, 41, 86, 1, 56, 14, 42, 37, 85, 16, 83, 4, 59, 82, 17, 51, 61, 9, 89, 31, 62, 63, 48,35, 45, 7, 44, 40, 3, 23, 28, 77, 33, 34, 70, 65, 64, 10]

Diagram

Description automatically generated with low confidence

→Voir le notebook

On constate que la méthode de recherche locale avec l'échange des arrêts produit des résultats plus optimaux par rapport à la méthode constructive et même à la recherche locale avec l'exploration des voisinages.

**Question 20 :**

Le principal problème des méthodes de descente est qu'elles s'arrêtent à la première solution locale trouvée. Le choix de la valeur de N (nombre de voisins) peut avoir un fort impact sur l'efficacité de ces méthodes.