合 肥 工 业 大 学 试 卷 （ 合 肥 , 宣 城 校 区 ）

2020～2021 学年第 一 学期　课程代码 1400211B　课程名称 高等数学 A(上)　学分 6　课程性质:必修☑、选修☐、限修☐　考试形式:开卷☐、闭卷☑

专业班级（教学班）＿＿＿＿＿　考试日期 2021.1.12　命题教师 高等数学课程组　系（所或教研室）主任审批签名＿＿＿＿＿＿

一、填空题（每小题 3 分, 共 15 分）

1. $\lim\limits_{x\to\infty}(x\arctan\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x}\arctan x)=$＿＿＿＿＿.

2. 曲线 $y-x+e^y=0$ 在点 $x=1$ 处的切线方程为 $y=$＿＿＿＿＿.

3. 函数 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1-x}{1+x^{2n}}$ 的间断点为 $x=$＿＿＿＿＿.

4. 当 $x\to 0$ 时，$\ln\cos x$ 与 x^n 是同阶无穷小量，则 $n=$＿＿＿＿＿.

5. 将曲边梯形 $0\le y\le\arctan x, 0\le x\le 1$ 绕 y 轴旋转一周所得旋转体体积为＿＿＿＿＿.

二、选择题（每小题 3 分, 共 15 分）

1. 设函数 $f(x)=e^{\frac{1}{x}}\arctan\dfrac{|x|}{x-1}$，则下列结论不正确的是（　）.

（A）当 $x\to+\infty$ 时，$y=f(x)$ 有渐近线 $y=\dfrac{\pi}{4}$　（B）当 $x\to-\infty$ 时，$y=f(x)$ 有渐近线 $y=-\dfrac{\pi}{4}$

（C）当 $x\to 0^+$ 时，$y=f(x)$ 有渐近线 $x=0$　（D）当 $x\to 1^-$ 时，$y=f(x)$ 有渐近线 $x=1$

2. 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内有定义，在 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$ 内可导，且 $\lim\limits_{x\to 0}f'(x)$ 存在，则 $f(x)$ 在点 $x=0$ 处可导的一个充分条件为（　）.

（A）$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}$ 存在　（B）$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f'(x)}{x}$ 存在

（C）$f(x)$ 在点 $x=0$ 处连续　（D）$\int_0^x f(t)\,dt$ 在点 $x=0$ 处可导

3. 设曲线 $y=f(x)$ 的参数方程为 $x=e^{-t}-1, y=t^2$，则当 $-1<x<0$ 时，$y=f(x)$（　）.

（A）单调递减且图形为凹的　（B）单调递减且图形为凸的

（C）单调递增且图形为凹的　（D）单调递增且图形为凸的

4. 设函数 $f(x)$ 连续，则下列结论不成立的是（　）.

（A）$\int_0^{\pi}f(\sin x)\,dx=2\int_0^{\frac{\pi}{2}}f(\sin x)\,dx$　（B）$\int_0^{\pi}f(\cos x)\,dx=2\int_0^{\frac{\pi}{2}}f(\cos x)\,dx$

（C）$\int_0^{\pi}f(\sin^2 x)\,dx=2\int_0^{\frac{\pi}{2}}f(\sin^2 x)\,dx$　（D）$\int_0^{\pi}f(\cos^2 x)\,dx=2\int_0^{\frac{\pi}{2}}f(\cos^2 x)\,dx$

5. 设反常积分 $I_1=\int_0^{+\infty}\max\{\dfrac{1}{\sqrt{x}},\dfrac{1}{x^2}\}\,dx$，$I_2=\int_0^{+\infty}\min\{\dfrac{1}{\sqrt{x}},\dfrac{1}{x^2}\}\,dx$，则（　）.

（A）I_1 和 I_2 都收敛　（B）I_1 和 I_2 都发散

（C）I_1 收敛，I_2 发散　（D）I_1 发散，I_2 收敛

三、计算下列各题（每小题 **6** 分，共 **36** 分）

1. 求 $\lim\limits_{n\to\infty}\int_0^n\dfrac{x}{n^2+x}\,dx$.

2. 求方程 $\int_{-1}^x te^{\cos t}\,dt=0$ 的实根.

3. 设函数 $f(x)=\arctan x$，如果 $f(x)=xf'(\xi)$，求 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\xi^2}{x^2}$.

4. 设函数 $y=\begin{cases}-x-1, & -1\le x\le 0,\\ \sqrt{x}, & 0<x\le 1\end{cases}$ 的反函数为 $x=\varphi(y)$，计算 $\int_{-1}^1\varphi(y)\,dy$.

5. 计算 $\int_{-1}^1\dfrac{\ln(1+|x|)}{1+e^x}\,dx$.

6. 求微分方程 $y'-\dfrac{1}{x}y=xe^{-x}\ (x>0)$ 的特解 $y=y(x)$，使得当 $x\to 0^+$ 时，$y(x)\sim x$.

四、（本题满分 **12** 分）设函数 $f(x)=\begin{cases}ax+1, & x<0,\\ be^{2x}, & x\ge 0\end{cases}$ 可导. ⑴求常数 a,b；⑵求 $\int f(x)\,dx$.

五、（本题满分 **12** 分）设函数 $f(x)$ 可导，且 $\int_0^1[f(x)+xf(xt)]\,dt=1$. ⑴建立 $f(x)$ 所满足的一阶微分方程；⑵求 $f(x)$ 的表达式.

六、（本题满分 **10** 分）设函数 $f(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上可导，$\lim\limits_{x\to+\infty}f'(x)=0$. 若对任意的 $n=1,2,\cdots$，有 $f(2n-1)>f(2n+1)>f(2n+2)>f(2n)$，证明数列 $\{f(n)\}$ 收敛.

命题教师注意事项:1、主考教师必须于考试一周前将“试卷 A”、“试卷 B”经教研室主任审批签字后送教务科印刷。　2、请命题教师用黑色水笔工整地书写题目或用 A4 纸横式打印贴在试卷版芯中。