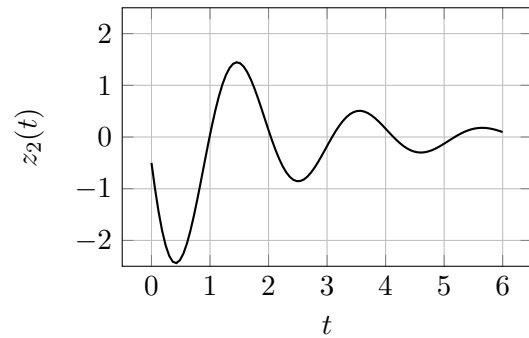
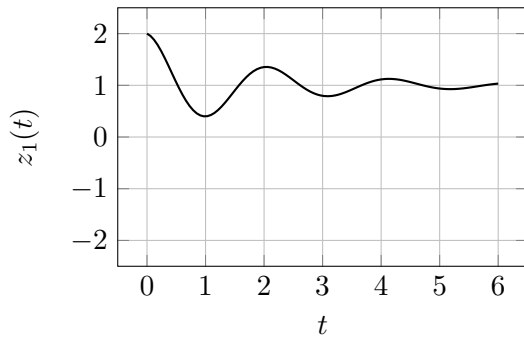


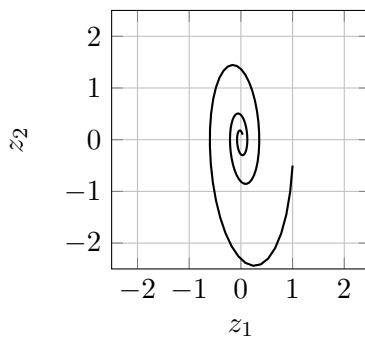
		
Name, Vorname	Matrikelnummer	
Prüfungsfach: Mathematik 2		Sommersemester 24
Studiengang: WKB		Seite: 2 von 14

c) Die folgenden beiden Abbildungen zeigen den zeitlichen Verlauf der Zustände $z_1(t)$ und $z_2(t)$:

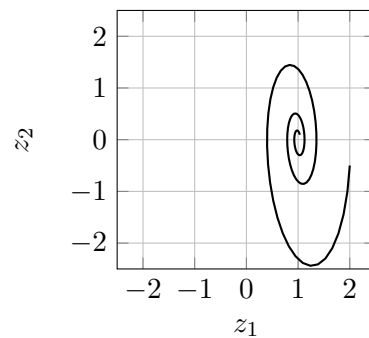


Welche der folgenden vier Abbildungen zeigt den richtigen Verlauf des Phasenporträts? Bitte begründen Sie Ihre Antwort!

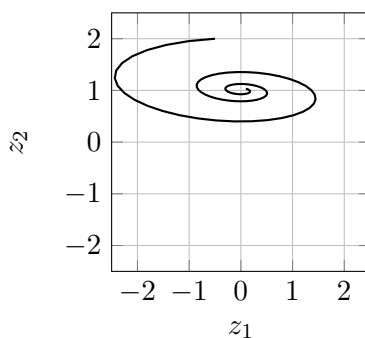
(A)



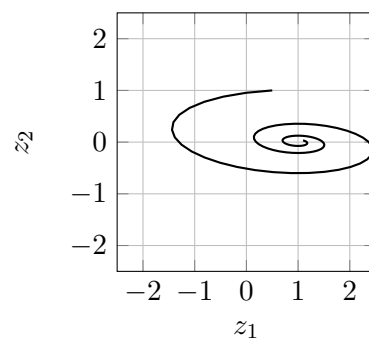
(B)



(C)



(D)



Name, Vorname	
Matrikelnummer	
Prüfungsfach: Mathematik 2	Sommersemester 24
Studiengang: WKB	Seite: 3 von 14

- d) Beurteilen Sie den folgenden Dialog mit ChatGPT 3.5. Sind die Berechnungen und die Behauptungen von ChatGPT korrekt? Es genügt den Fehler zu finden, die richtige Lösung muss nicht bestimmt werden!

You: Wie lautet die Lösung des Anfangswertproblems (AWP)

$$x' \cdot x = t, \quad x(0) = 1?$$

ChatGPT 3.5: Um das AWP zu lösen, können wir das Verfahren der Trennung der Variablen verwenden.

1. Trenne die Variablen:

$$\frac{dx}{x} = t dt$$

2. Integriere beide Seiten:

$$\int \frac{dx}{x} = \int t dt \iff \ln|x| = \frac{t^2}{2} + C$$

3. Löse nach x auf:

$$|x| = e^{\frac{t^2}{2} + C}$$

Da $x(0) = 1$, setzen wir $t = 0$ und lösen für C :

$$|1| = e^C \iff C = 0$$

4. Setze C ein und berücksichtige das Betragszeichen:

$$|x| = e^{\frac{t^2}{2}} \iff x = \pm e^{\frac{t^2}{2}}$$

Da $x(0) = 1$, wählen wir das positive Vorzeichen:

$$x(t) = e^{\frac{t^2}{2}}$$

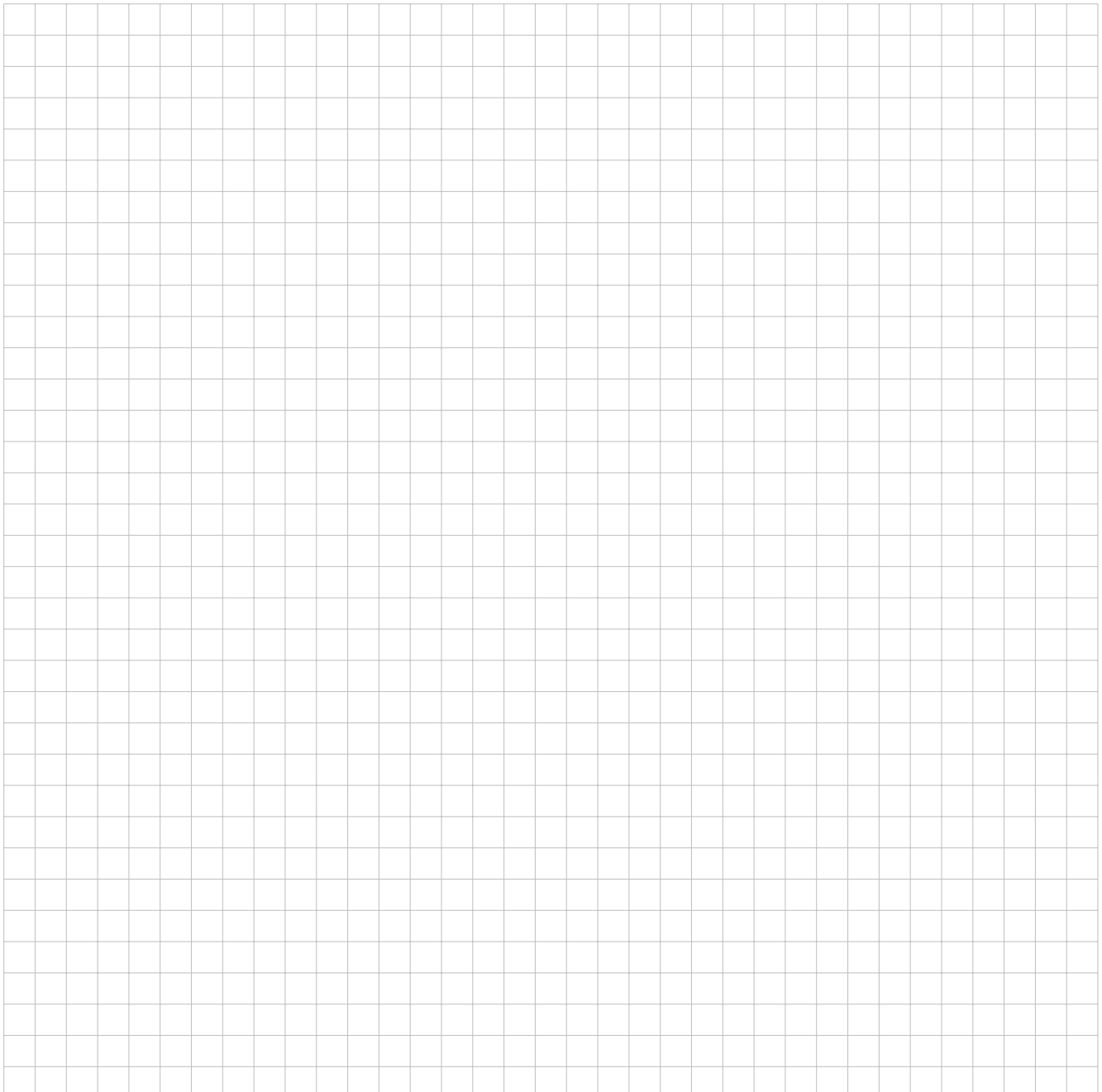


		
Name, Vorname	Matrikelnummer	
Prüfungsfach: Mathematik 2		Sommersemester 24
Studiengang: WKB		Seite: 4 von 14

Aufgabe 2 (10 Punkte) Wir betrachten das Anfangswertproblem

$$y'(x) \cdot y(x) = \sin(x), \quad y(0) = -1.$$

- Handelt es sich um eine lineare oder um eine nichtlineare Differenzialgleichung?
- Bestimmen Sie die exakte Lösung des Anfangswertproblems.
- Berechnen Sie einen Näherungswert für $y(1)$, indem Sie mit der Schrittweite $h = \frac{1}{2}$ zwei Schritte mit dem Polygonzugverfahren von Euler durchführen.
- Wie groß ist die Abweichung des in Aufgabenteil c) berechneten Näherungswerts von der exakten Lösung?



<div> <div>Name, Vorname</div> <div>Matrikelnummer</div> </div>		<div> <div>HOCHSCHULE</div> <div>ESSLINGEN</div> </div>
Prüfungsfach: Mathematik 2		Sommersemester 24
Studiengang: WKB		Seite: 6 von 14

Aufgabe 3 (9 Punkte) Ein Differenzialgleichungssystem ist gegeben durch

$\dot{x} = -2x + 3y$
 $\dot{y} = 10x - 3y$

- a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des Differenzialgleichungssystems.

b) Ist das System asymptotisch stabil?

Name, Vorname

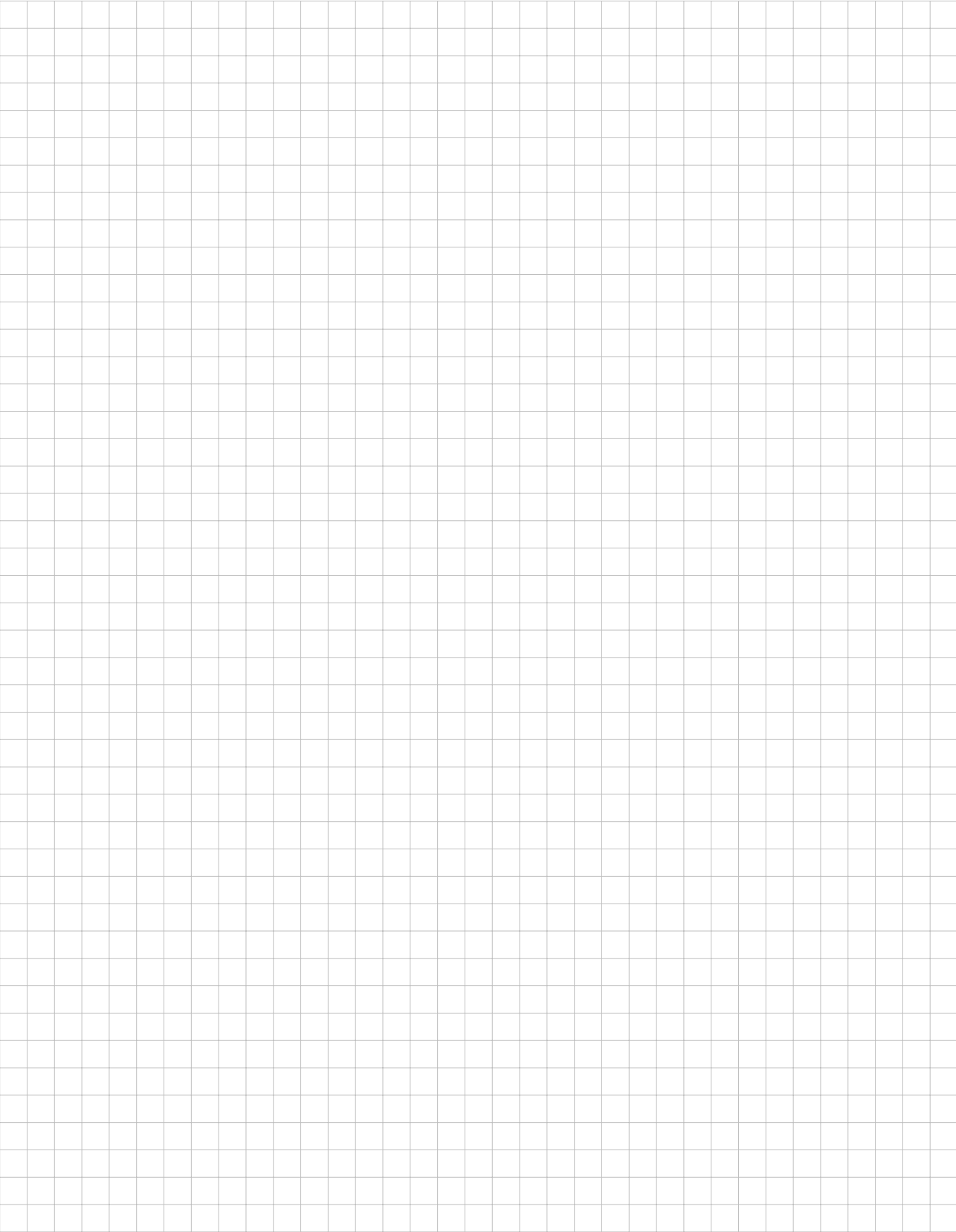
Matrikelnummer

Prüfungsfach: Mathematik 2

Sommersemester 24

Studiengang: WKB

Seite: 7 von 14

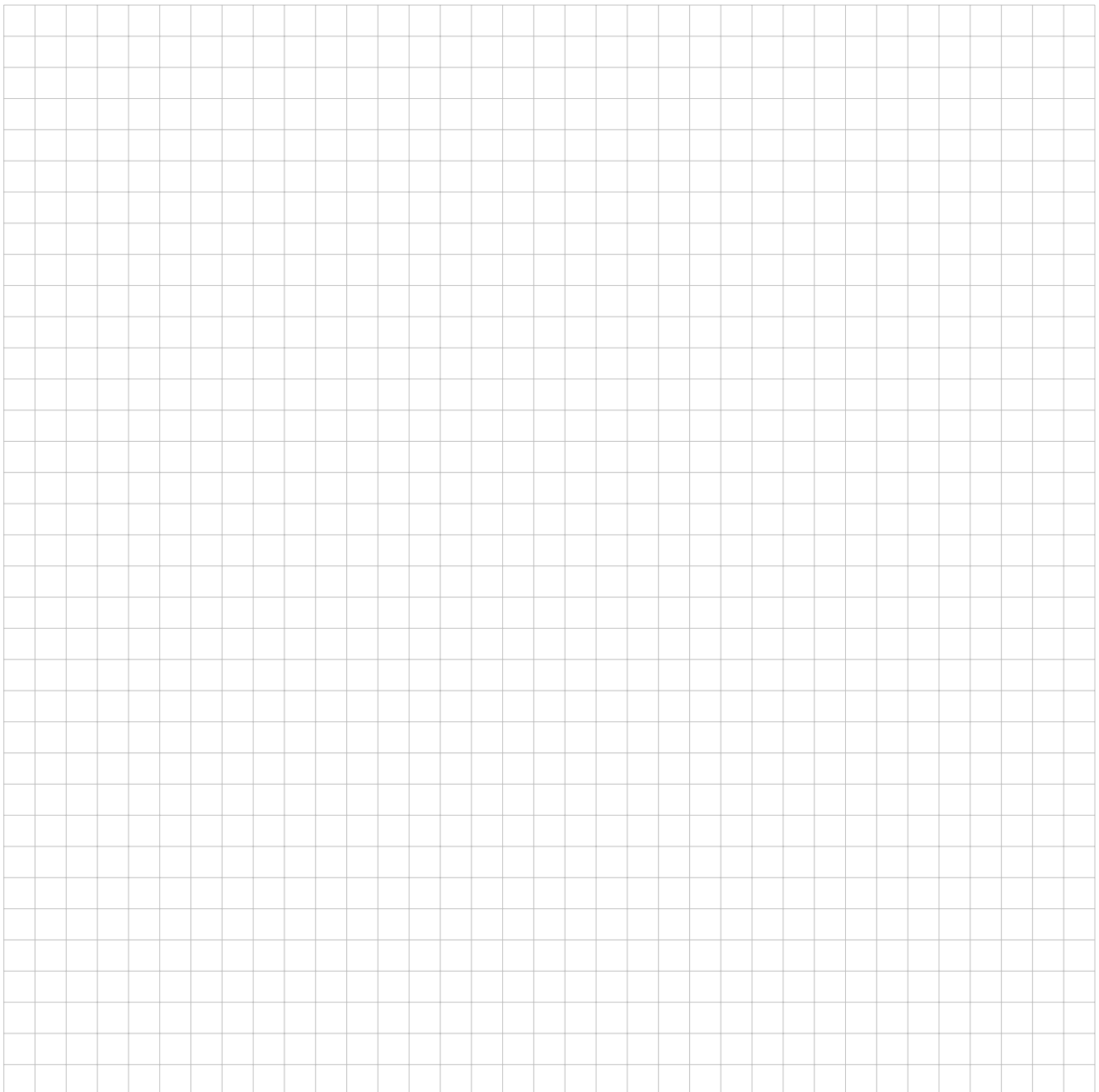


		
Name, Vorname	Matrikelnummer	
Prüfungsfach: Mathematik 2		Sommersemester 24
Studiengang: WKB		Seite: 8 von 14

Aufgabe 4 (10 Punkte) Eine Differenzengleichung erster Ordnung ist gegeben durch

$$20x_{k+1} - 21x_k = -200, \quad x_0 = 100, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

- Geben Sie die Zahlenwerte von x_1 und x_2 an.
- Bestimmen Sie die Lösung der Differenzengleichung.
- Interpretieren Sie die Zahlenfolge (x_k) als Kontostand nach k Jahren, eines Kontos mit festem Zinssatz von dem am Ende jeden Jahres der selbe Betrag abgehoben wird. Wie hoch sind Zinssatz und Betrag? Wie oft kann der Betrag von dem Konto abgehoben werden bevor der Kontostand negativ wird?



Name, Vorname

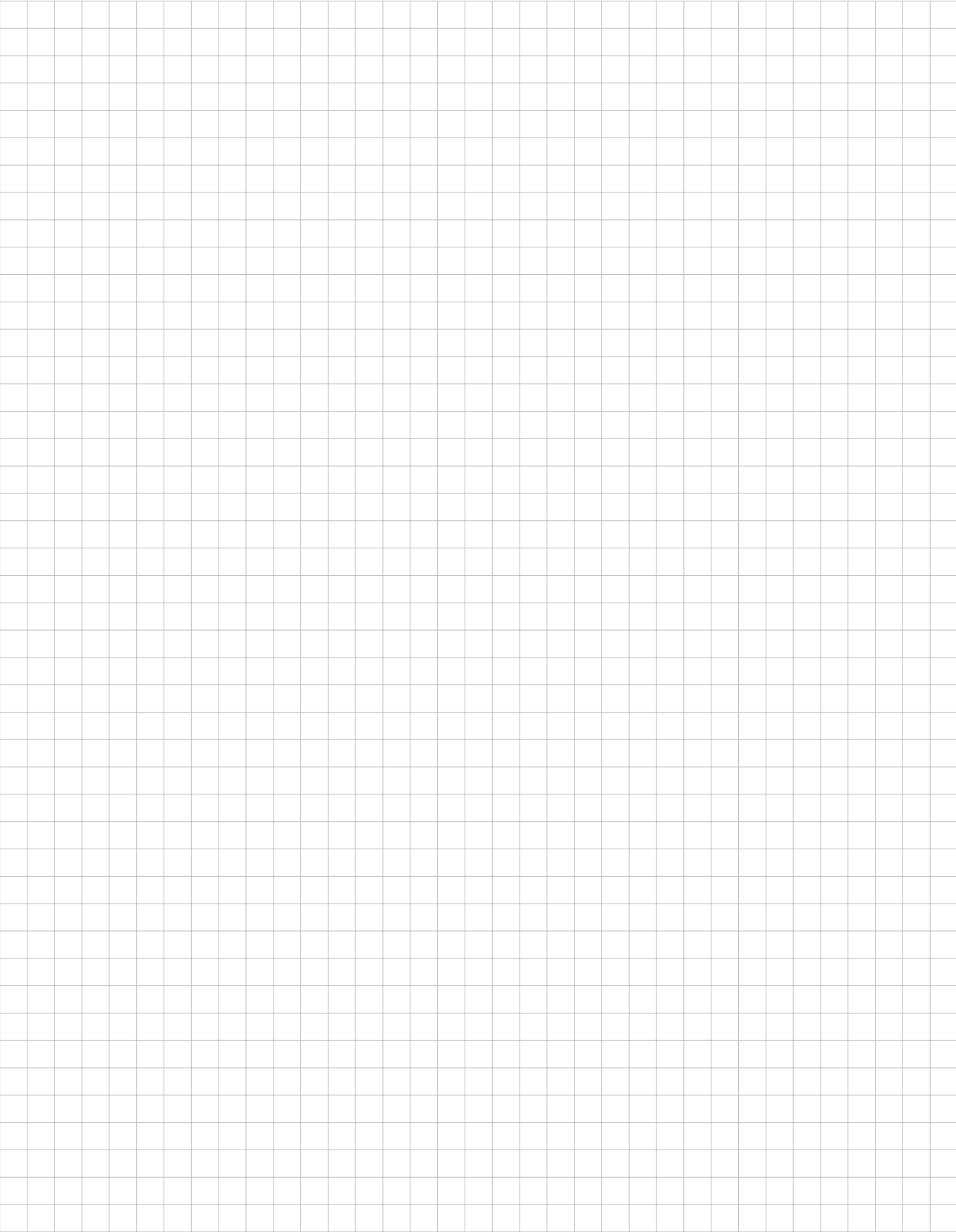
Matrikelnummer

Prüfungsfach: Mathematik 2

Sommersemester 24

Studiengang: WKB

Seite: 9 von 14



Name, Vorname

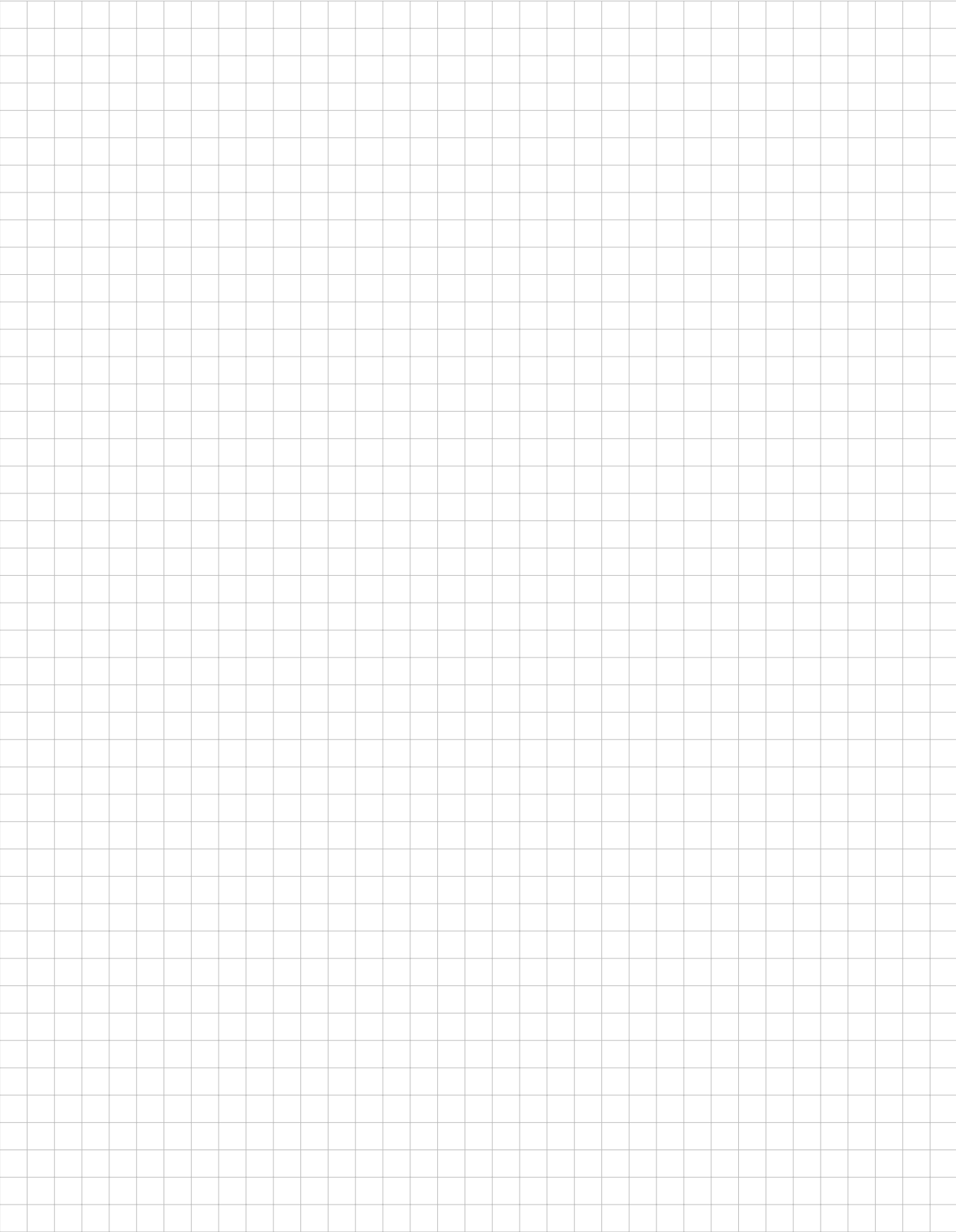
Matrikelnummer

Prüfungsfach: Mathematik 2

Sommersemester 24

Studiengang: WKB

Seite: 11 von 14



		
Name, Vorname	Matrikelnummer	
Prüfungsfach: Mathematik 2		Sommersemester 24
Studiengang: WKB		Seite: 12 von 14

Aufgabe 6 (9 Punkte)

Gegeben ist das lineare Optimierungsproblem

$$f(\vec{x}) = \vec{c} \cdot \vec{x} \stackrel{!}{=} \text{Max}, \quad \mathbf{A}\vec{x} \leq \vec{b}, \quad \vec{x} \geq 0,$$

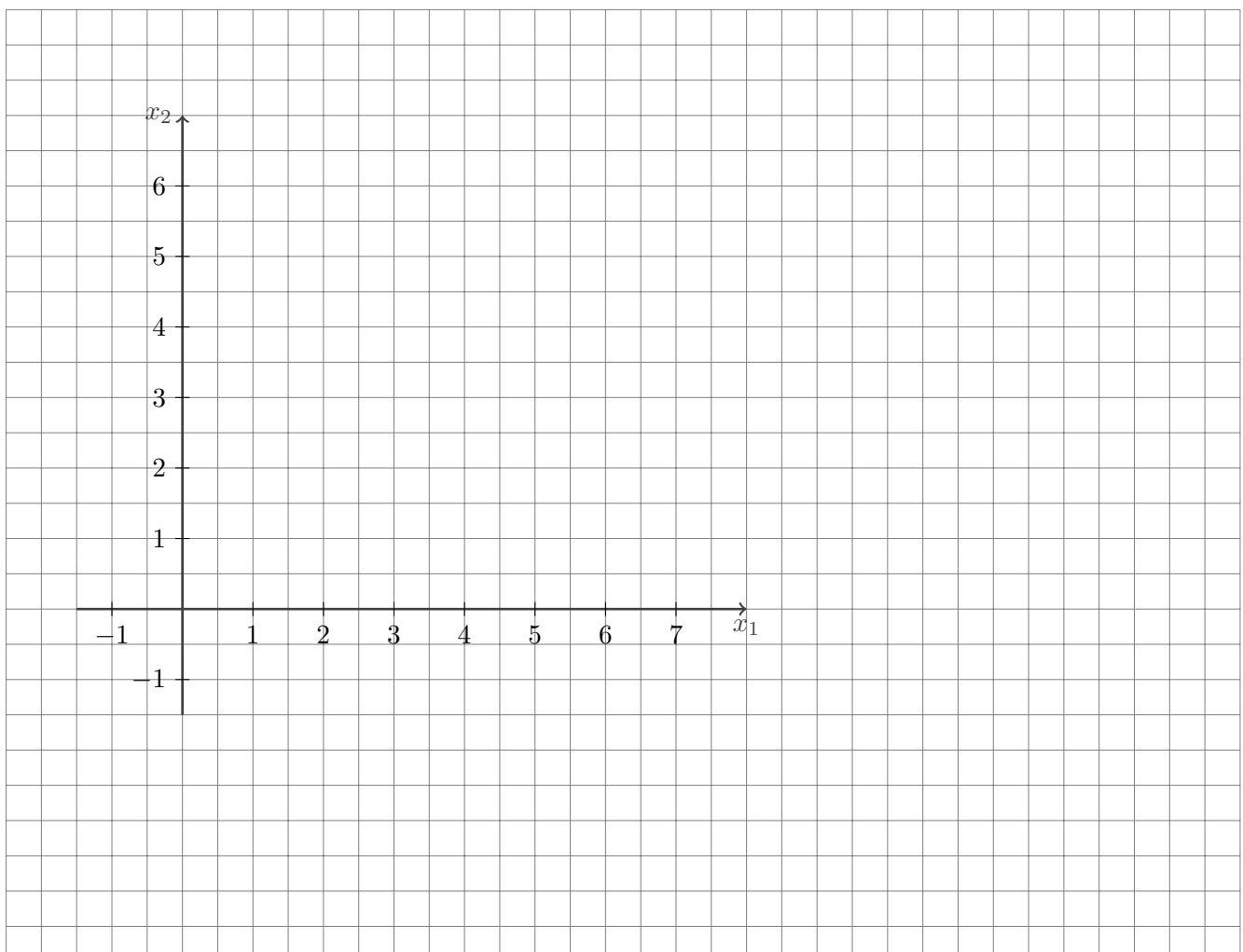
mit

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

- Zeichnen Sie den zulässigen Bereich in das gegebene Koordinatensystem ein.
- Zeichnen Sie im zulässigen Bereich alle Punkte (x_1, x_2) mit $f(x_1, x_2) = 12$ ein.
- Wenden Sie den Primalen Simplex-Algorithmus auf dieses Optimierungsproblem an.
- Wäre das gegebene Optimierungsproblem für

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

lösbar? Begründen Sie Ihre Antwort.



Name, Vorname

Matrikelnummer

Prüfungsfach: Mathematik 2

Sommersemester 24

Studiengang: WKB

Seite: 13 von 14

