

第4章 电路的基本定理

4.1 叠加定理

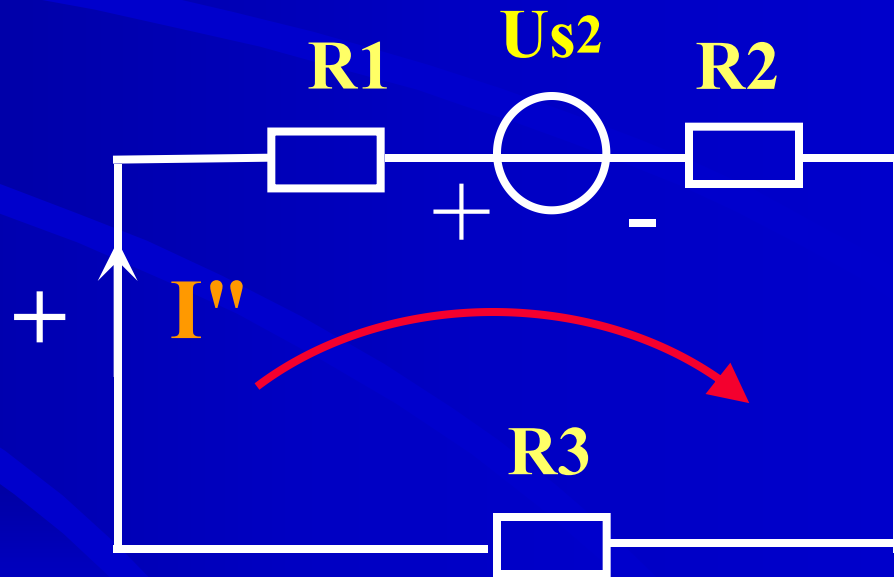
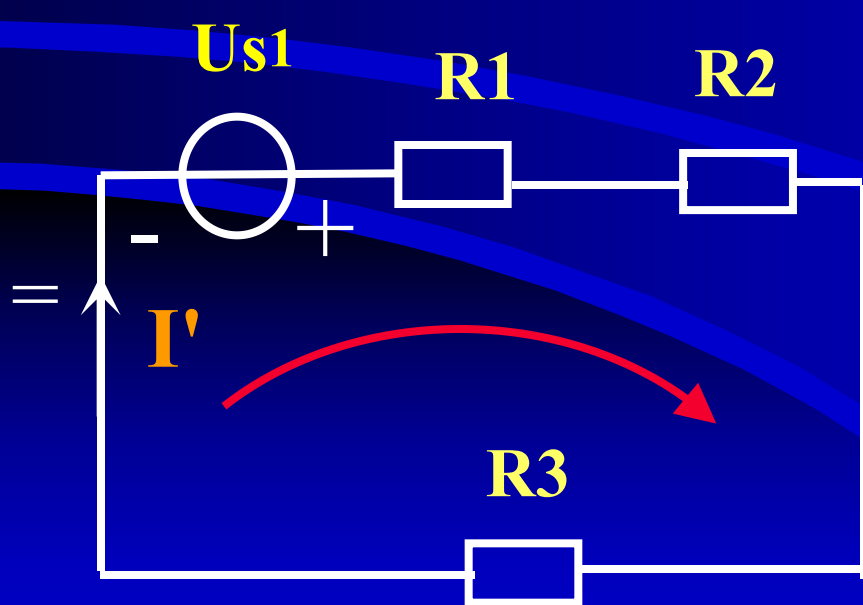
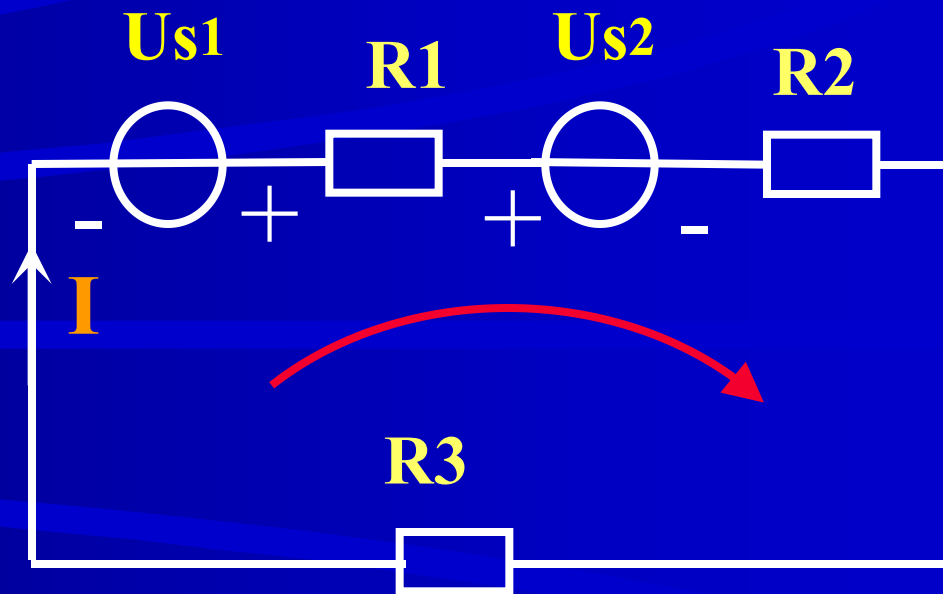
任何一个线性电路同时受到若干独立电源的作用时，在某一支路上产生的电压或电流等于每个电源单独作用时在该支路上产生的电压或电流的代数和。

例: 根据KVL:

$$(R_1 + R_2 + R_3)I = U_{s1} - U_{s2}$$

$$\text{所以: } I = \frac{U_{s1} - U_{s2}}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$= \frac{U_{s1}}{R_{\text{总}}} + \frac{-U_{s2}}{R_{\text{总}}} = I' + I''$$

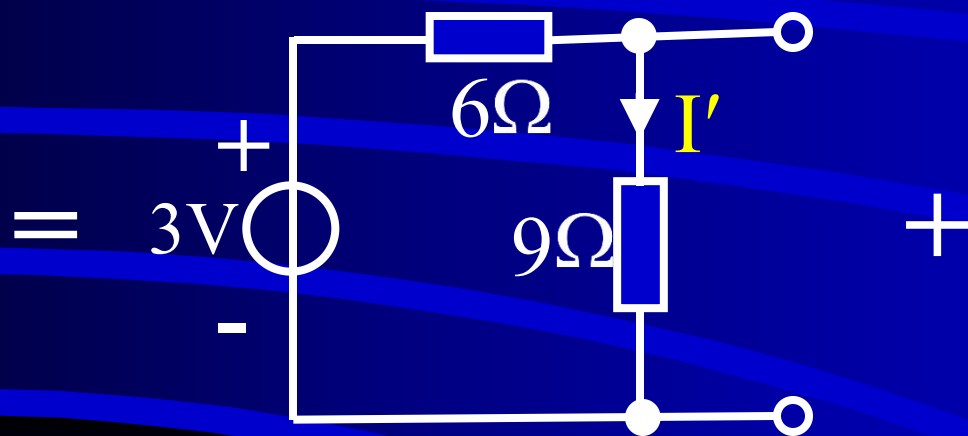
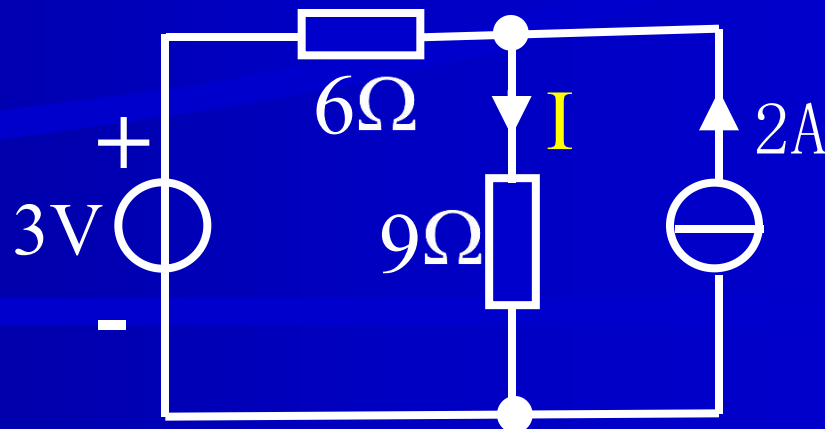


叠加定理的特点

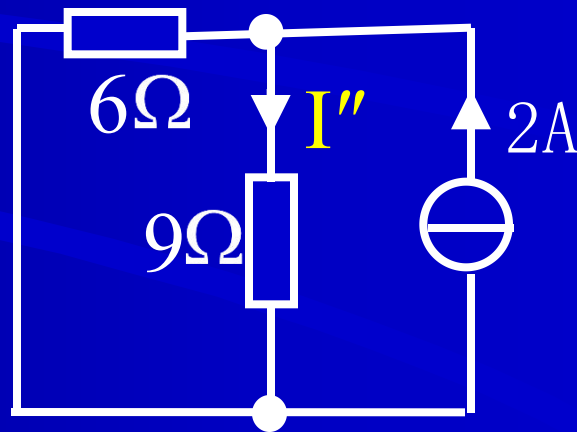
- (1). 叠加定理只适应线性电路中电压、电流的叠加，功率不能叠加。
- (2). 电压、电流的参考方向，与参考方向一致时相加，与参考方向相反时相减。
- (3). 某个独立电源单独作用于电路时，其它独立电源全部置零，但受控源要保留在电路中。
- (4). 电压源置零，用短路线代替；电流源置零，用开路线代替。

例1: 用叠加定理求 9Ω 上的电流。

解: 电路分解画为:



$$I' = 3 / (6 + 9) = 0.2A$$

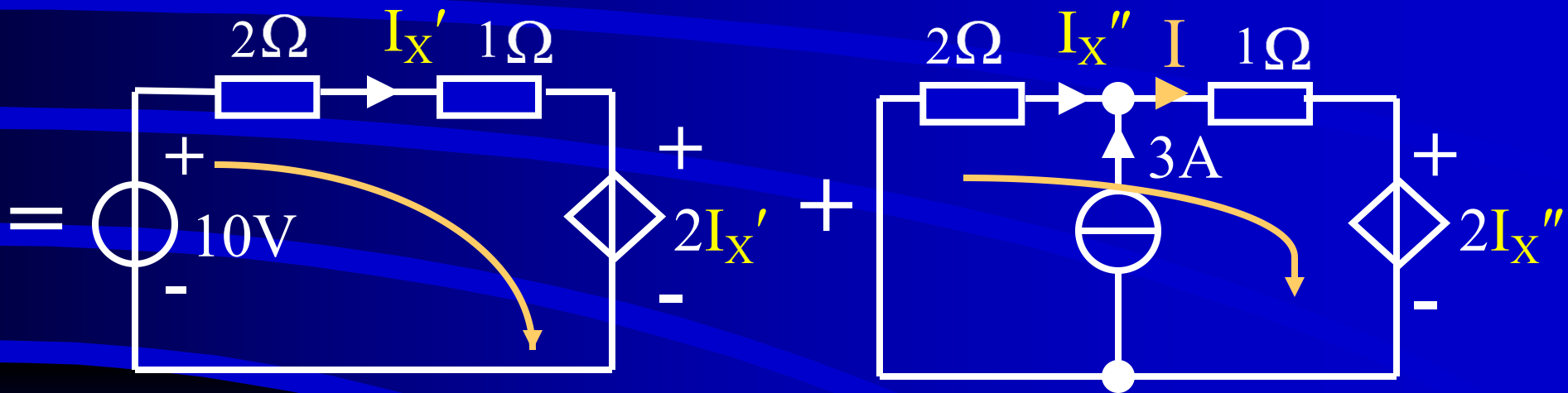
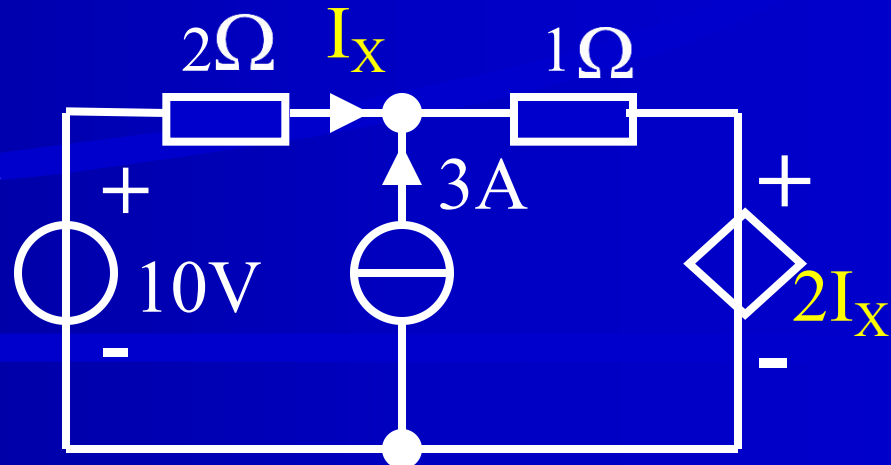


$$I'' = \frac{6}{6+9} 2 = 0.8A$$

所以: $I = I' + I'' = 1A$

例2: 用叠加定理求电流 I_X 。

解: 电路分解画为:



$$(2+1)I_X' + 2I_X' = 10$$

$$\therefore I_X' = 10/5 = 2A$$

$$I_X'' + 3 = I$$

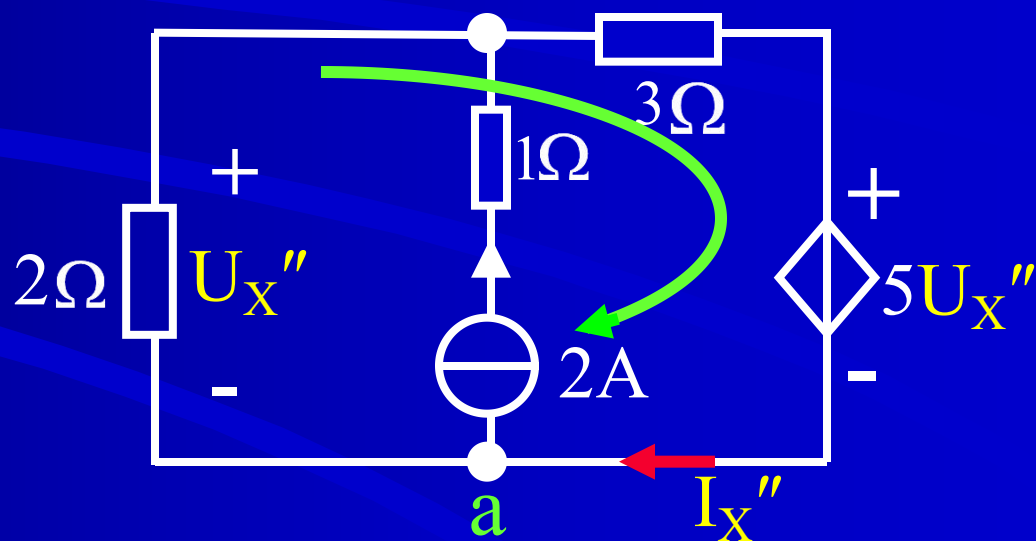
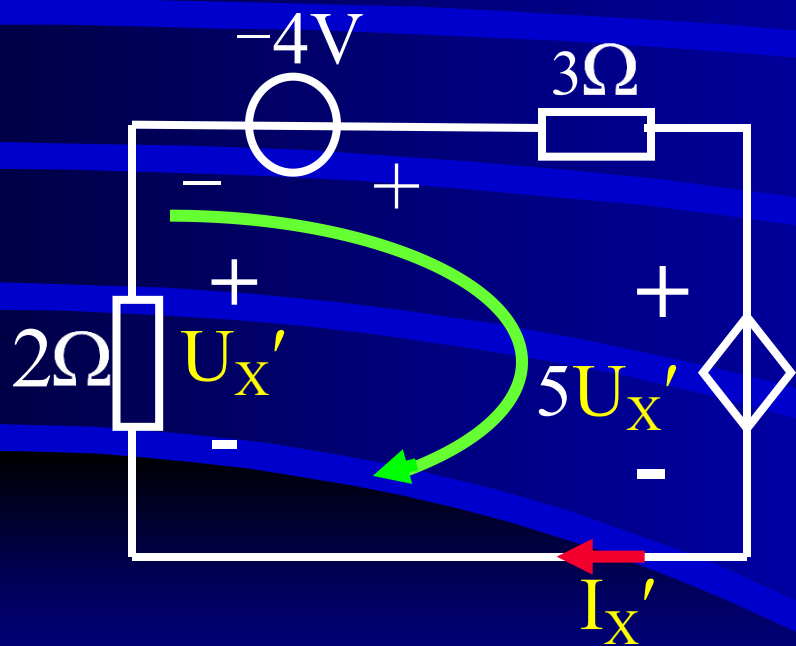
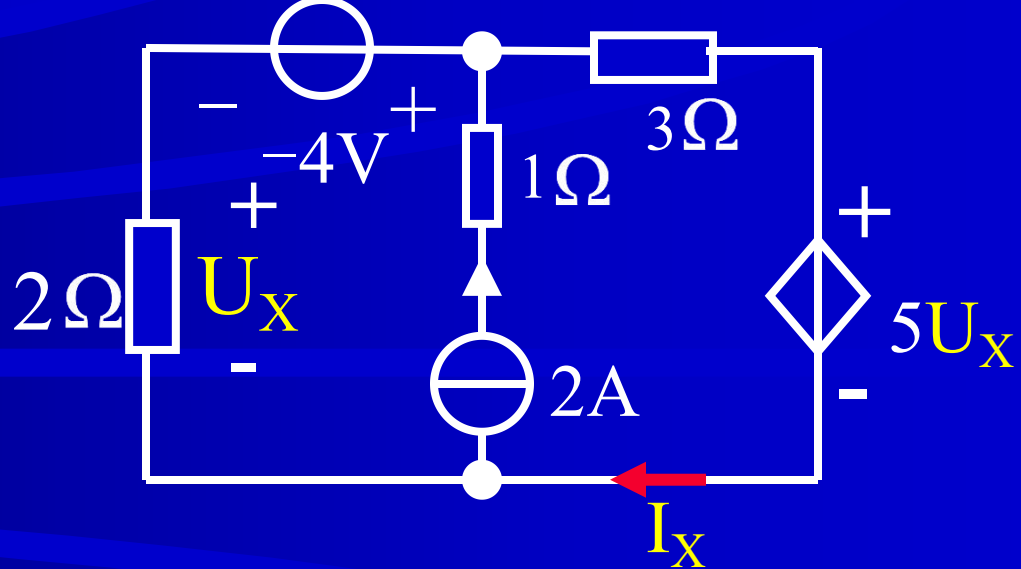
$$2I_X'' + I + 2I_X'' = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} I_X'' + 3 = I \\ 2I_X'' + I + 2I_X'' = 0 \end{array} \right\} I_X'' = -0.6A$$

$$\therefore I_X = I_X' + I_X'' = 1.4A$$

例3: 用叠加定理求 I_X

解: 电路分解为:



$$\begin{cases} 3I'_X + 5U'_X - U'_X + 4 = 0 \\ U'_X = -2I'_X \quad I'_X = 0.8A \end{cases}$$

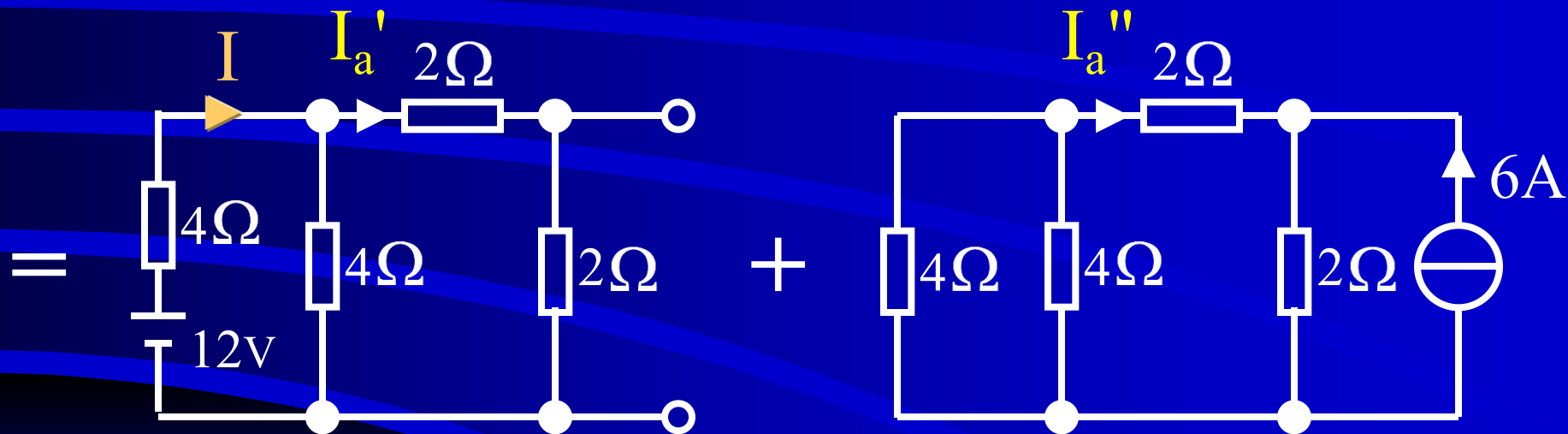
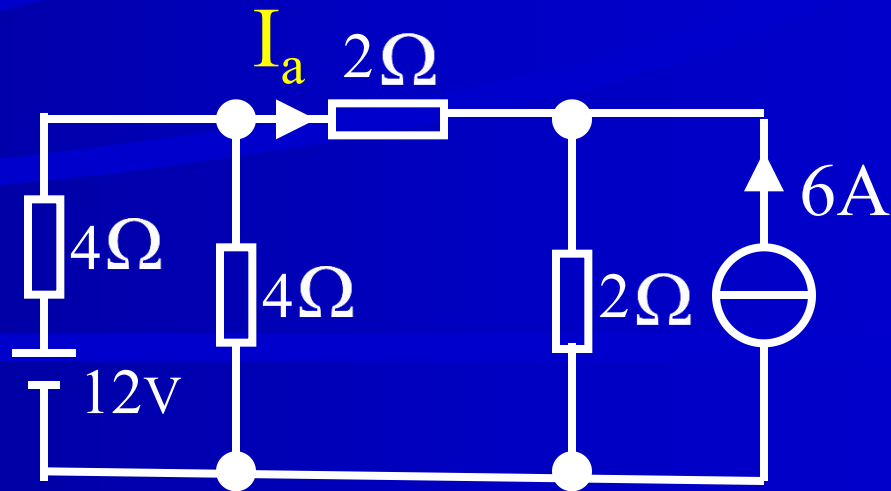
$$\begin{cases} 5U''_X - U''_X + 3I''_X = 0 \\ 2(2 - I''_X) = U''_X \quad I''_X = 3.2A \\ I_X = I'_X + I''_X = 4A \end{cases}$$

叠加定理的意义和应用

- 叠加定理是线性网络中最重要的性质，它有很高的理论价值。
- 在交流电路中用叠加定理计算不同频率电源产生的响应。
- 在动态电路中用叠加定理求电路的总响应。
- 在电路中增加新电源时，用叠加定理求电路中的值。

例4: 求电流 I_a 。

解: 电路分解画为:

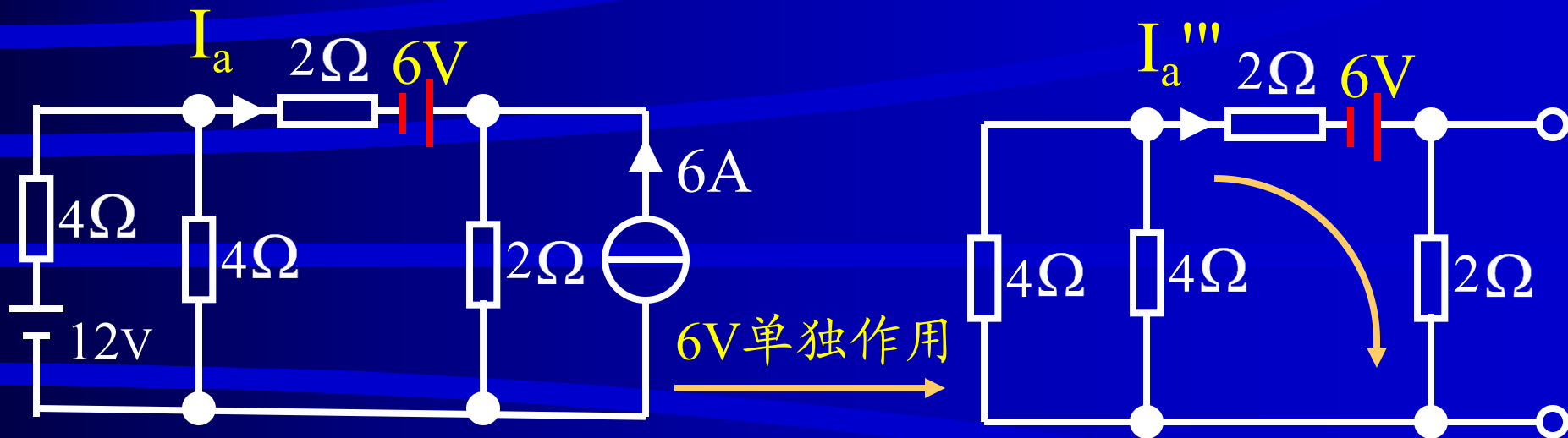


$$\therefore I = 12/6 = 2A$$

$$I_a'' = -2A$$

$$\therefore I_a' = 4/(4+4) \times 2 = 1A$$

$$\therefore I_a = I_a' + I_a'' = -1A$$



$$2I_a''' + 2I_a''' + (4 // 4) I_a''' = 6$$

$$\therefore I_a''' = 1A$$

$$\therefore I_a = I_a' + I_a'' + I_a''' = 0$$

例

计算电压 u 和电流 i 。

解

10V电源作用：

$$(2+1) i^{(1)} + 2i^{(1)} = 10 \quad i^{(1)} = 2A$$

$$u^{(1)} = 1 \times i^{(1)} + 2i^{(1)} = 3i^{(1)} = 6V$$

5A电源作用：

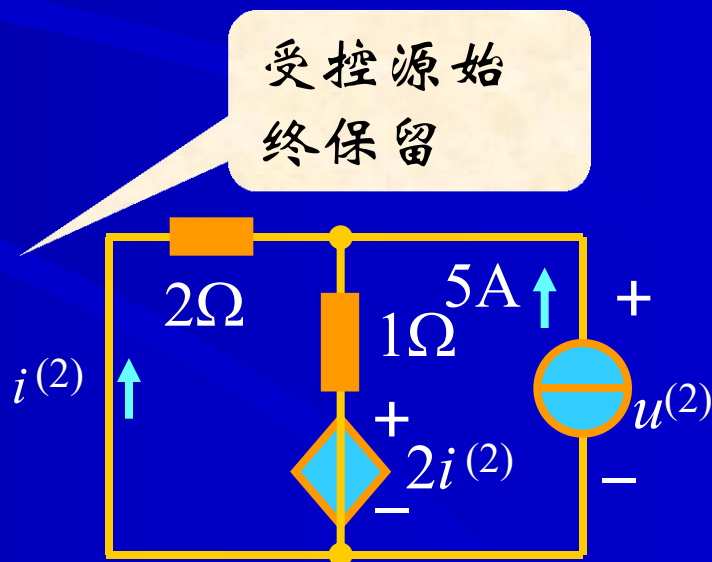
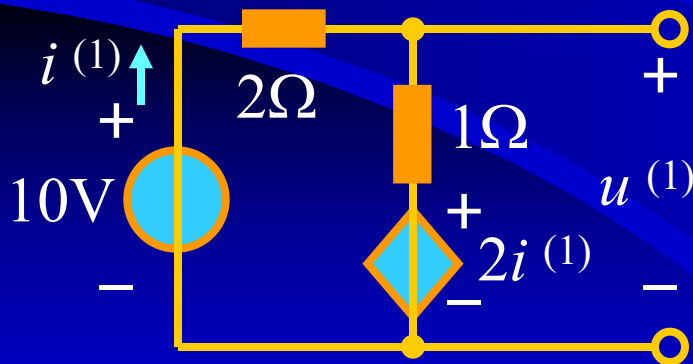
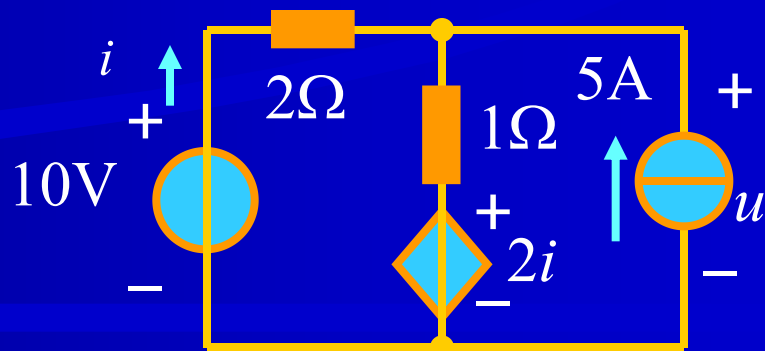
$$2i^{(2)} + 1 \times (5 + i^{(2)}) + 2i^{(2)} = 0$$

$$i^{(2)} = -1A$$

$$u^{(2)} = -2i^{(2)} = -2 \times (-1) = 2V$$

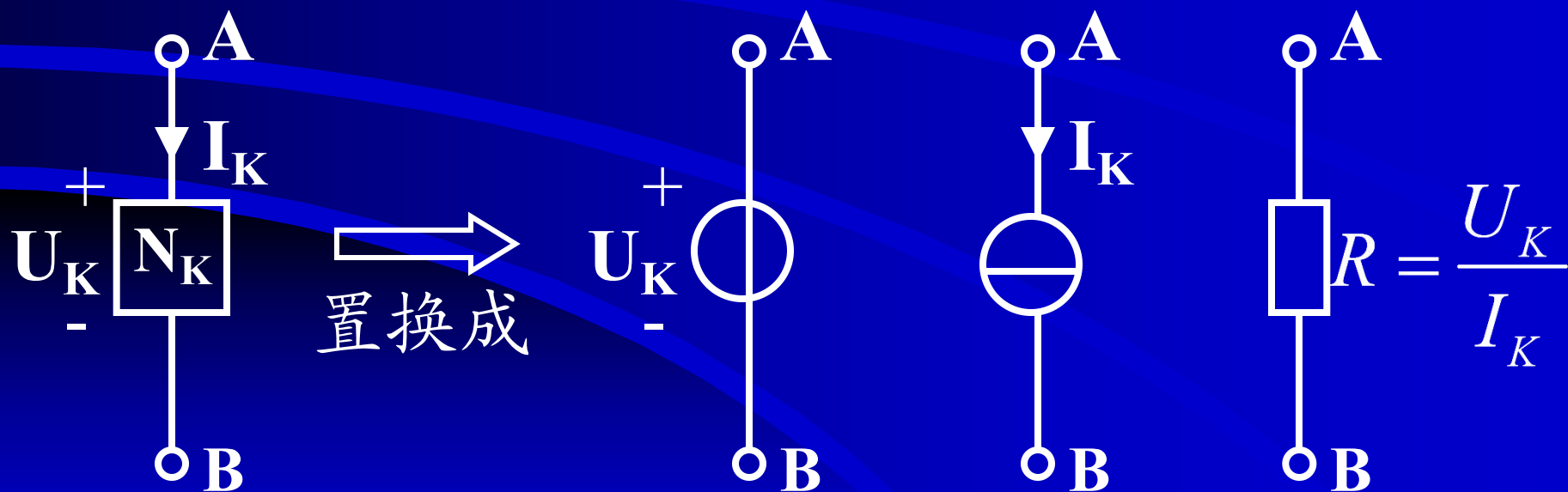
$$u = 6 + 2 = 8V$$

$$i = 2 + (-1) = 1A$$



4.2 置换定理

任何线性或非线性电路，如果某条支路中的电流为 I_K ，端电压为 U_K ，那么这条支路都可以用一个元件去置换。

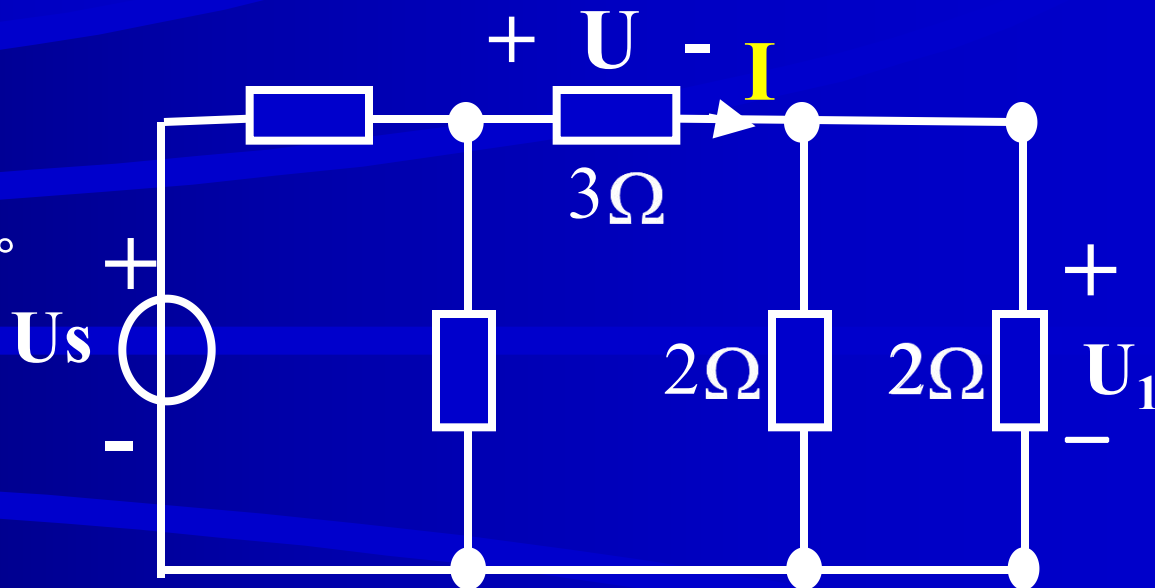


例5:

用置换定理求 U_1 。

已知 $U=1.5V$

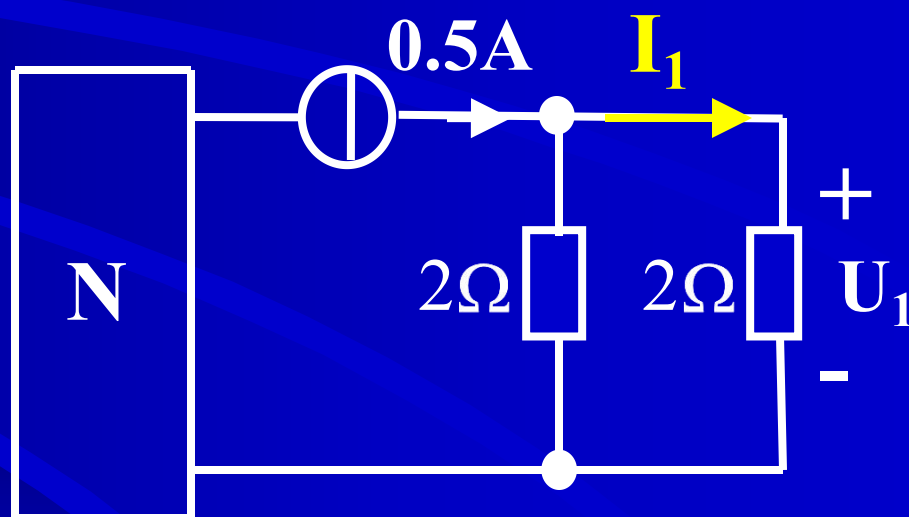
解: $I=1.5/3=0.5A$



所以: 3Ω 支路用
 $0.5A$ 电流源代替。

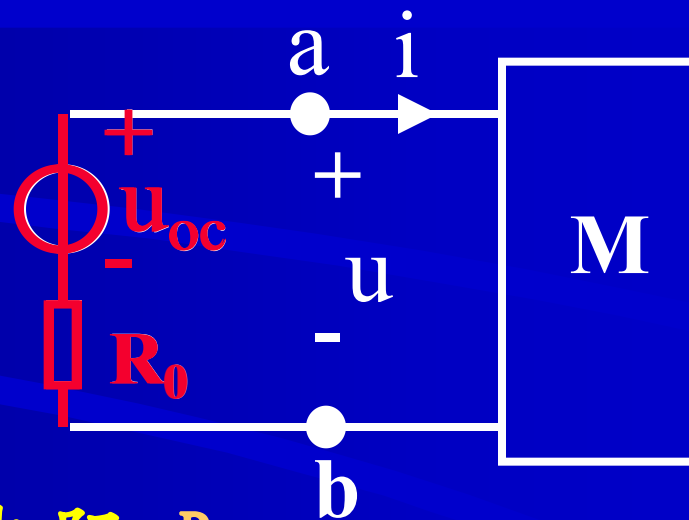
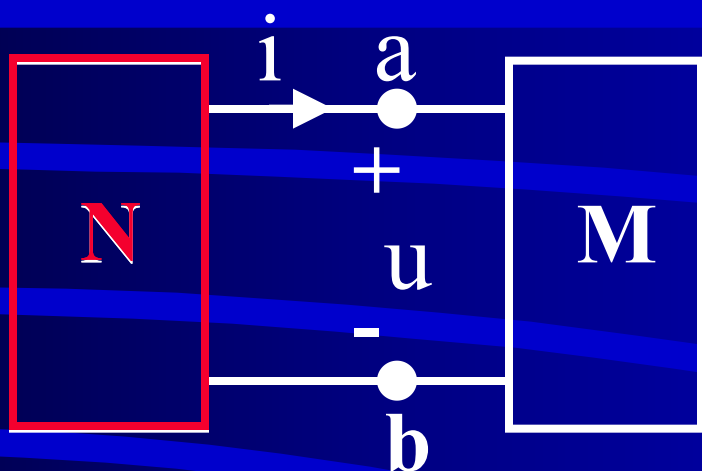
$$I_1 = \frac{2}{2+2} \cdot 0.5 = 0.25A$$

$$U_1 = 2 \cdot 0.25 = 0.5V$$



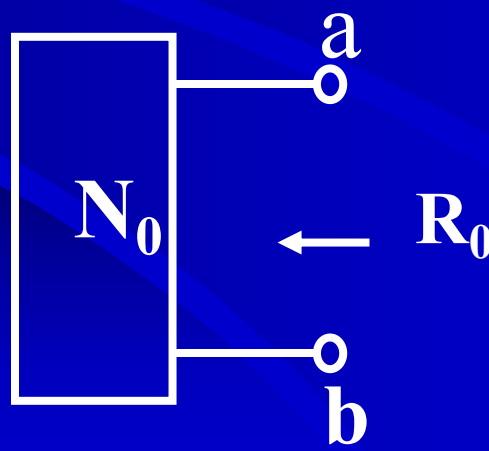
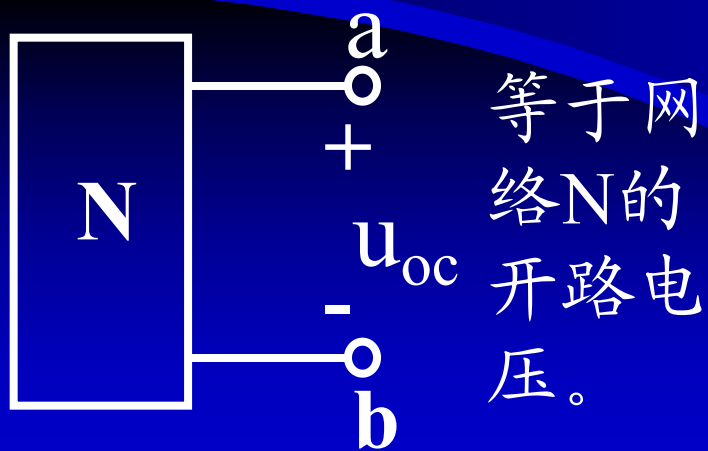
4.3 戴维南定理

一. 定义: 线性含源单口网络N, 就其端口来看, 可以等效为一个电压源与电阻串联的支路。



电压源电压 u_{oc}

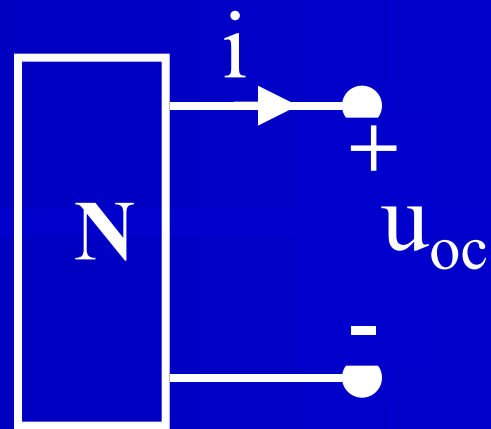
串联电阻 R_0



等于网络N中所有独立源为零值时所得网络 N_0 的等效电阻。

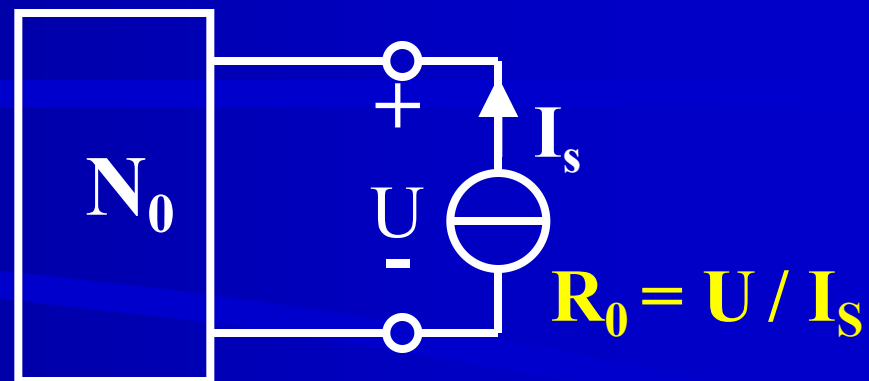
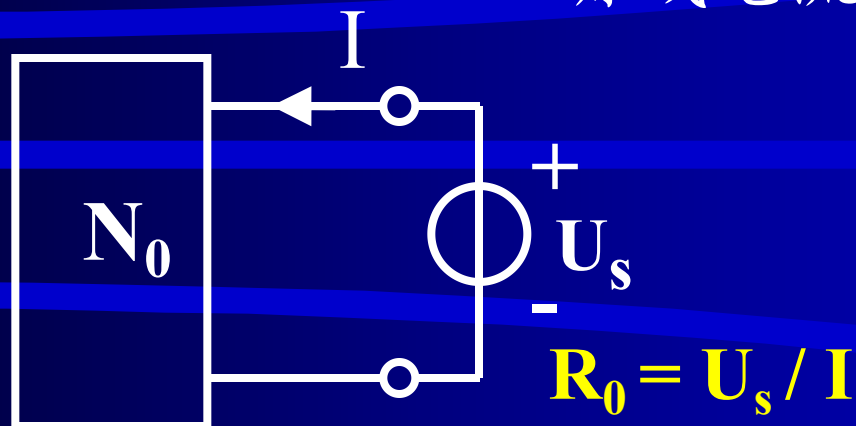
二. u_{oc} 与 R_o 的求法:

把负载（或待求支路）断开，
1. 求 u_{oc} : 用节点法、网孔法、电源等效等方法，选其中最方便的解法。



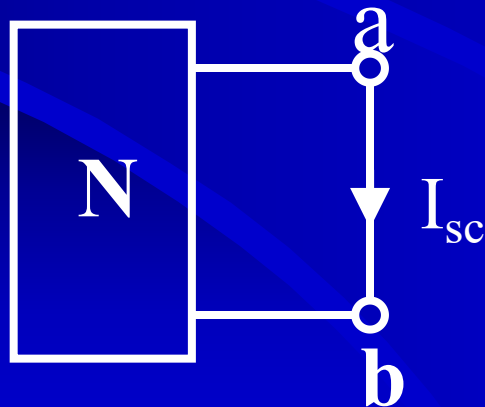
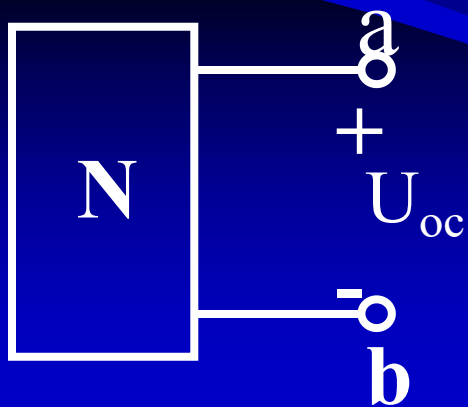
2. 求 R_o : { (1) 不含受控源时: 将独立源置零后的纯电阻网络用串联、并联的方法求。
(2) 含受控源时: { (a) 外加电源法:
(b) 短路电流法:

1. 外加电源法: 将N中的独立源置零，在端口处加电压源或电流源，用激励与响应之比求 R_o 。



2. 短路电流法: (要求两个量 U_{oc} 、 I_{sc})

N中的电源全部作用时，任何有源单口网络的开路电压 U_{oc} 与短路电流 I_{sc} 的比值就是该网络的等效电阻 R_o 。



$$R_o = U_{oc} / I_{sc}$$

例6: 求 $12K\Omega$ 上的电流 I 。

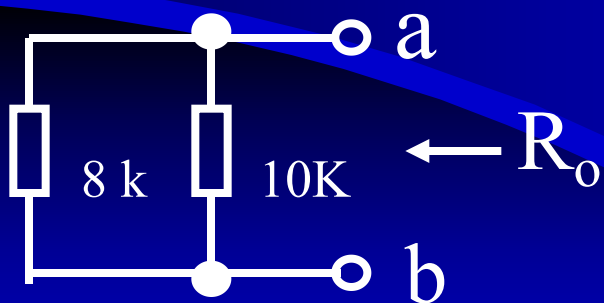
解: 1. 把 $12K$ 电阻断开求 U_{oc} :

$$(8+10)I' = 20 - 10$$

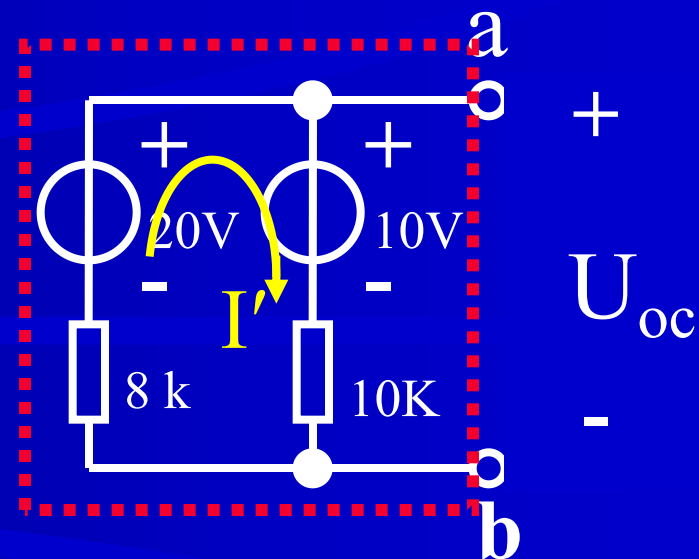
$$\therefore I' = 0.556\text{mA}$$

$$\therefore U_{oc} = 10 + 10I' = 15.56\text{V}$$

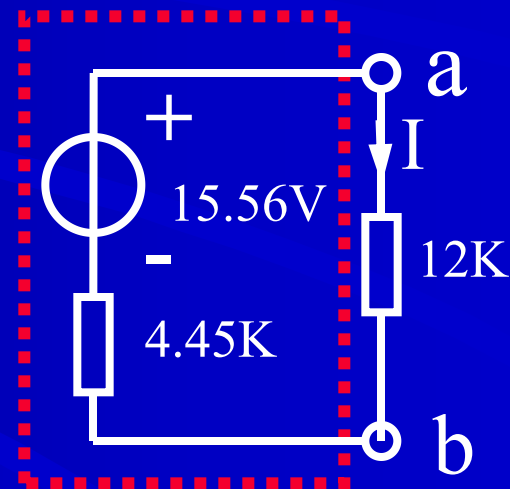
2. 把网络中的电源置零求 R_o :



$$\therefore R_o = \frac{8 \cdot 10}{8 + 10} = 4.45K$$



所以:

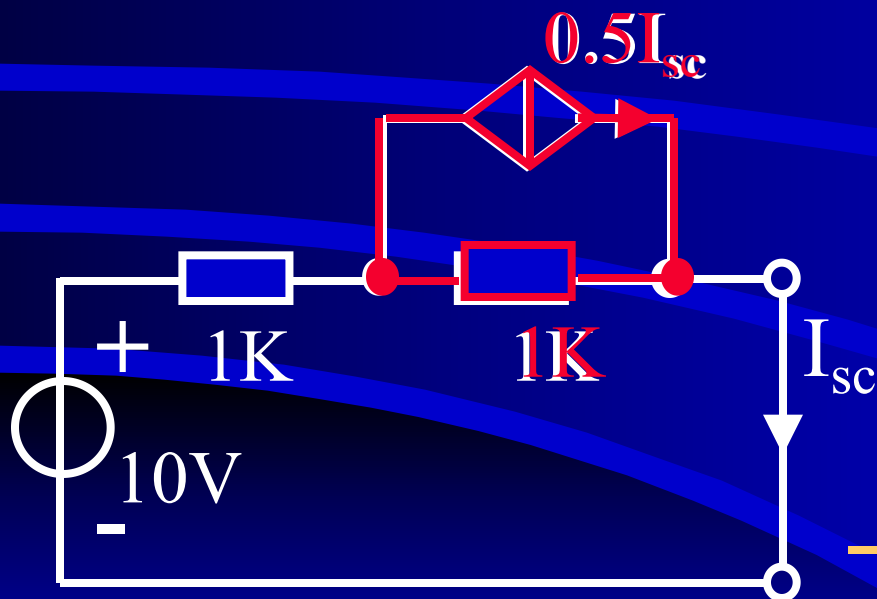
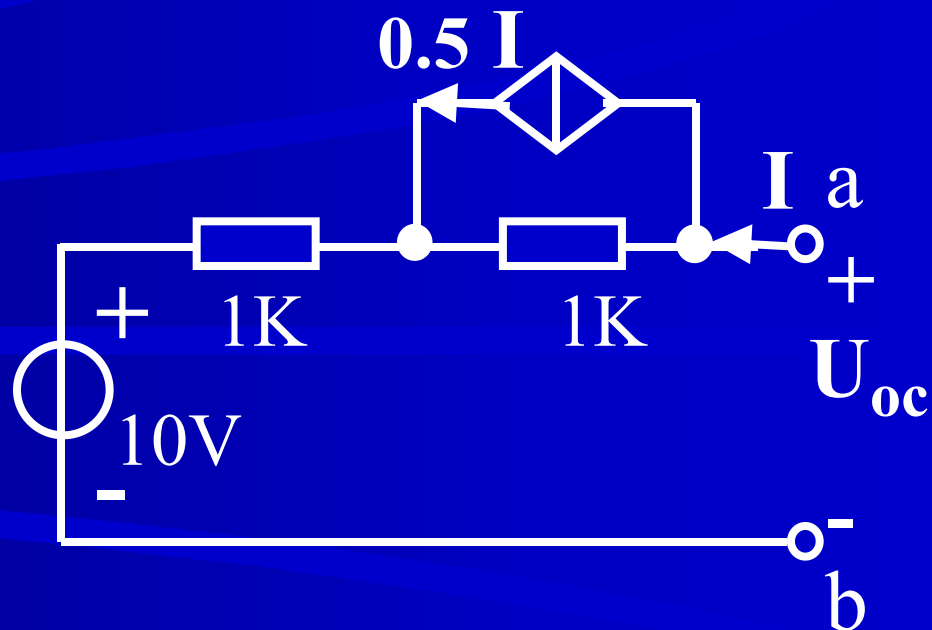


$$I = \frac{15.56}{4.45 + 12} = 0.946\text{mA}$$

例7: 求戴维南等效电路

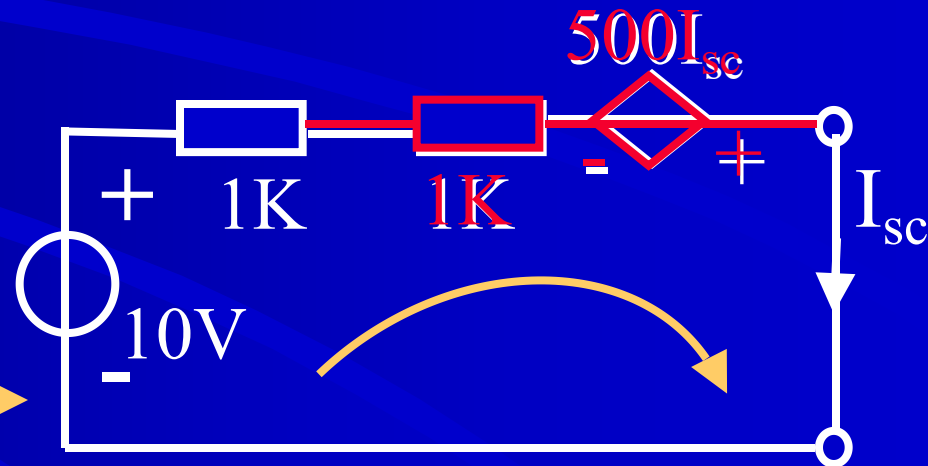
解一: 短路电流法:

$$U_{oc} = U_{ab} = 10V$$



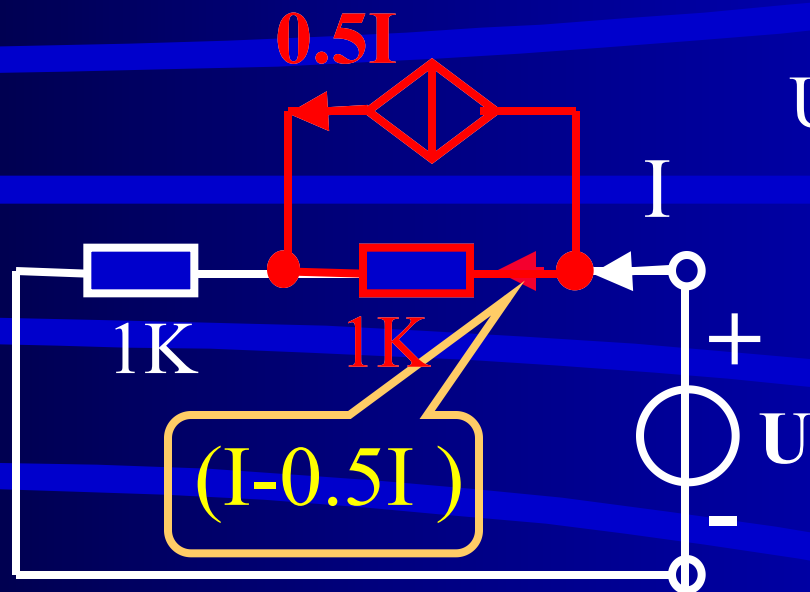
$$2000I_{sc} - 500I_{sc} = 10$$

$$\therefore I_{sc} = 1/150A$$



$$\therefore R_o = U_{oc}/I_{sc} = 1500\Omega$$

解二：外加电压法：（求 U_{oc} 同解一）



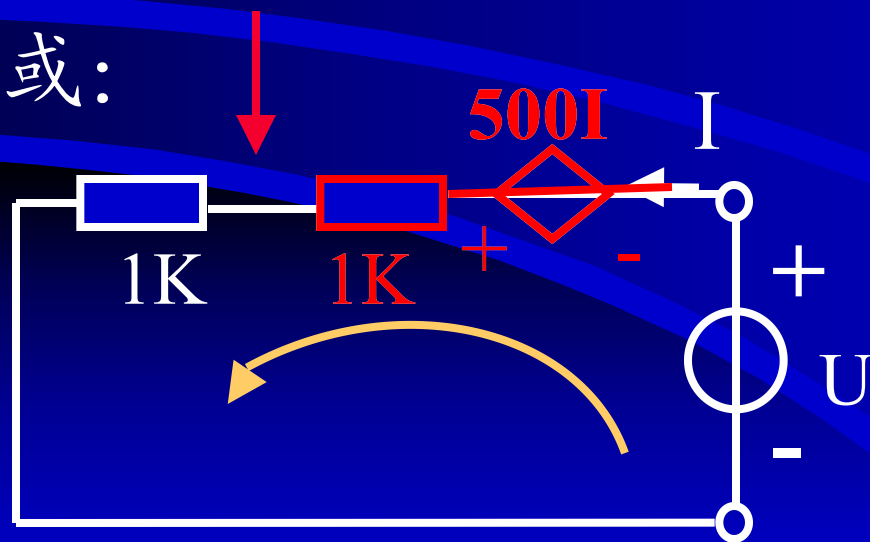
$$U = 1000(I - 0.5I) + 1000I = 1500I$$

$$R_o = U/I = 1500\Omega$$

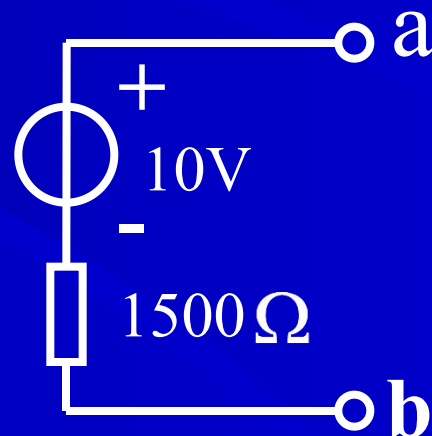
$$U = 2000I - 500I = 1500I$$

$$R_o = U/I = 1500\Omega$$

或：



等效

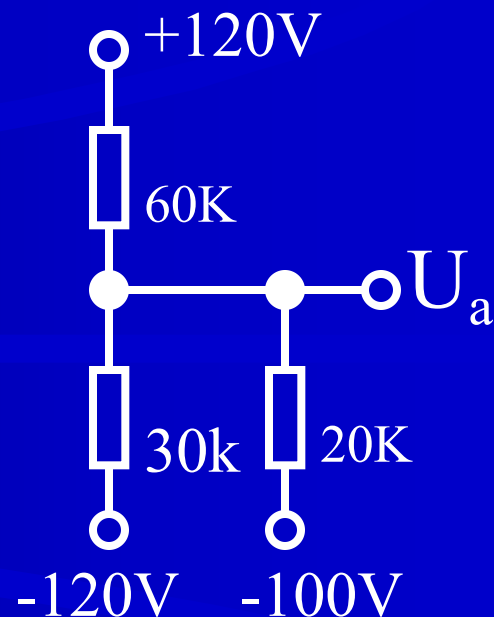
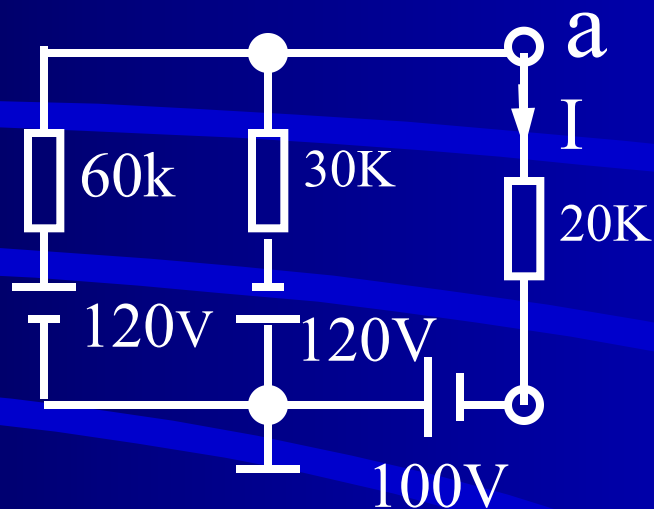


戴维南定理解题的步骤

1. 把待求电压或电流支路从原网络中分离开，就出现两个端钮。
2. 把这条支路以外的部分用 R_o 、 u_{oc} 串联支路等效。
3. 把待求支路与求得的等效电路接通后，就可求出待求的电量。

例8: 求流过20K电阻上的电流及a点的电压 U_a 。

解: 1. 先将原电路画成闭合电路

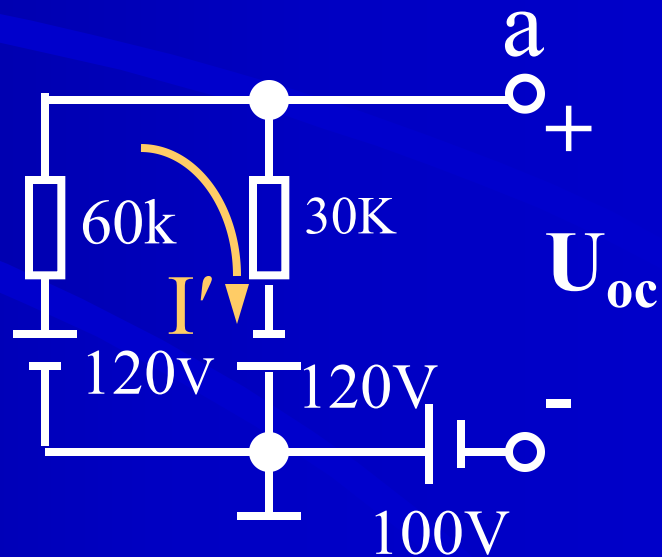


2. 断开20K电阻，求 U_{oc}

$$(60+30)I' = 120+120$$

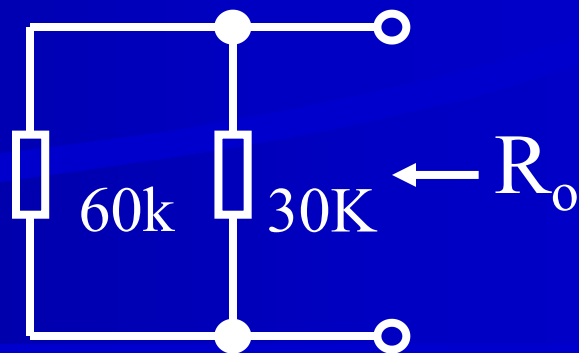
$$\therefore I' = 240/90 = 8/3 \text{mA}$$

$$U_{oc} = 30(8/3) - 120 + 100 = 60\text{V}$$



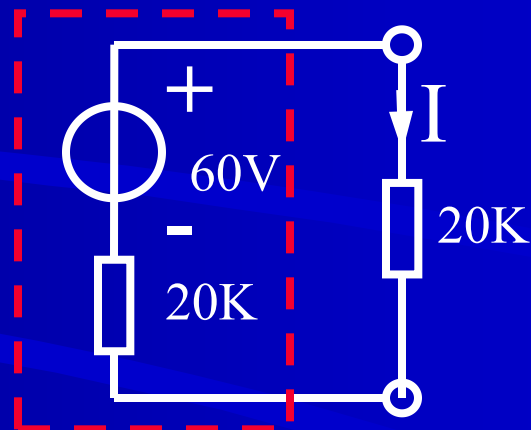
3. 求 R_o (电源置零)

$$R_o = 60 // 30 = 20K$$



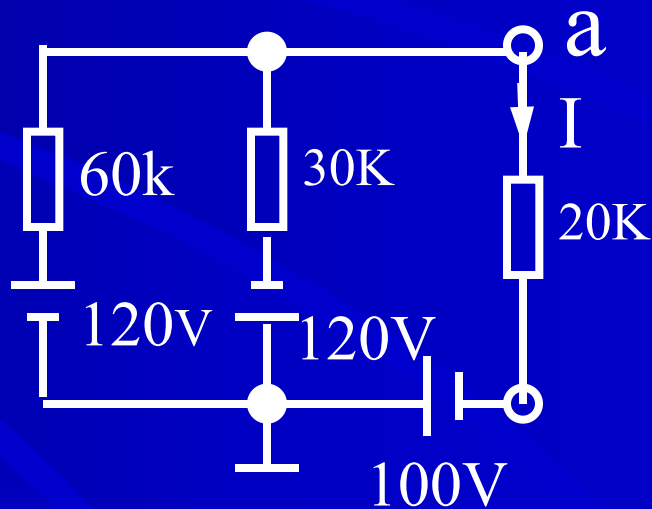
4. 接上20K后求电流I

$$I = \frac{60}{20+20} = 1.5 \text{ mA}$$

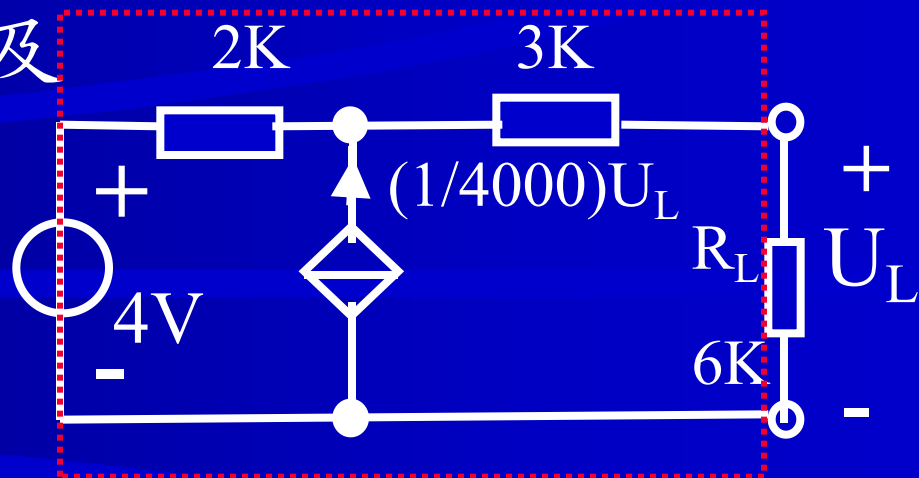


5. 求 U_a (在原电路求)

$$U_a = 20 \times 1.5 - 100 = -70V$$

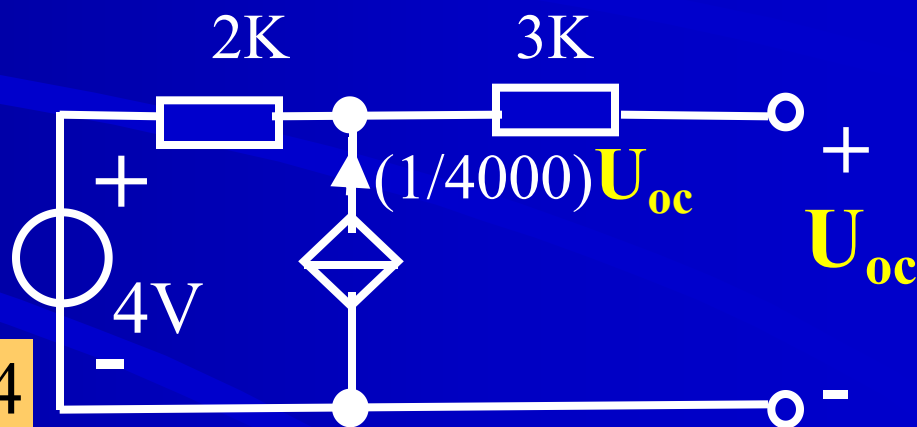


例9: 求戴维南等效电路及
 R_L 两端的电压 U_L 。



解: 1. 断开 $6K$ 电阻求 U_{oc} 。

(R_L 去掉后, 开路电压 U_{oc}
 就是控制量, 所以受控源为
 $(1/4000)U_{oc}$)



$$U_{oc} = [(1/4000)U_{oc}] \times 2000 + 4$$

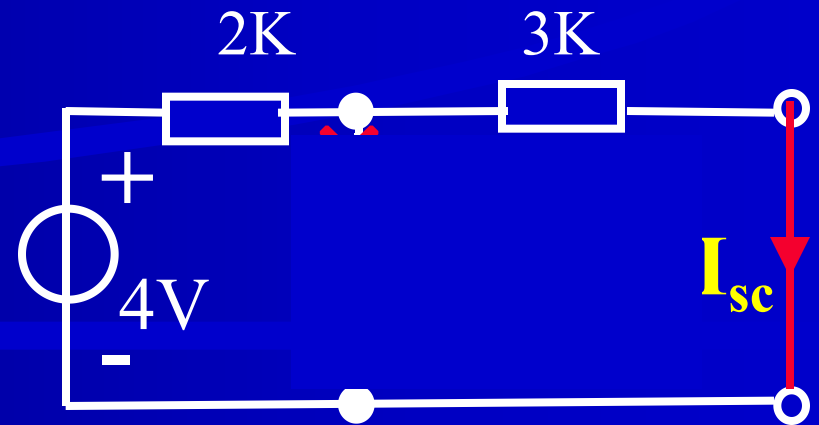
$$= (1/2)U_{oc} + 4$$

$$\therefore U_{oc} = 8V$$

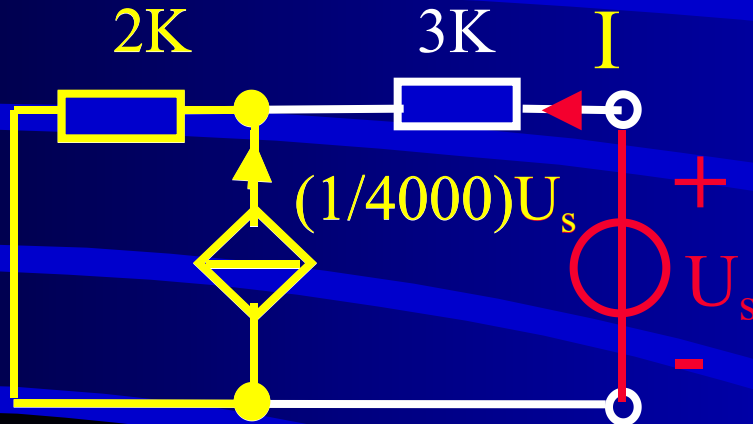
2.求 R_o : (a)短路电流法

$$I_{sc} = 4/(2+3) = 0.8\text{mA}$$

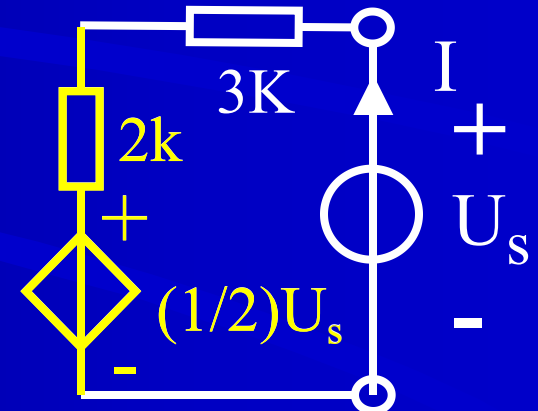
$$\therefore R_o = U_{oc}/I_{sc} = 8/0.8 = 10\text{K}\Omega$$



(b)外加电源法



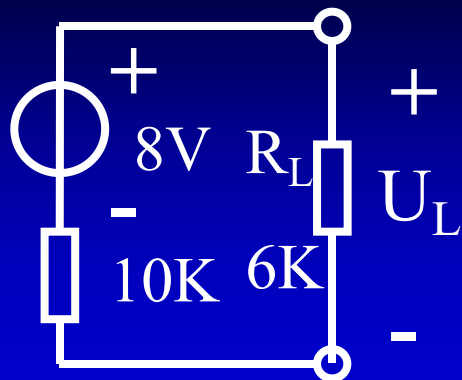
等效



$$U_s = 5000I + (1/2)U_s$$

$$\therefore U_s = 10000I$$

3.戴维南等效电路及 U_L

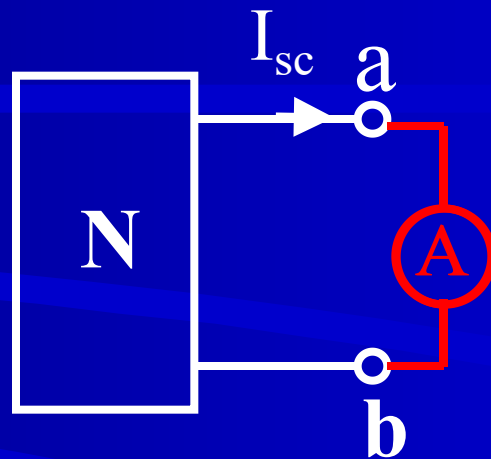
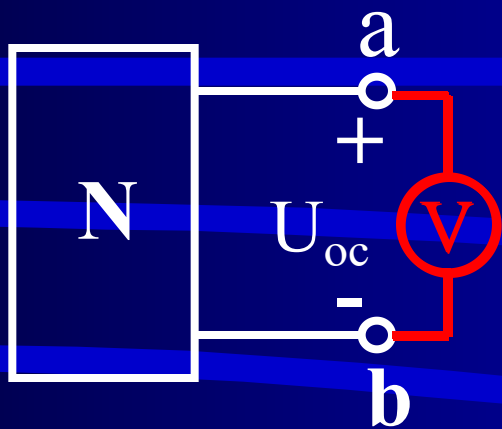


$$U_L = \frac{6}{10+6} \cdot 8 = 3\text{V}$$

$$\therefore R_o = \frac{U_s}{I} = 10000\Omega = 10\text{K}\Omega$$

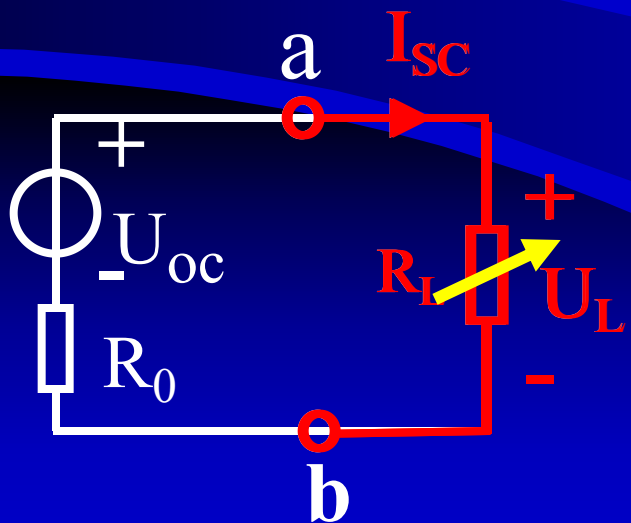
用实验法求戴维南等效电路

1. 测量开路电压和短路电流



$$R_0 = U_{oc} / I_{sc}$$

2. 测量开路电压和负载电压



$$U_L = \frac{R_L}{R_0 + R_L} \cdot U_{oc}$$

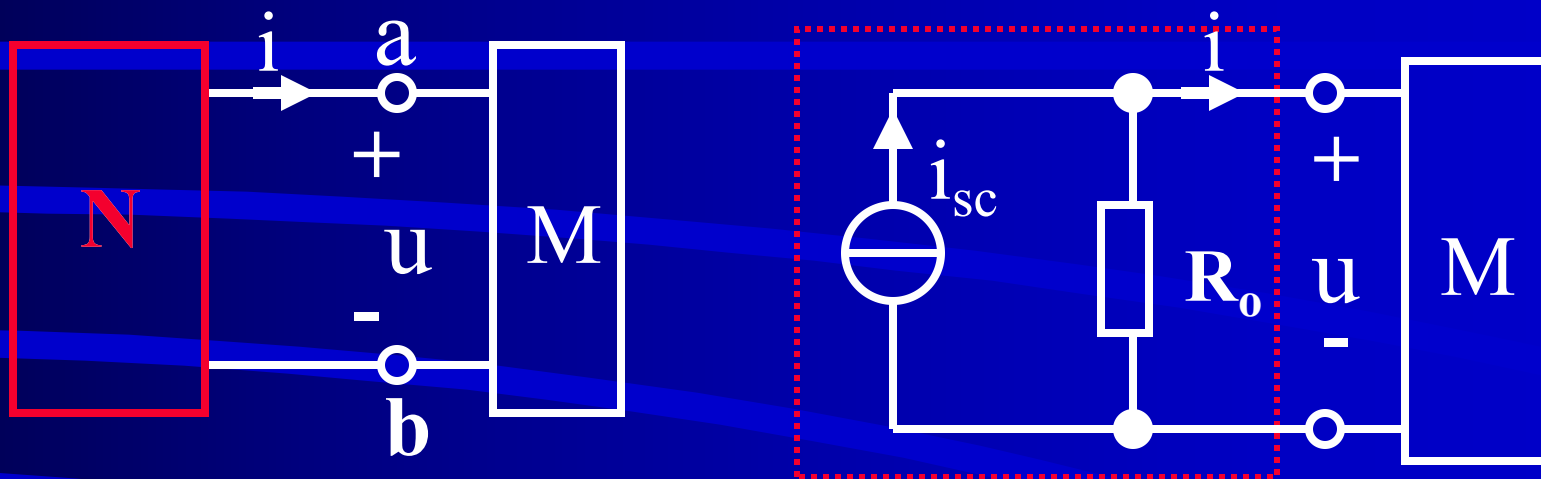
$$\rightarrow R_0 = \left(\frac{U_{oc}}{U_L} - 1 \right) \cdot R_L$$

$$\text{使 } U_L = \frac{1}{2} U_{oc}$$

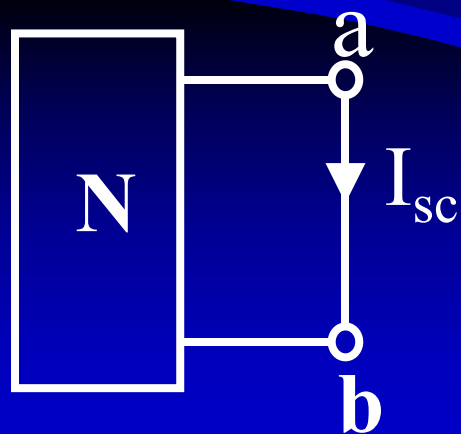
$$\text{则 } R_L = R_0$$

4.4 诺顿定理

一. 定义：线性含源单口网络 N ，就其端口来看，可以等效为一个电流源和一个电阻并联的组合。

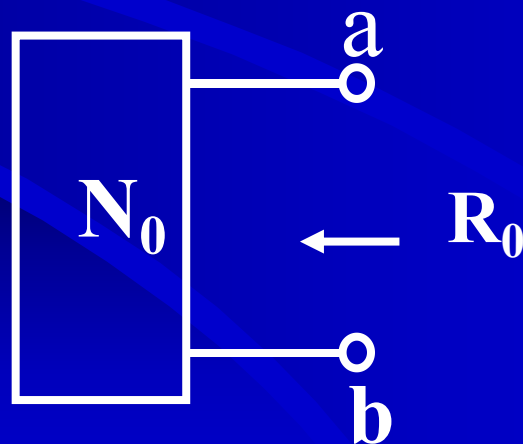


电流源电流 I_{sc}



等于网
络 N 的
短路电
流。

并联电阻 R_0



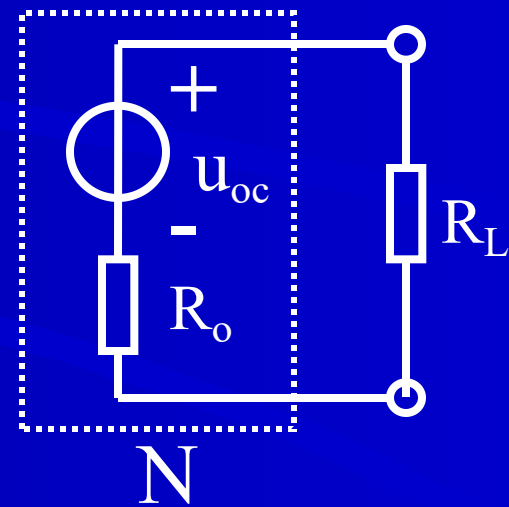
等于网络 N 中
所有独立源为
零值时所得网
络 N_0 的等效电
阻（与戴维南
等效电阻相同）

戴维南等效电路和诺顿等效电路的关系

1. 同一网络的戴维南等效电路和诺顿等效电路
端口处短路电流 I_{sc} 相同
端口处开路电压 U_{oc} 相同
2. 戴维南等效电路和诺顿等效电路可相互等效
3. 诺顿定理的解题步骤与戴维南定理相同

4.5 最大功率传输定理

线性单口网络传递给可变负载 R_L 的最大功率条件是：负载 R_L 应与戴维南（或诺顿）等效电阻相等。即 $R_L = R_o$ ，称最大功率匹配。此时负载得到最大的功率为：



$$P_{L\max} = \frac{u_{oc}^2}{4R_o} \quad \text{或:} \quad P_{L\max} = \frac{i_{sc}^2 R_o}{4}$$

例10:

1. $R_L = ?$ 时能获 $P_{L\max}$
2. 戴维南等效电路的效率 $\eta = ?$
3. 原电路的效率 $\eta = ?$

解:

$$U_{oc} = \frac{4}{3+4} 12 = \frac{48}{7} \text{ V}$$

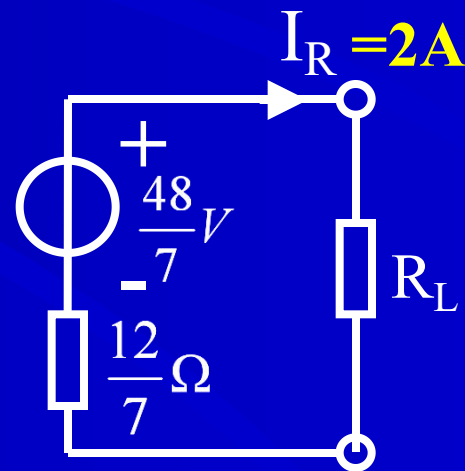
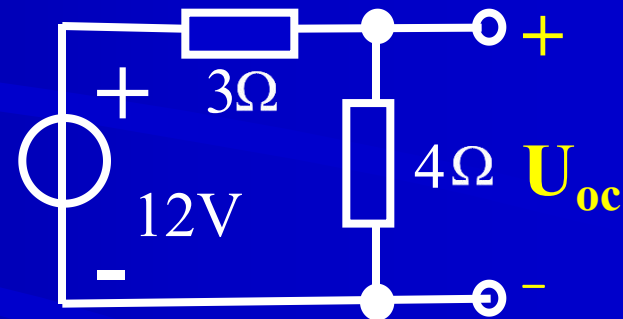
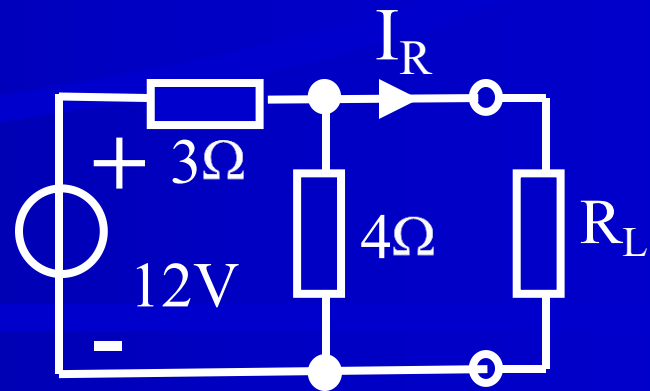
$$R_0 = 3 // 4 = \frac{12}{7} \Omega$$

1. 当 $R_L = 12/7 \Omega$ 时, 获最大功率

$$P_{L\max} = \frac{U_{oc}^2}{4R_0} = \frac{48}{7} = 6.86 \text{ W}$$

$$2. \quad I_R \cdot P_{R_0} = \frac{U_{oc}^2}{R_0} = 6.86 \text{ W}$$

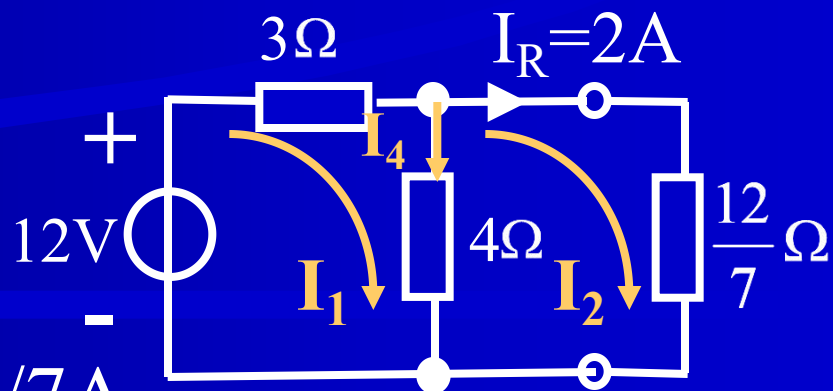
$$\eta' = \frac{P_{R_L}}{P_{R_0} + P_{R_L}} = 50\%$$



3.原电路中的值:

网孔法:
$$\begin{cases} (3+4)I_1 - 4I_2 = 12 \\ I_2 = I_R = 2 \text{ A} \end{cases}$$

解得: $I_1 = 20/7 \text{ A}$, $I_4 = I_1 - I_2 = 6/7 \text{ A}$



$$P_{3\Omega} = 3I_1^2 = 24.49 \text{ W}$$

$$P_{4\Omega} = 4I_4^2 = 2.93 \text{ W}$$

所以: $P_{\text{内电路}} = P_{3\Omega} + P_{4\Omega} = 27.42 \text{ W}$

$$P_L = (12/7) I_2^2 = 6.86 \text{ W}$$

$$P_s = -12I_1 = -12(20/7) = -34.28 \text{ W}$$

或: $P_s = P_{\text{内电路}} + P_L = -34.28 \text{ W}$

$$\eta = P_L / P_s = 6.86 / 34.28 = 20\%$$

所以: 当
 $R_L = R_0$ 时能
获最大功率,
但效率只有
20%。

4.8 对偶原理

利用对偶性有助于掌握电路的规律。

电压 \rightarrow 电流

电荷 \rightarrow 磁链

电阻 \rightarrow 电导

电感 \rightarrow 电容

短路 \rightarrow 开路

串联 \rightarrow 并联

$$C: i_c = C \frac{du_c}{dt}, \quad u_c = u_c(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i_c(\xi) d\xi$$

$$L: u_L = L \frac{di_L}{dt}, \quad i_L = i_L(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u_L(\xi) d\xi$$

$$W_C = \frac{1}{2} C u_c^2,$$

$$W_L = \frac{1}{2} L i_L^2$$

*

谢谢大家!

再见

再见!

