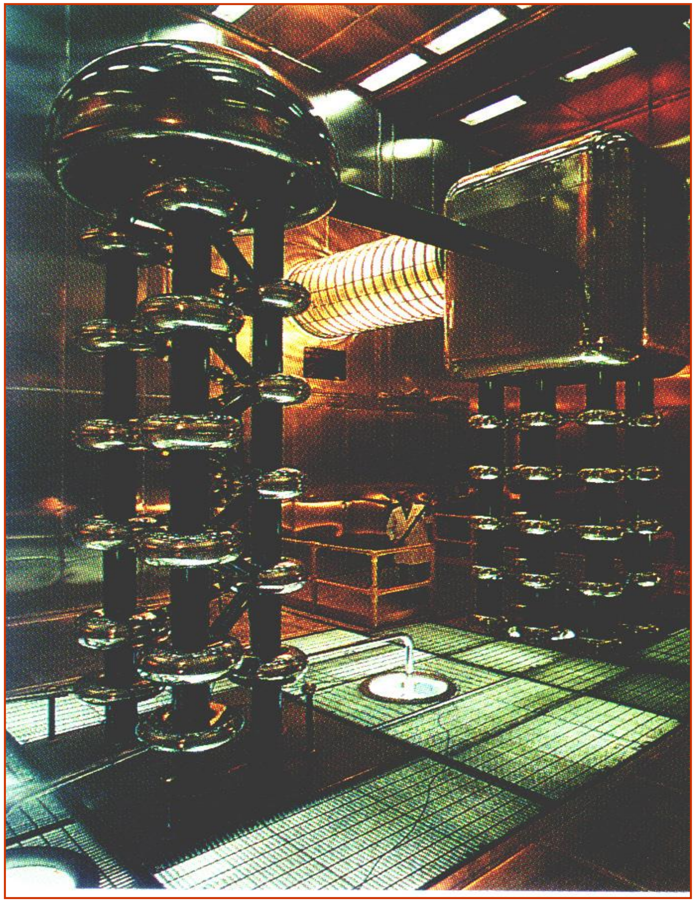
§ 7-4 静电场的环路定理　电势

静电场的环路定理 电势

静电场对移动带电体要做功，说明静电场具有能量。



高压发生器

一、静电场力所做的功

- 点电荷的电场

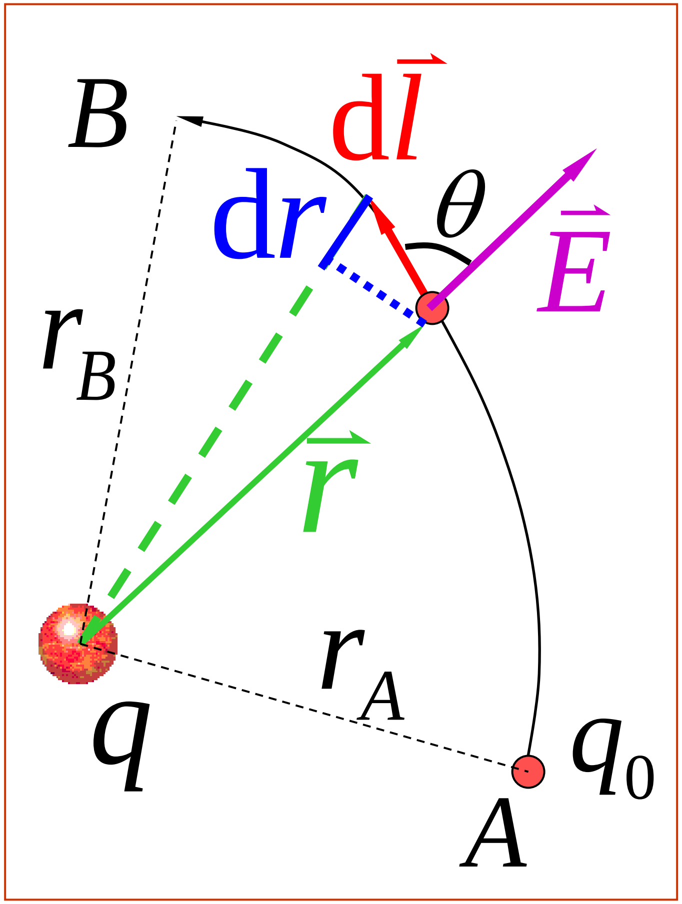
$$dA = q_0 \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{q q_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \vec{e}_r \cdot d\vec{l}$$

$$\vec{e}_r \cdot d\vec{l} = dl\cos\theta = dr$$

$$dA = \frac{q q_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr$$

$$A = \frac{q q_0}{4\pi\varepsilon_0} \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2}$$

$$= \frac{q q_0}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$



结果：A 仅与 q_0 的始末位置有关，与路径无关。

一、静电场力所做的功

- 任意电荷的电场（视为点电荷的组合）

$$\vec{E}=\sum_i \vec{E}_i$$

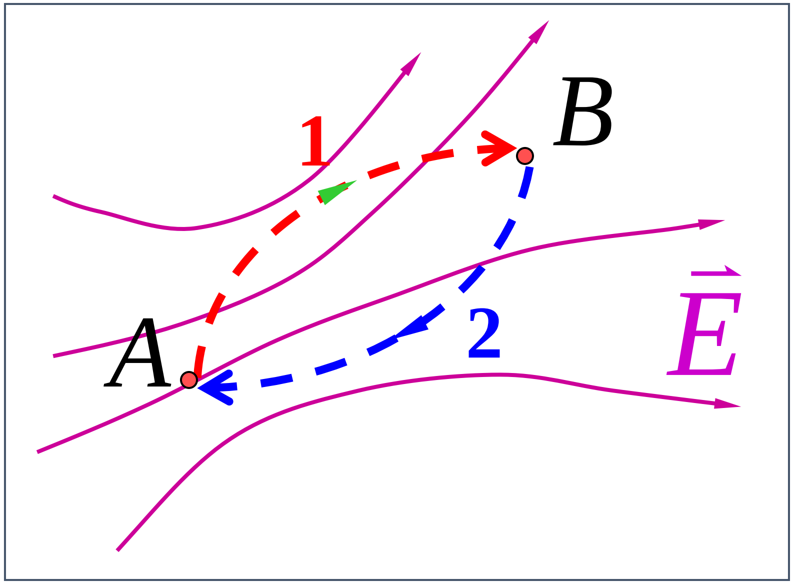
$$A=q_0\int_l \vec{E}\cdot d\vec{l}\ =\sum_i q_0\int_l \vec{E}_i\cdot d\vec{l}$$

结论： 静电场力做功仅与试验电荷的电量及路径的起点和终点位置有关，而与路径无关。静电场力是保守力，静电场是保守场。

二、静电场的环路定理

$$q_0 \int_{A1B} \vec{E}\cdot d\vec{l} = q_0 \int_{A2B} \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$$q_0 \left(\int_{A1B} \vec{E}\cdot d\vec{l} + \int_{B2A} \vec{E}\cdot d\vec{l} \right) = 0$$



$$\boxed{\oint_l \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0}$$

静电场的环路定理

在静电场中，场强沿任意闭合路径的线积分（称为场强的环流）恒为零。

三、电势能

静电场是保守场，静电场力是保守力. 静电场力所做的功就等于电荷电势能增量的负值.

$$A_{A\to B}=\int_A^B q_0\vec{E}\cdot d\vec{l}=W_A-W_B$$

$$A_{AB}\begin{cases}>0, & W_B<W_A\\<0, & W_B>W_A\end{cases}$$

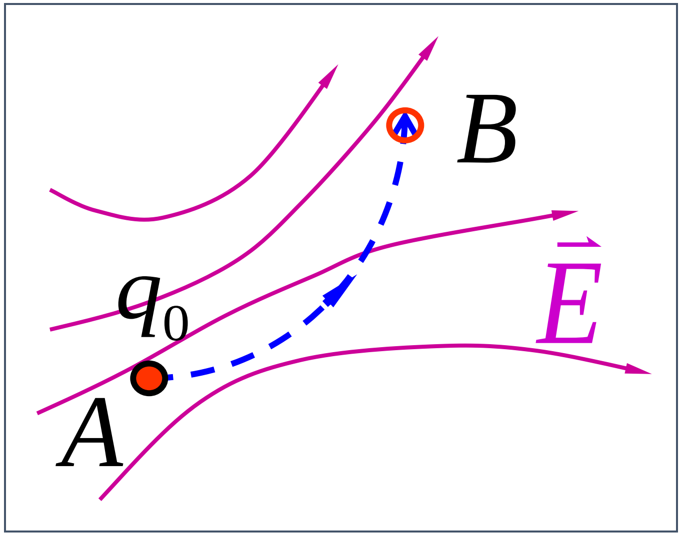
令 $W_B=0$ $\qquad W_A=\int_A^B q_0\vec{E}\cdot d\vec{l}$

试验电荷 q_0 在电场中某点的电势能，在数值上就等于把它从该点移到零势能处静电场力所作的功.

电势能的大小是相对的，电势能的差是绝对的.

四、电势

$$\int_A^B q_0\vec{E}\cdot d\vec{l}=W_A-W_B$$



$$\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l}=\boxed{\frac{W_A}{q_0}}-\boxed{\frac{W_B}{q_0}}$$

(积分大小与 q_0无关)

B点电势 $V_B=\boxed{\dfrac{W_B}{q_0}}$

$V_A=\boxed{\dfrac{W_A}{q_0}}$ A点电势

$$V_A=\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l}+V_B$$

（V_B为参考电势，值任选）

$$V_A=\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l}+V_B$$

令 $V_B=0$ $\quad V_A=\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l}$

$$\boxed{V_A=\int_A^{V=0\text{点}} \vec{E}\cdot d\vec{l}}$$

- 电势零点选择方法：有限带电体以无穷远为电势零点，实际问题中常选择地球电势为零.

$$\boxed{V_A=\int_A^{\infty} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}}$$

- 物理意义 把单位正试验电荷从点 A移到无穷远时，静电场力所作的功.

- 电势差 $\boxed{U_{AB}=V_A-V_B=\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l}}$

- 电势差 $$U_{AB}=V_A-V_B=\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

（将单位正电荷从 A 移到 B 电场力作的功.）

注意

电势差是绝对的，与电势零点的选择无关；

电势大小是相对的，与电势零点的选择有关.

- 静电场力的功 $A_{AB}=q_0V_A-q_0V_B=q_0U_{AB}$

- 单位：伏特 （V）

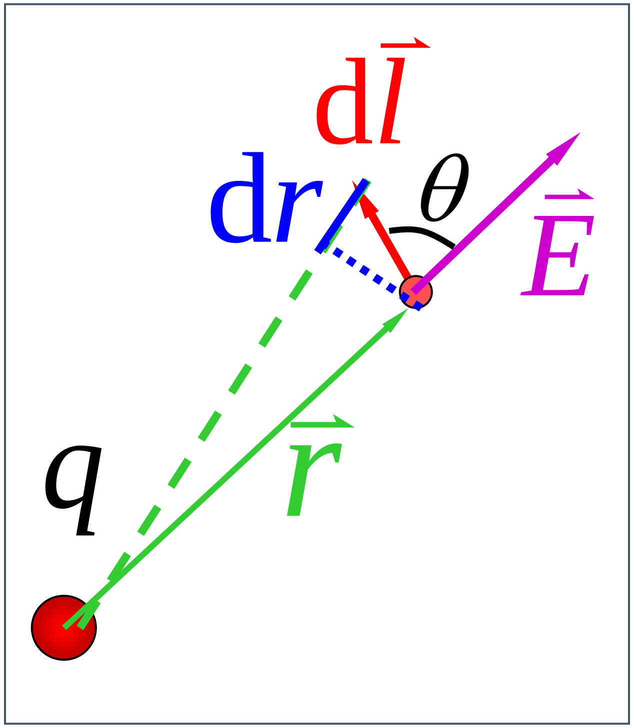
注：原子物理中能量单位 $1eV=1.602\times10^{-19}J$

点电荷的电势

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r \quad \text{令}\ V_\infty = 0$$

$$V = \int_r^\infty \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r \cdot d\vec{l}$$

$$= \int_r^\infty \frac{q dr}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$



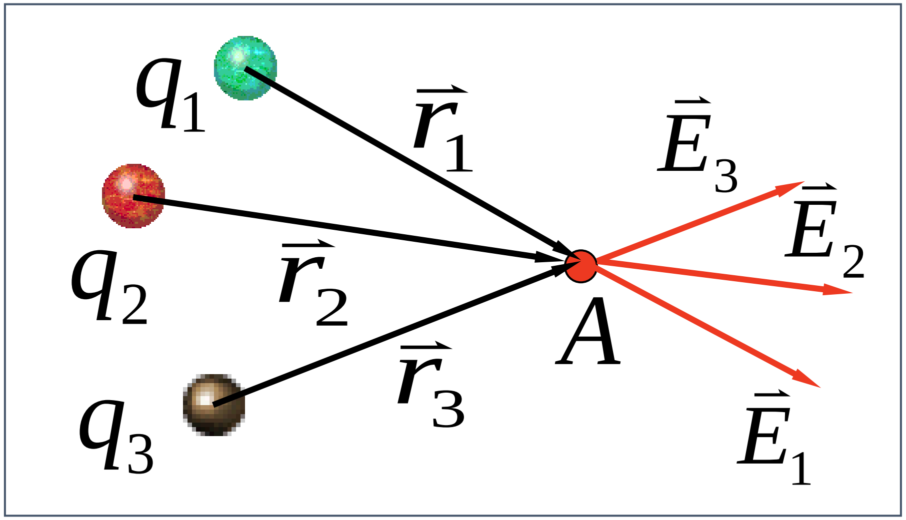
$$\boxed{V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}}$$

$$\begin{cases} q > 0, & V > 0 \\ q < 0, & V < 0 \end{cases}$$

电势的叠加原理

- 点电荷系

$$\vec{E}=\sum_i \vec{E}_i$$

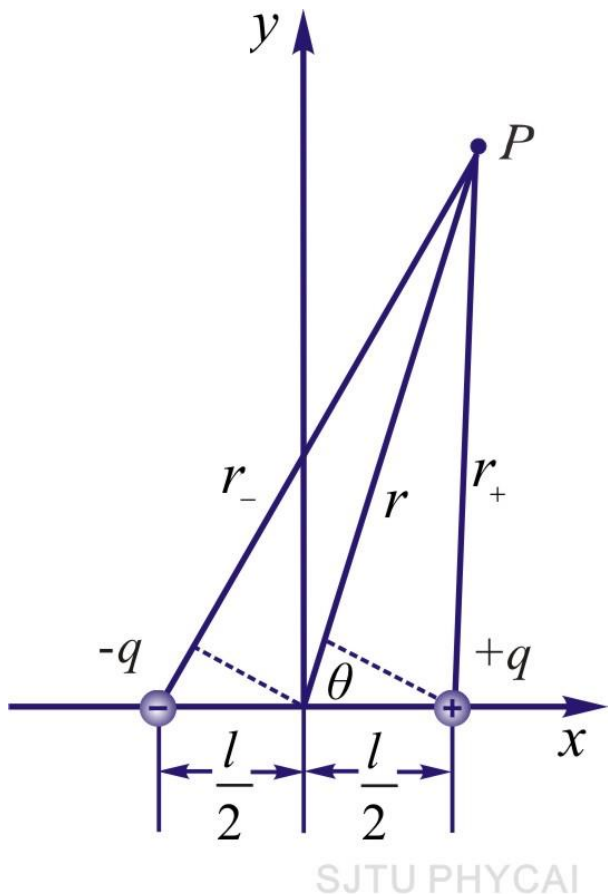


$$V_A=\int_A^{\infty}\vec{E}\cdot d\vec{l}=\sum_i\int_A^{\infty}\vec{E}_i\cdot d\vec{l}$$

$$\boxed{V_A=\sum_i V_{Ai}=\sum_i \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i}}$$

例7-11 电偶极子的电势 试计算电偶极子电场中任一点P（$r \gg l$）的电势。

解： 设电偶极子如图放置，电偶极子的电场中任一点P的电势为



$$V_P = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_+} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_-}$$

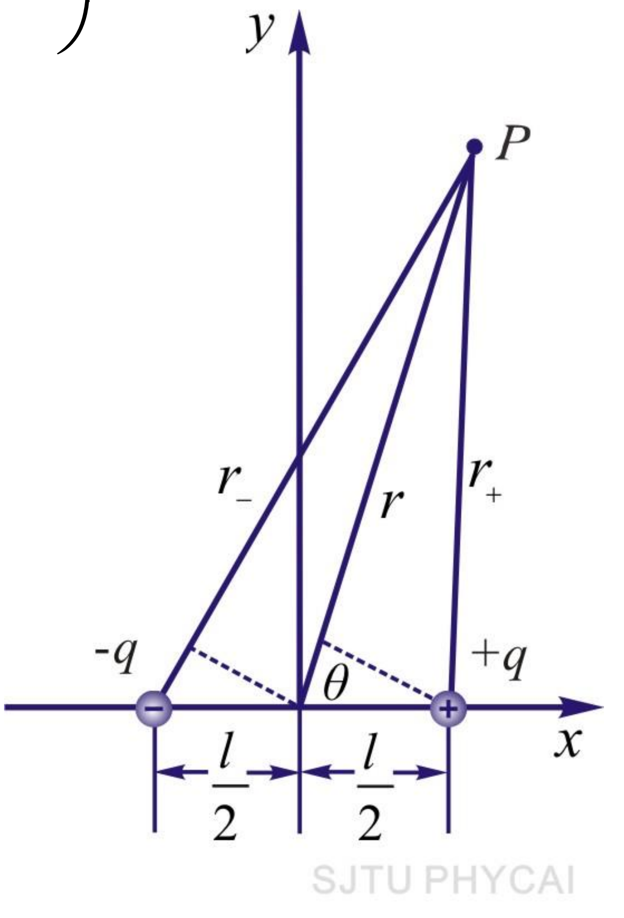
由于 $r \gg l$，

$$r_+ \approx r - \frac{l}{2}\cos\theta$$

$$r_- \approx r + \frac{l}{2}\cos\theta$$

$$V_P=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r-\frac{l}{2}\cos\theta}-\frac{q}{r+\frac{l}{2}\cos\theta}\right)$$

$$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{ql\cos\theta}{r^2-\left(\frac{l}{2}\cos\theta\right)^2}$$

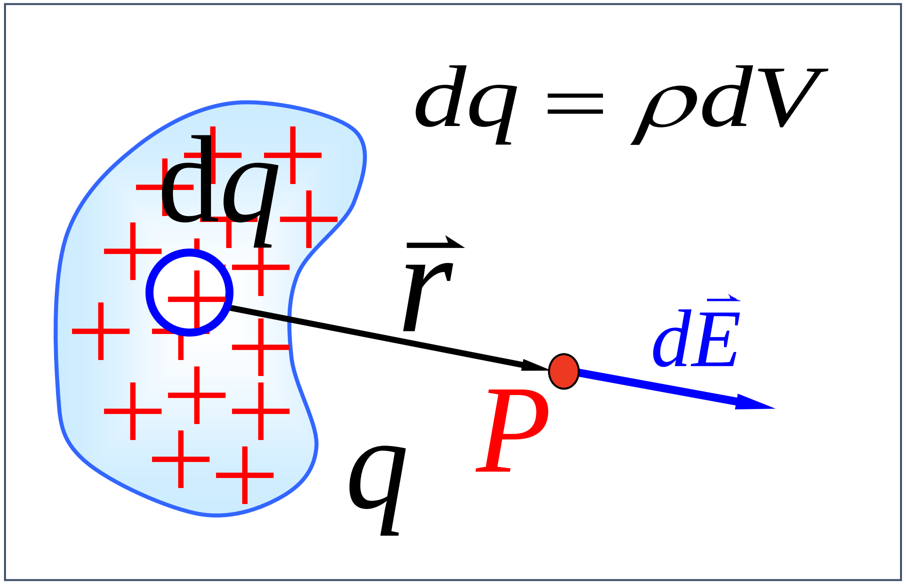


由于 $r \gg l$,

$$V_P=\frac{ql\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=\frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

- 电荷连续分布

$$dV_P = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r}$$



$$\boxed{V_P = \int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r}}$$

对于线电荷分布：$V_P = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\displaystyle\int_L \frac{\lambda dl}{r}$

对于面电荷分布：$V_P = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\displaystyle\iint_S \frac{\sigma dS}{r}$

对于体电荷分布：$V_p = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\displaystyle\iiint_V \frac{\rho dV}{r}$

小结

求电势的方法

（1）电势叠加法

利用 $V_P = \int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r}$

（利用了点电荷电势 $V = q / 4\pi\varepsilon_0 r$ ，这一结果已选无限远处为电势零点，即使用此公式的前提条件为有限大带电体且选无限远处为电势零点.）

（2）场强积分法

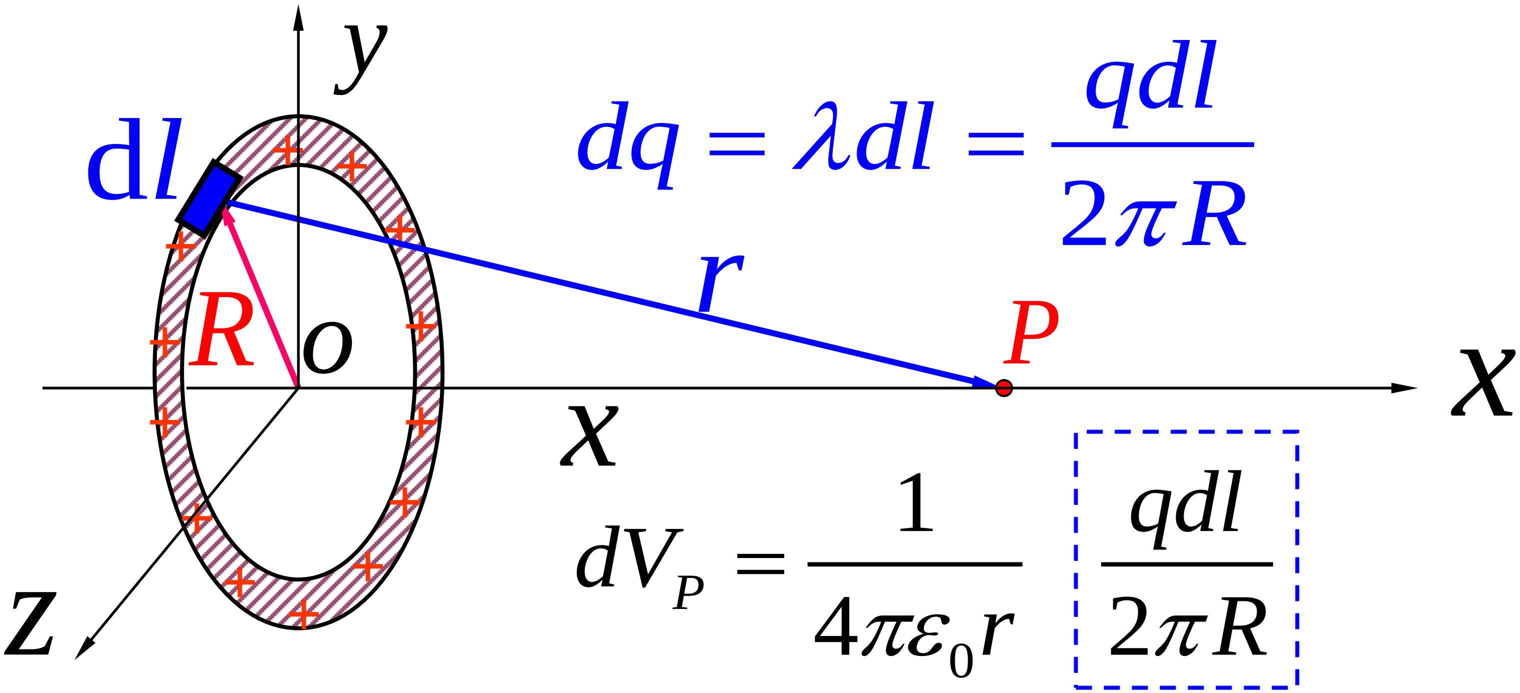
若已知在积分路径上 $\vec{E}$ 的函数表达式，

则 $V_A = \int_A^{V=0点} \vec{E} \cdot d\vec{l}$

电势计算例题

- 均匀带电圆环、薄圆盘轴线上的电势分布
- 均匀带电球面内外空间的电势分布
- 均匀带电直线的电势分布

例： 正电荷 q 均匀分布在半径为 R 的细圆环上. 求圆环轴线上距环心为 x 处点 P 的电势.



$$dq = \lambda dl = \frac{qdl}{2\pi R}$$

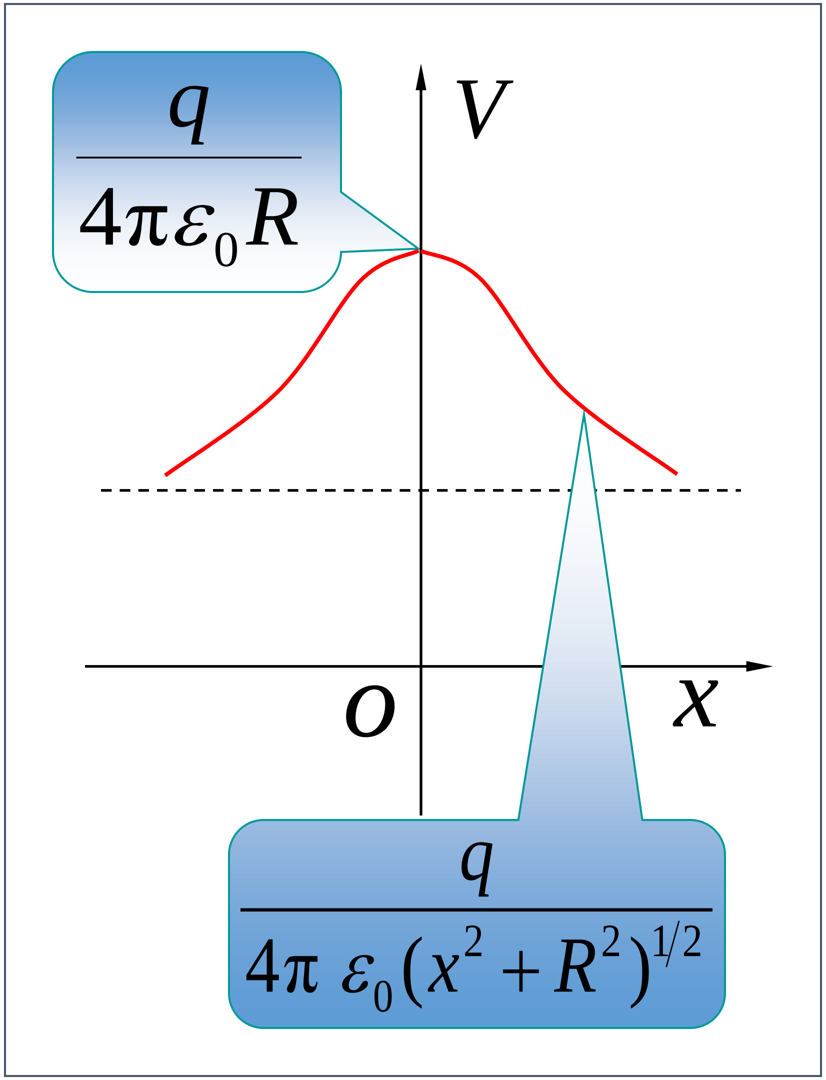
$$dV_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r} \boxed{\frac{qdl}{2\pi R}}$$

$$V_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r}\oint \frac{qdl}{2\pi R} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+R^2}}$$

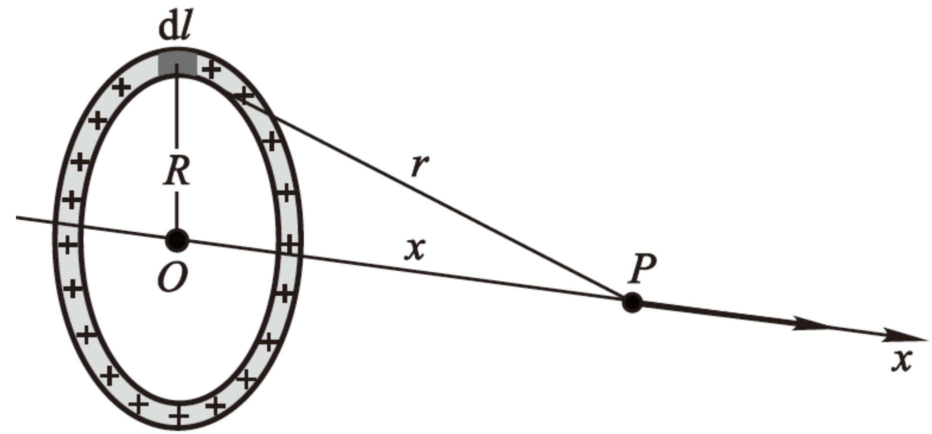
$$V_P = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+R^2}}$$

讨 论

$$\left\{\begin{array}{l} x=0, \quad V_0 = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R} \\ x>>R, \quad V_P = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 x} \end{array}\right.$$



解法二：



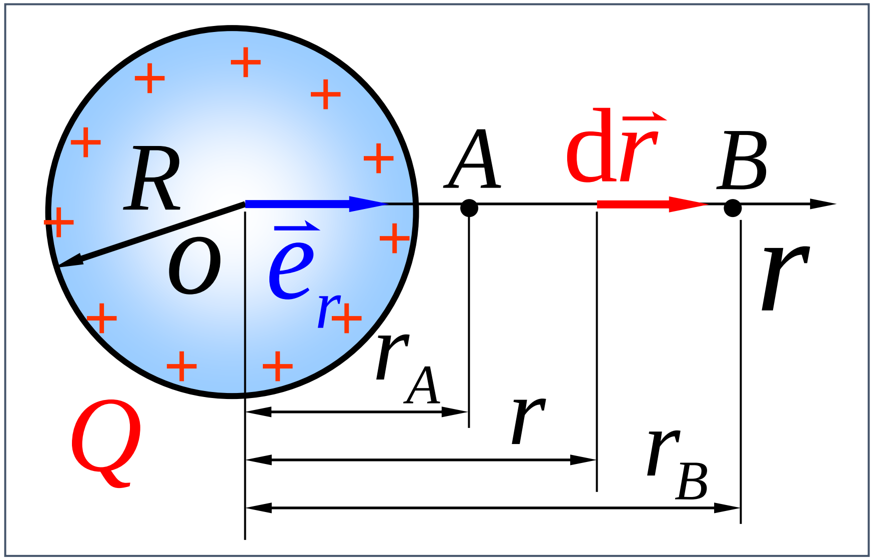
$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qx}{\left(x^2+R^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$V_P=\int_x^{\infty}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_x^{\infty}\frac{x\mathrm{d}x}{\left(x^2+R^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+R^2}}$$

例：均匀带电球壳的电势.

真空中，有一带电为 Q ，半径为 R 的带电球壳. 试求径向（1）球壳外两点间的电势差；（2）球壳内两点间的电势差；（3）球壳外任意点的电势；（4）球壳内任意点的电势.



解 $\begin{cases} r < R, & \vec{E}_1 = 0 \\ r \geq R, & \vec{E}_2 = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r \end{cases}$

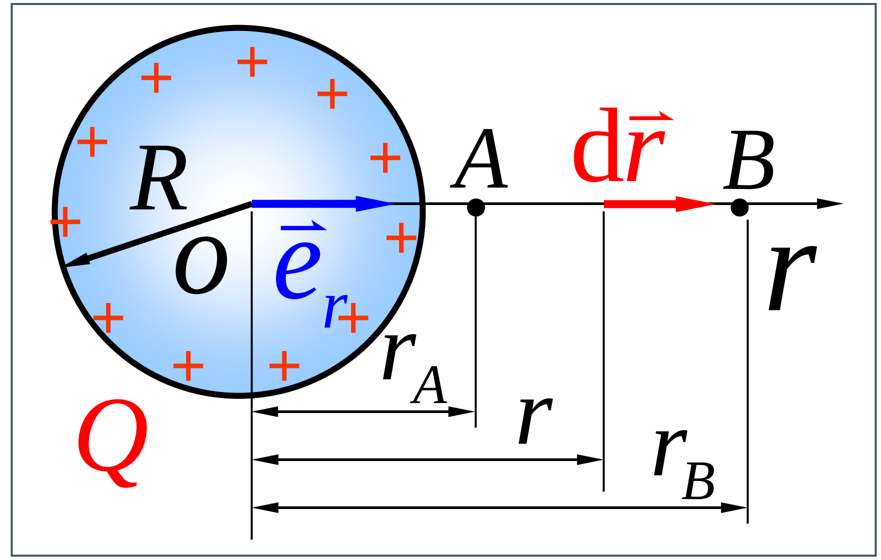
（1） $V_A - V_B = \int_{r_A}^{r_B} \vec{E}_2 \cdot d\vec{r}$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_A}^{r_B}\frac{dr}{r^2}\vec{e}_r\cdot\vec{e}_r = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_A}-\frac{1}{r_B}\right)$$

（2） $r < R$

$$V_A - V_B = \int_{r_A}^{r_B} \vec{E}_1 \cdot d\vec{r} = 0$$

（3） $r > R$



令 $r_B \to \infty, \quad V_\infty = 0$

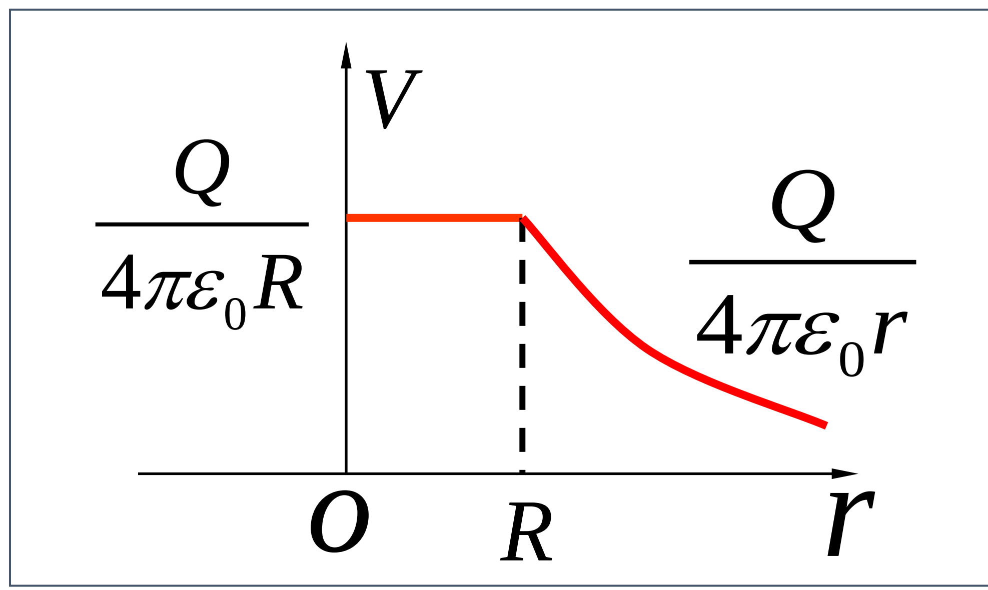
- 由 $V_A - V_B = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}(\dfrac{1}{r_A} - \dfrac{1}{r_B})$ 可得 $V_{外}(r) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

- 或 $V_{外}(r) = \int_r^\infty \vec{E}_2 \cdot d\vec{r} = \int_r^\infty \dfrac{Q}{4\ \pi\varepsilon_0 r^2} dr = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

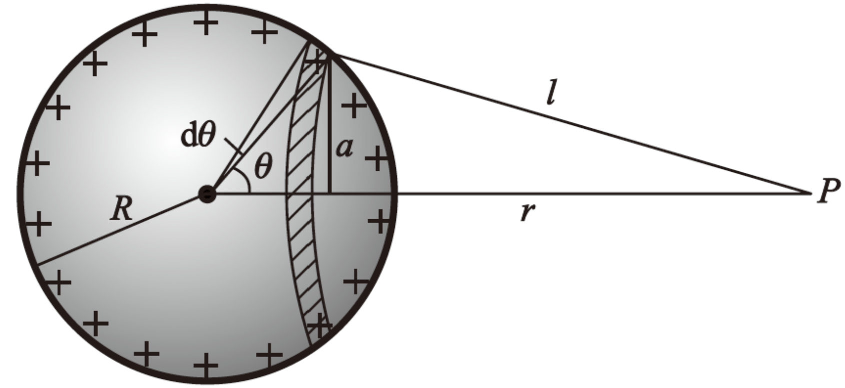
（4） $r < R$

- 由 $V_{外}(r) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ 可得 $V(R) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$
- 或 $V_{内}(r) = \int_r^R \vec{E}_1 \cdot d\vec{r} + \int_R^\infty \vec{E}_2 \cdot d\vec{r} = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

$$\begin{cases} V_{外}(r) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} \\ V_{内}(r) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} \end{cases}$$



解法二：



取一半径为*a*的圆环

$$\mathrm{d}q=\frac{q}{4\pi R^2}\mathrm{d}S=\frac{q}{4\pi R^2}2\pi aR\mathrm{d}\theta$$

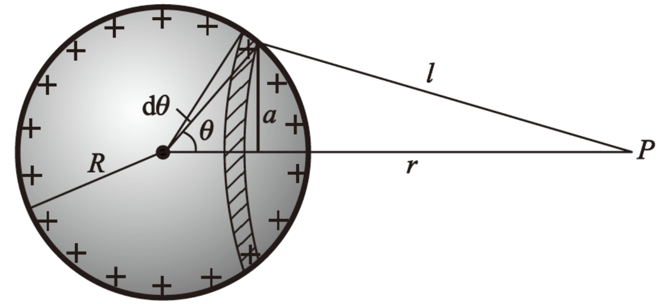
在*P*点产生的电势 $\mathrm{d}V=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 l}=\frac{qa\mathrm{d}\theta}{8\pi\varepsilon_0 Rl}$

$$l^2=R^2+r^2-2Rr\cos\theta$$

两边微分 $l\mathrm{d}l=Rr\sin\theta\mathrm{d}\theta \xRightarrow{a=R\sin\theta} l\mathrm{d}l=ra\mathrm{d}\theta$

$$\Longrightarrow \quad \mathrm{d}V=\frac{q}{8\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}l}{Rr}$$

$$\mathrm{d}V = \frac{q}{8\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}l}{Rr}$$

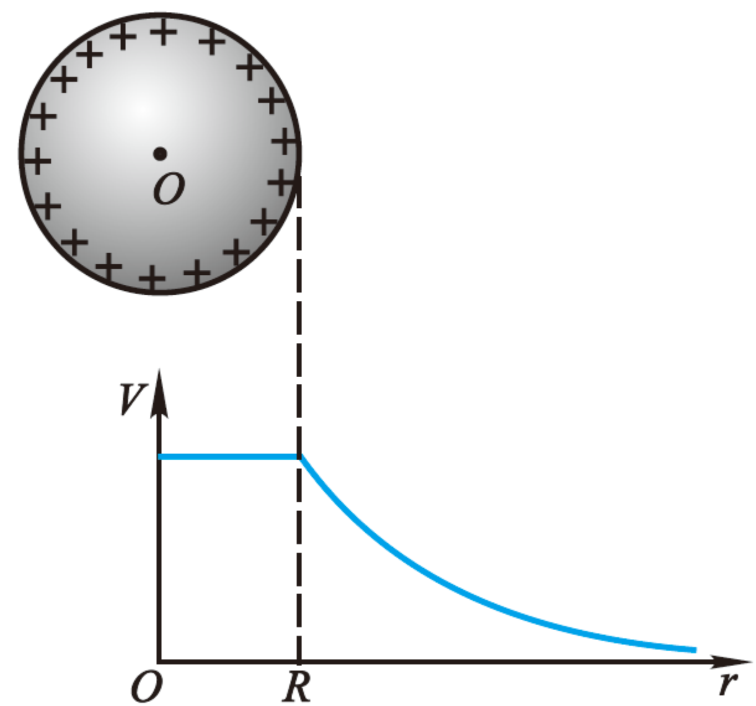


***r*≥*R*时：**

$$V_P = \int_{r-R}^{r+R}\frac{q}{8\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}l}{Rr} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

***r* <*R*时：**

$$V_P = \int_{R-r}^{r+R}\frac{q}{8\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}l}{Rr} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$



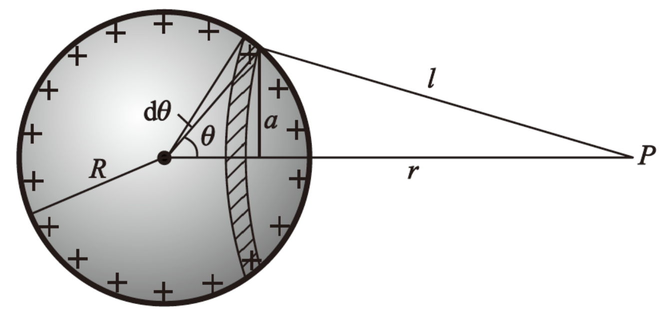
$$\mathrm{d}V=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 l}=\frac{qa\mathrm{d}\theta}{8\pi\varepsilon_0 Rl}$$

$$l^2=R^2+r^2-2Rr\cos\theta$$

$$a=R\sin\theta$$

$$dV=\frac{qR\sin\theta\, d\theta}{8\pi\varepsilon_0 R\sqrt{R^2+r^2-2Rr\cos\theta}}$$

$$V=\int_0^{\pi}\frac{qR\sin\theta\, d\theta}{8\pi\varepsilon_0 R\sqrt{R^2+r^2-2Rr\cos\theta}}$$

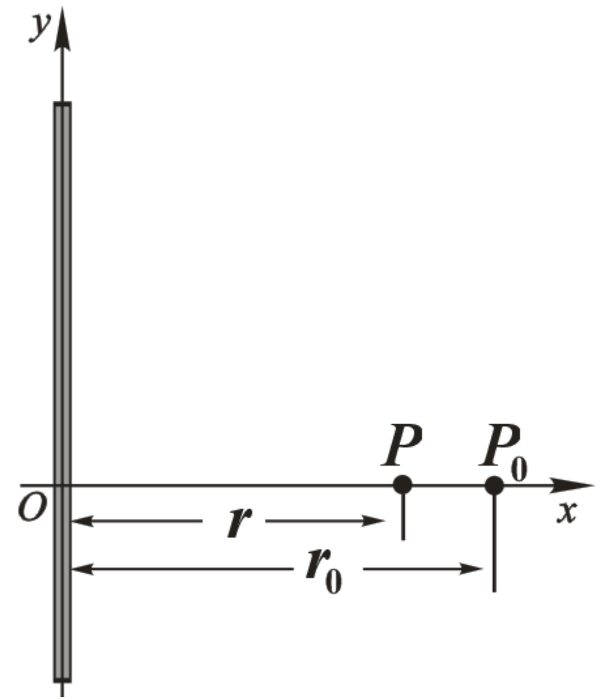


$$=\frac{q\sqrt{(R+r)^2}}{8\pi\varepsilon_0 Rr}-\frac{q\sqrt{(R-r)^2}}{8\pi\varepsilon_0 Rr}$$

P点在球壳外，R<r， $V=\frac{q(R+r)}{8\pi\varepsilon_0 Rr}-\frac{q(r-R)}{8\pi\varepsilon_0 Rr}=\frac{2qR}{8\pi\varepsilon_0 Rr}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

P点在球壳内 ，R>r， $V=\frac{q(R+r)}{8\pi\varepsilon_0 Rr}-\frac{q(R-r)}{8\pi\varepsilon_0 Rr}=\frac{2qr}{8\pi\varepsilon_0 Rr}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

例：“无限长”带电直导线的电势



解　　能否选 $V_\infty = 0$ ？

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

$$V_P - V_{P_0} = \int_r^{r_0} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_r^{r_0} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} \mathrm{d}r$$

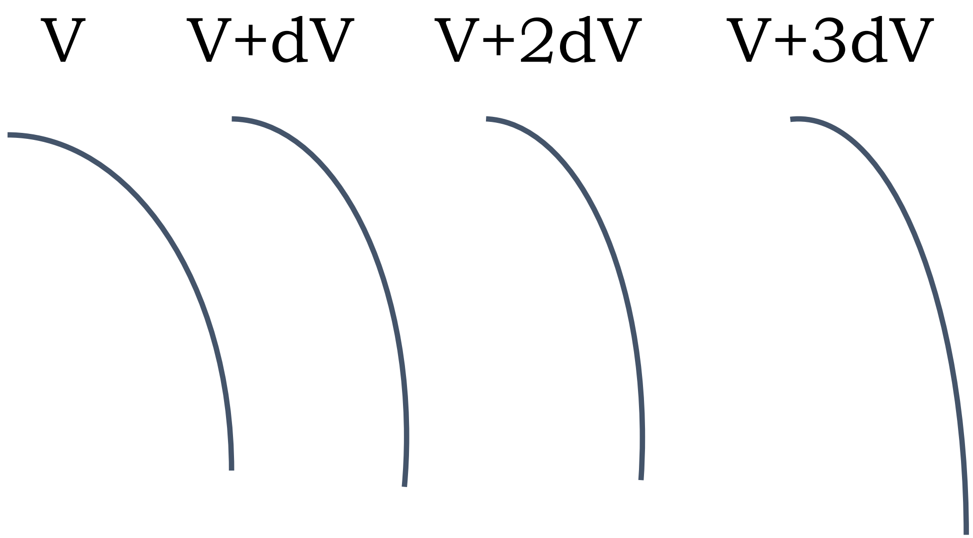
$$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln r \Big|_r^{r_0} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{r_0}{r}$$

如果势能零点在 r_0=1m，则 $V_P = \dfrac{-\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln r$

等势面电场与电势梯度的关系

一、等势面（电势图示法）

空间电势相等的点连接起来所形成的面称为等势面。为了描述空间电势的分布，规定任意两相邻等势面间的电势差相等。



- 在静电场中，电荷沿等势面移动电场力做功为零。

q_0在等势面上移动，$\vec{E}$ 与 $d\vec{l}$ 成 θ 角。

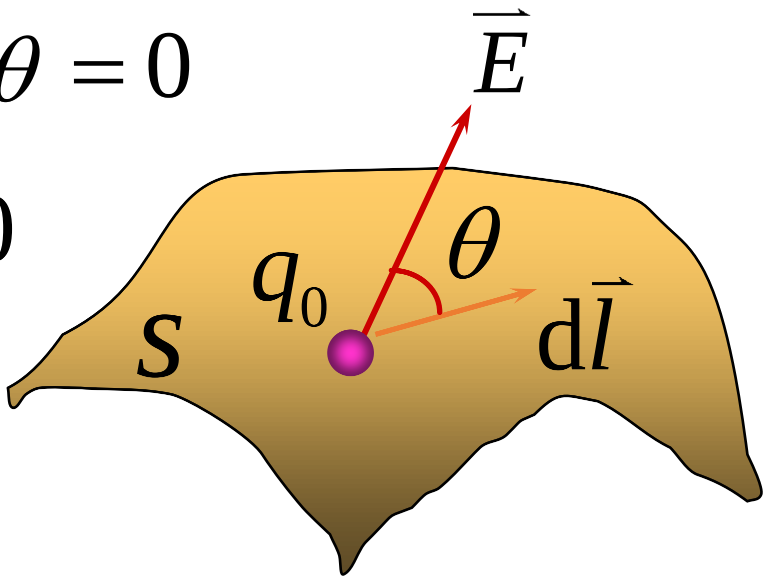
在等势面上移动不作功

$$dA = q_0 \vec{E} \cdot d\vec{l} = q_0 E \cdot dl \cdot \cos\theta = 0$$

$$q_0 \neq 0 \qquad E \neq 0 \qquad dl \neq 0$$

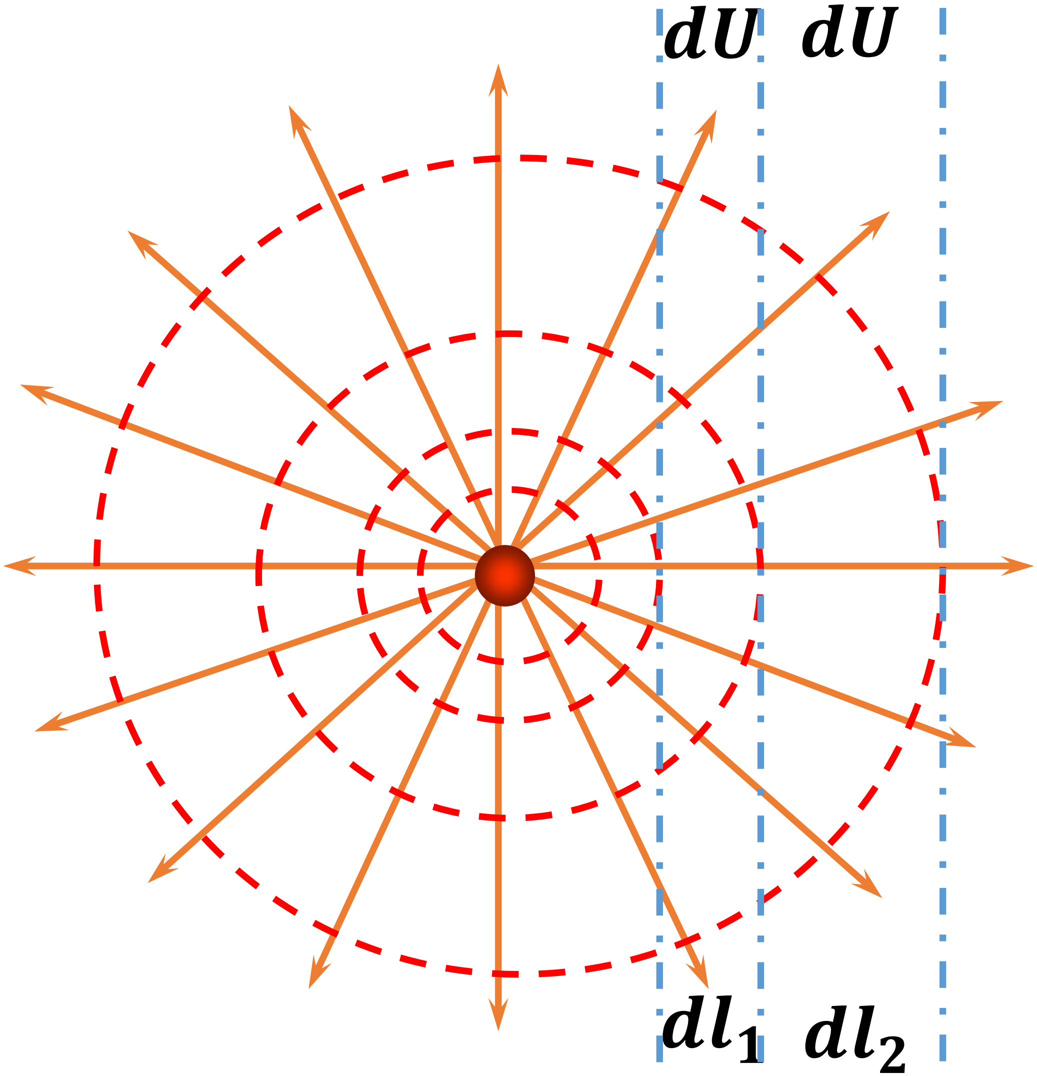
$$\therefore \quad \cos\theta = 0$$

即 $\boxed{\vec{E} \perp d\vec{l}}$



结论：在静电场中，电场线与等势面垂直即电场线是和等势面正交的曲线簇。

● 按规定，电场中任意两相邻等势面之间的电势差相等，即等势面的疏密程度同样可以表示场强的大小。



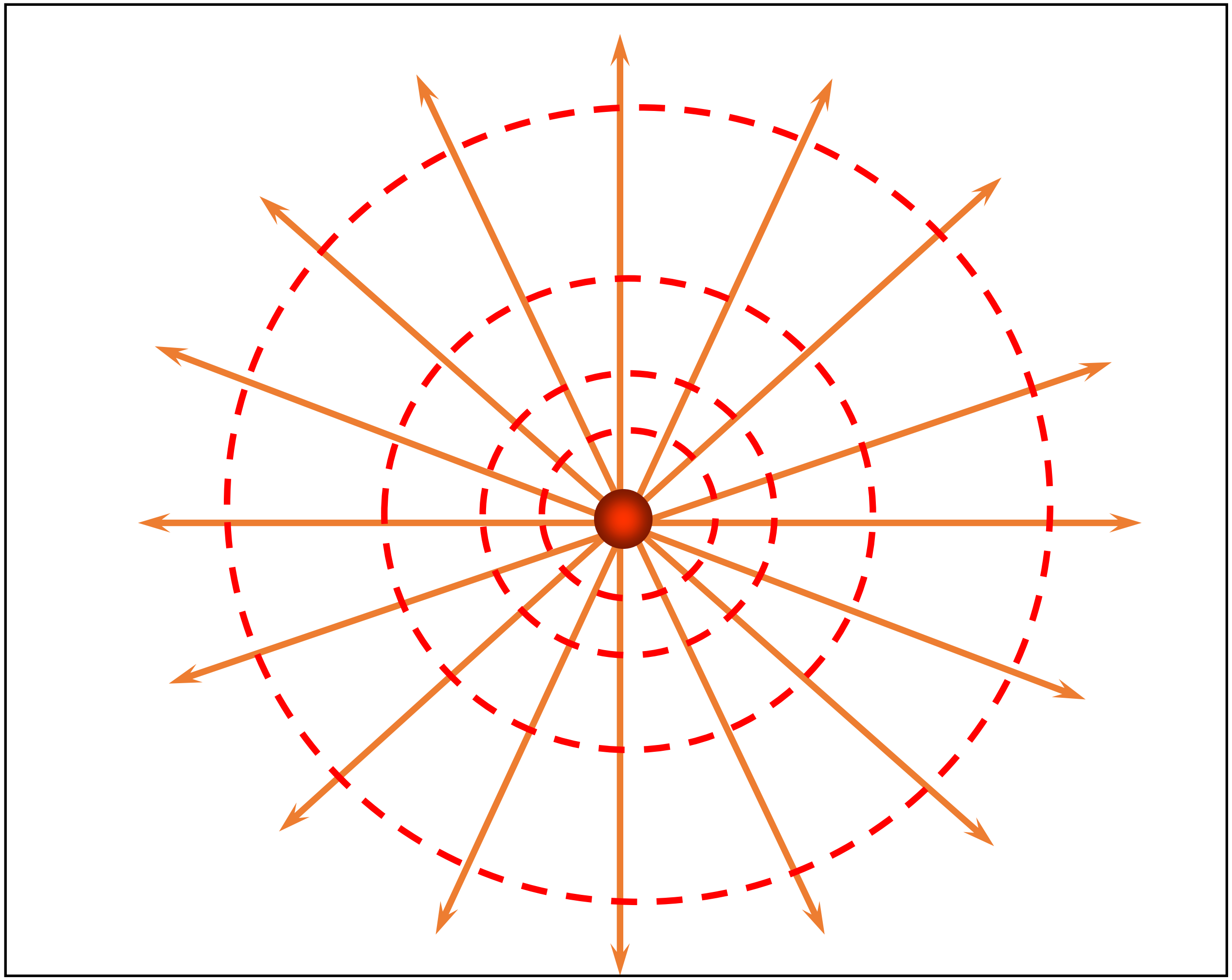
$$dU = Edl$$

$$E_1 > E_2$$

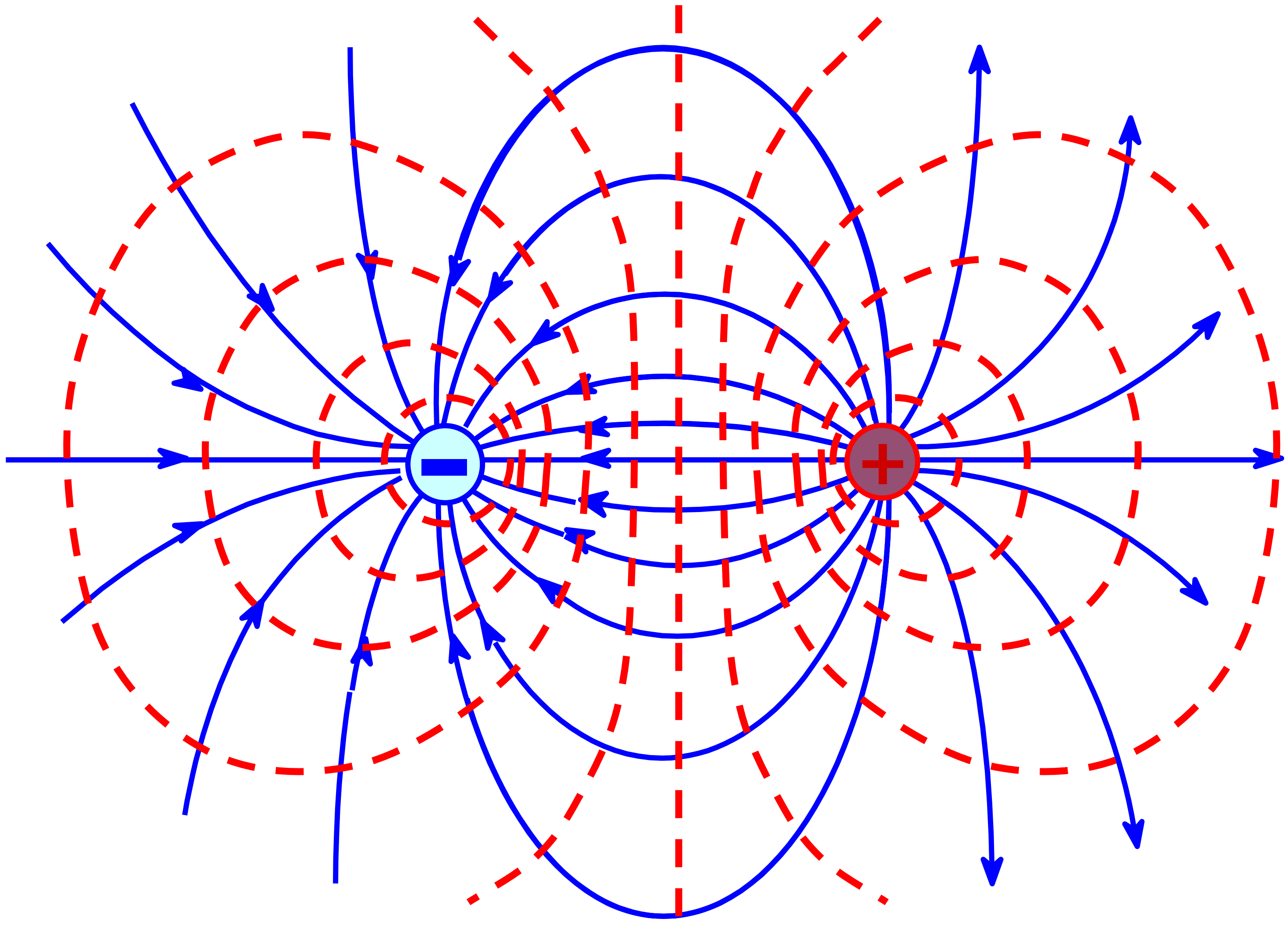
$$dl_1 < dl_2$$

典型等势面

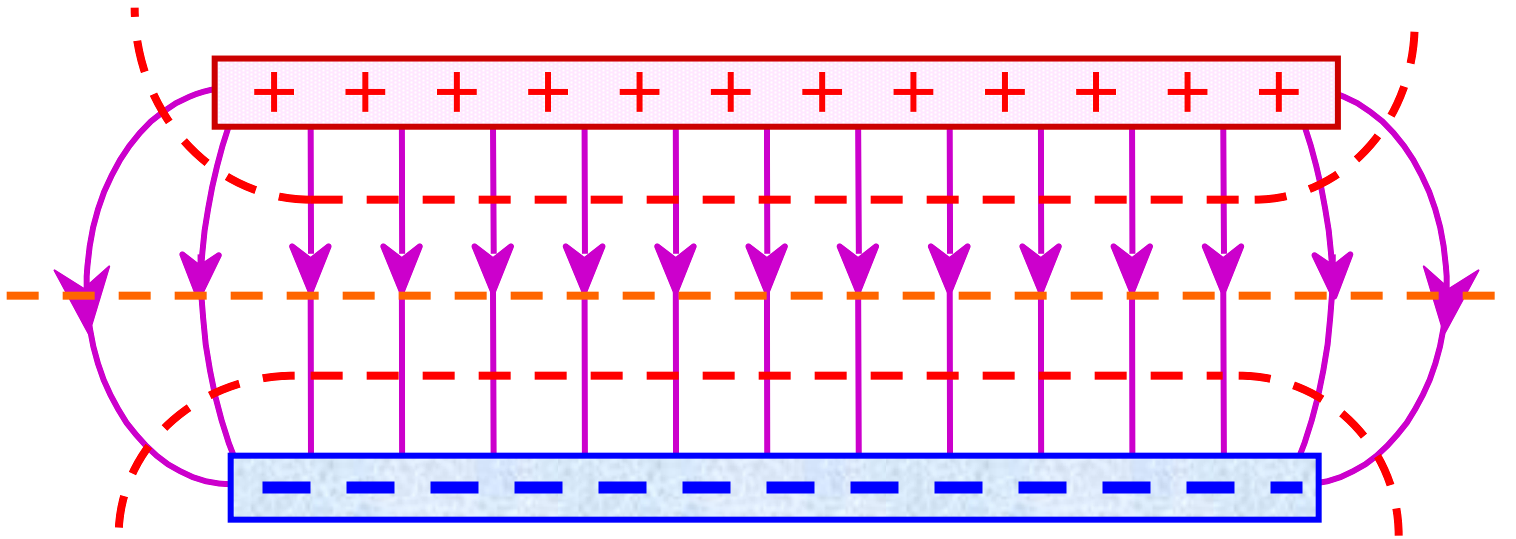
点电荷的电场线和等势面



电偶极子的电场线和等势面



两平行带电平板的电场线和等势面



§7-5 电场强度与电势梯度的关系

二、电场强度与电势梯度的关系

在电场中任取两相距很近的等势面 1 和 2 ，电势分别为 V 和 V+ dV ，且 dV>0

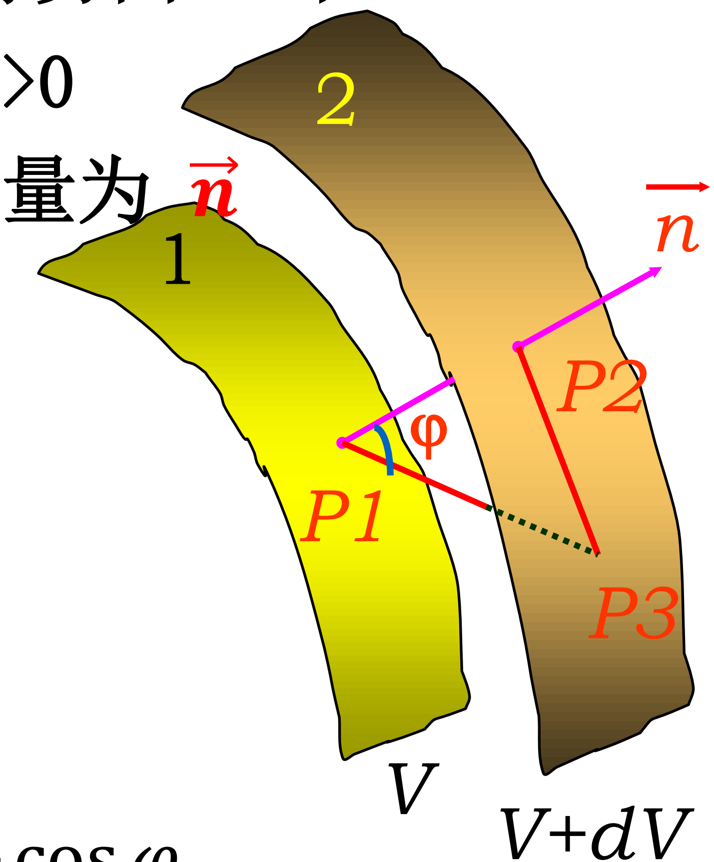
等势面 1 上 P1 点的单位法向矢量为 $\vec{n}$

与等势面 2 正交于 P2 点。

在等势面 2 任取一点 P3 ，

设

$$\overline{p_1p_2} = dn\,,\quad \overline{p_1p_3} = dl$$



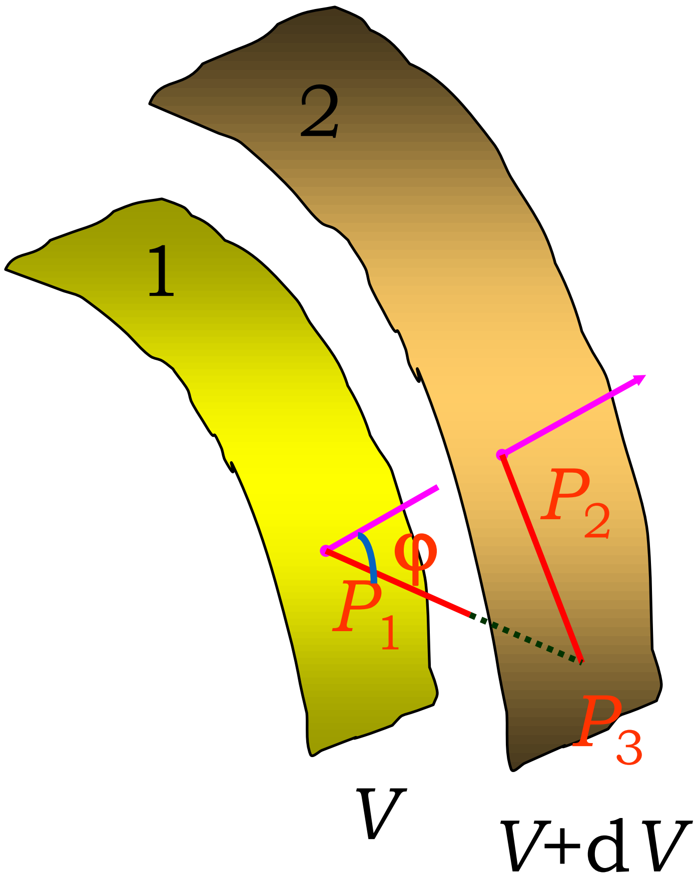
则 $dn = dl \cdot \cos\varphi$ ， $\dfrac{dV}{dl} = \dfrac{dV}{dn}\cos\varphi$

定义电势梯度

$$gradV = \nabla V = \frac{dV}{dn}\vec{n}$$

- 其量值为该点电势增加率的最大值。

- 方向与等势面垂直，并指向电势升高的方向。



电荷 q 从等势面 1 移动到等势面 2，电场力做功

$$\vec{E} = E\vec{n}$$

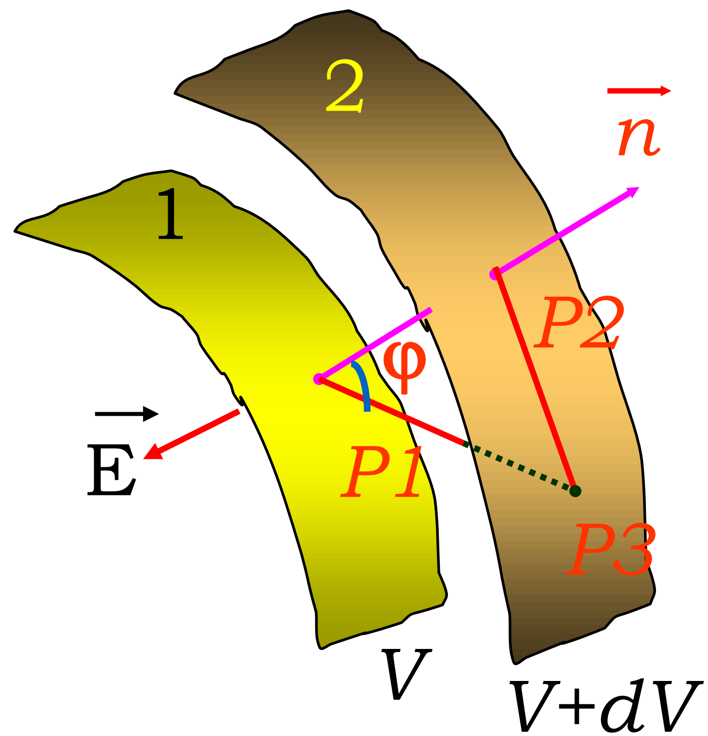
$$dA = q\vec{E}\cdot d\vec{l} = qE\cdot\vec{n}\cdot d\vec{l} = qEdl\cos\varphi = qE\cdot dn$$

电场力做功等于电势能的减少量

$$\mathrm{d}A = V_1 - V_2 = -q\cdot\mathrm{d}V$$

$$\therefore \qquad E = -\frac{dV}{dn}$$

场强与等势面垂直，但指向电势降低的方向。

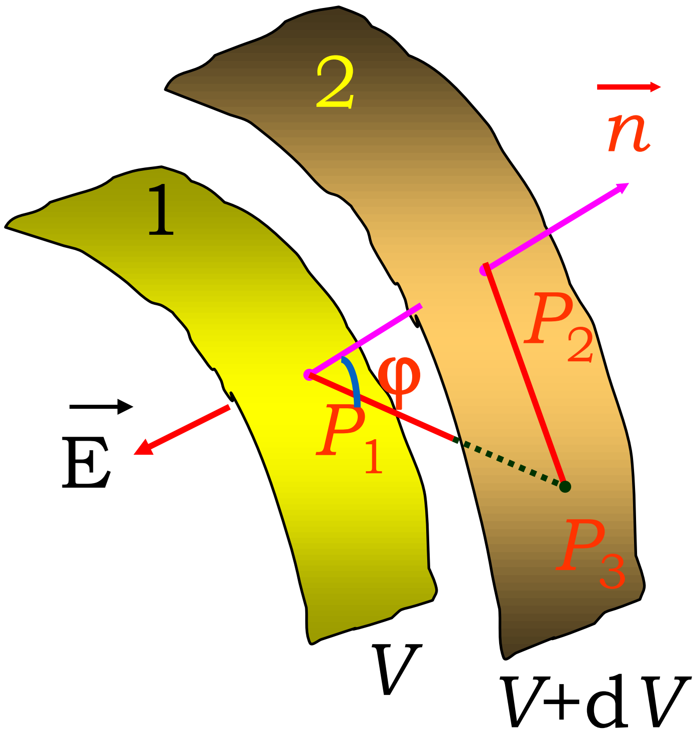


写成矢量形式

$$\vec{E}=-\frac{dV}{dn}\vec{n}=-gradV=-\nabla V$$ （电势负梯度）

在直角坐标系中

$$\vec{E}=-(\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i}+\frac{\partial V}{\partial y}\vec{j}+\frac{\partial V}{\partial z}\vec{k})$$



大小 $\left|\vec{E}\right|=\left|\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}n}\right|$

方向 与 $\vec{n}$ 相反，由高电势处指向低电势

小结：

- 电场线与等势面处处正交；
- 等势面密处电场强度大，等势面疏处电场强度小；
- 空间某点电场强度的大小取决于该点附近电势的空间变化率；
- 电场强度的方向恒指向电势降落的方向。

求 $\vec{E}$ 的三种方法

利用电场强度叠加原理

利用高斯定理

利用电势与电场强度的关系

三、场强与电势梯度的关系应用

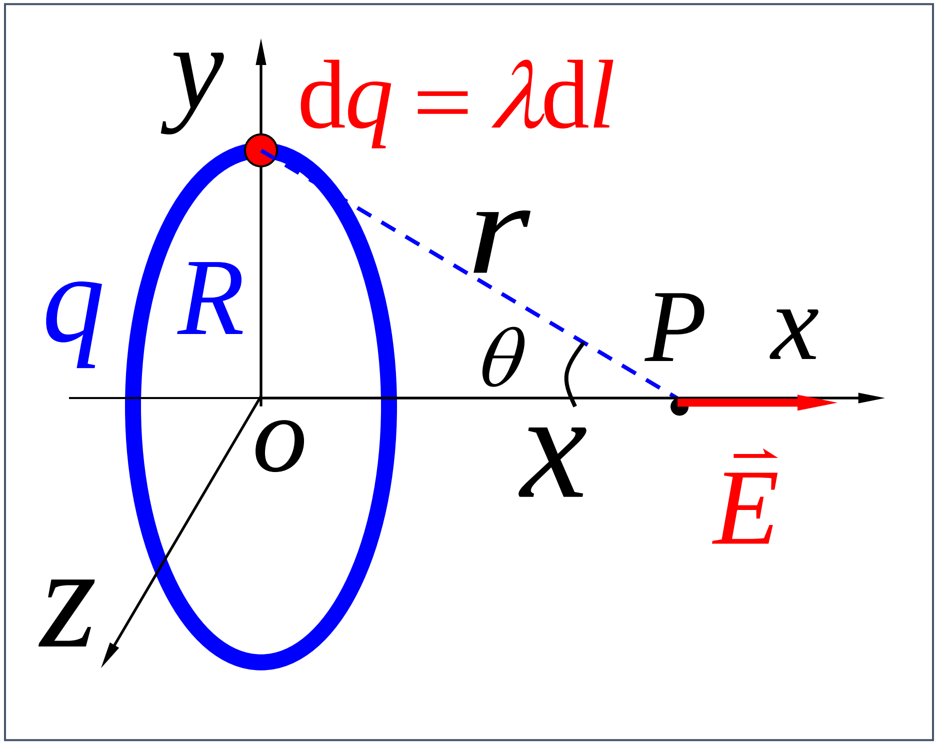
电势叠加为标量叠加可先算出电势，再应用场强与电势梯度的关系算出场强。

- **均匀带电圆环轴线上的电场**
- **均匀带电圆盘轴线上的电场**

例：求一均匀带电细圆环轴线上任一点的电场强度。

解

$$V=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0(x^2+R^2)^{1/2}}$$



$$\vec{E}=-\nabla V$$

$$E=E_x=-\frac{\partial V}{\partial x}$$

$$=-\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{q}{4\pi\varepsilon_0(x^2+R^2)^{1/2}}\right]=\frac{qx}{4\pi\varepsilon_0(x^2+R^2)^{3/2}}$$

例：计算均匀带电圆盘轴线上的电场。

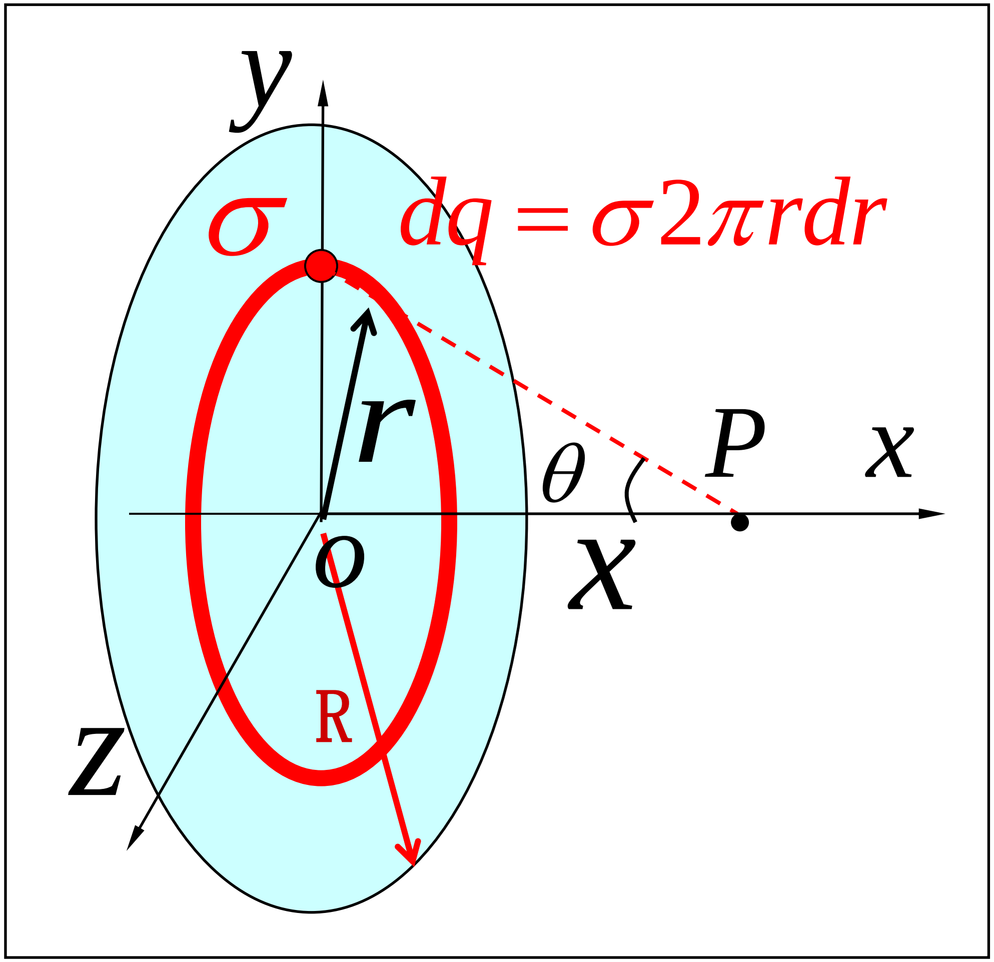
解： $$dV=\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0(x^2+r^2)^{\frac{1}{2}}}$$

$$=\frac{\sigma rdr}{2\varepsilon_0(x^2+r^2)^{1/2}}$$

$$V=\int_0^R dV$$

$$=\int_0^R\frac{\sigma rdr}{2\varepsilon_0(x^2+r^2)^{1/2}}$$

$$\boxed{=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(\sqrt{R^2+x^2}-x)}$$



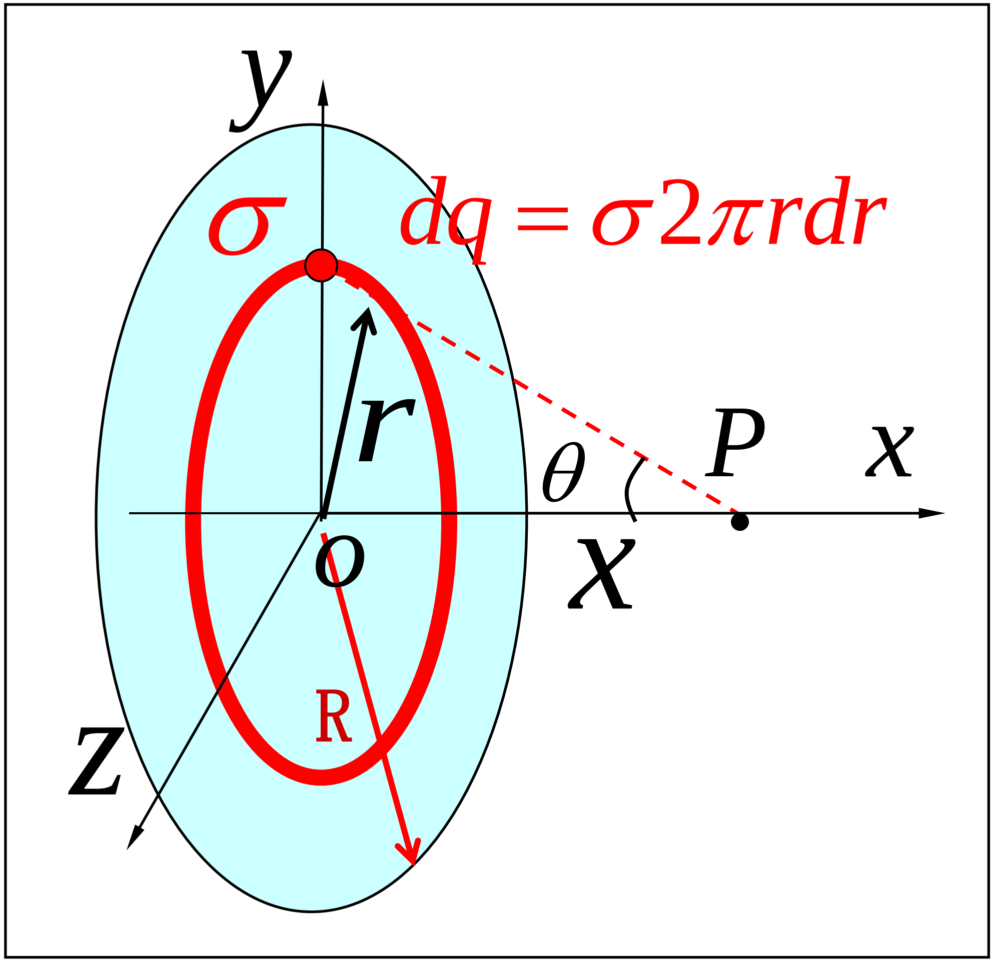
$$\boxed{V=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(\sqrt{R^2+x^2}-x)}$$

$$E=E_x=-\frac{\partial V}{\partial x}$$

$$=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(1-\frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}})$$

$$\boldsymbol{E_y=0,\quad E_z=0}$$

当R→∞时，$\boxed{E=\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$



即无穷大均匀带电平面的电场。

与用叠加原理得到的结果一致

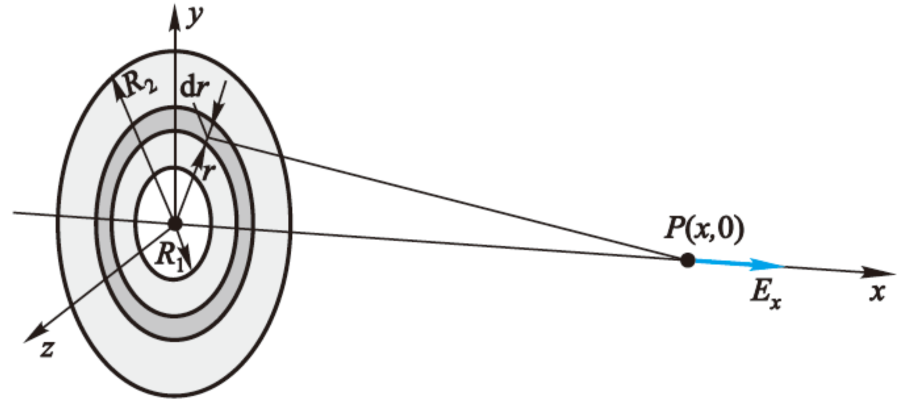
求轴线上的电势解法二：

$$\boldsymbol{E}=\frac{\boldsymbol{\sigma}}{2\boldsymbol{\varepsilon}_0}\left(\mathbf{1}-\frac{\boldsymbol{x}}{\sqrt{\boldsymbol{R}^2-\boldsymbol{x}^2}}\right)$$

$$\boldsymbol{V}_{\boldsymbol{P}}=\int_{\boldsymbol{x}}^{\infty}\vec{\boldsymbol{E}}\cdot\mathbf{d}\vec{\boldsymbol{l}}=\frac{\boldsymbol{\sigma}}{2\boldsymbol{\varepsilon}_0}\int_{\boldsymbol{x}}^{\infty}\left(\mathbf{1}-\frac{\boldsymbol{x}}{\sqrt{\boldsymbol{R}^2+\boldsymbol{x}^2}}\right)\boldsymbol{d}\boldsymbol{x}$$

$$=\frac{\boldsymbol{\sigma}}{2\boldsymbol{\varepsilon}_0}\left(\sqrt{\boldsymbol{R}^2+\boldsymbol{x}^2}-\boldsymbol{x}\right)$$

例7-16 将半径R_2的圆盘，盘心挖去半径R_1的小孔，并均匀带电。求轴线上任一点P的电场强度。



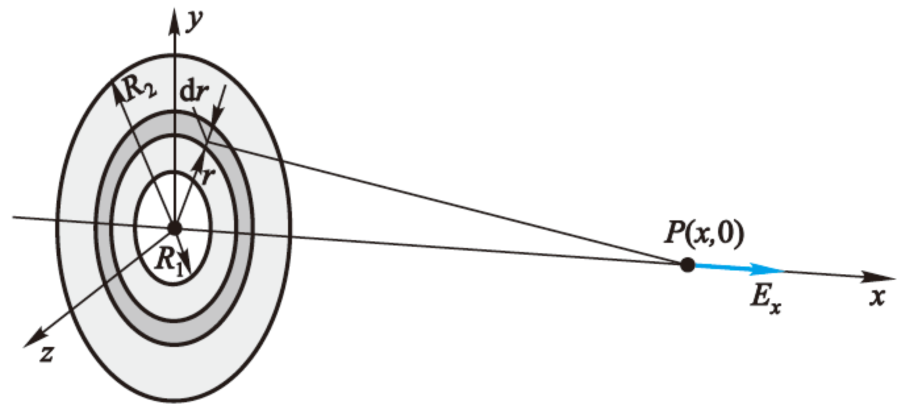
解： 取圆环$r \to r+\mathrm{d}r$

$$\mathrm{d}V=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{r^2+x^2}}$$

$$=\frac{\sigma 2\pi r\mathrm{d}r}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{r^2+x^2}}=\frac{\sigma r\mathrm{d}r}{2\varepsilon_0\sqrt{r^2+x^2}}$$

$$V=\int_{R_1}^{R_2}\mathrm{d}V=\int_{R_1}^{R_2}\frac{\sigma r\mathrm{d}r}{2\varepsilon_0\sqrt{r^2+x^2}}$$

$$=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R_2^2+x^2}-\sqrt{R_1^2+x^2}\right)$$



$$V = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R_2^2 + x^2} - \sqrt{R_1^2 + x^2}\right)$$

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\frac{x}{\sqrt{R_1^2 + x^2}} - \frac{x}{\sqrt{R_2^2 + x^2}}\right)$$

$$E_y = 0, \quad E_z = 0$$

真空中静电场结构图

出发点：

库仑定律

叠加原理

从受力引入电场强度；场强叠加原理；高斯定理

电场强度的计算

从电场力做功引入电势能、电势差、电势；环路定理

电势的计算

电场强度与电势的关系

电场强度的计算

- 场强叠加法
  - 点电荷的电场：$\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{\vec{r}}$
  - 点电荷系的电场：$\sum \dfrac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i^2}\hat{\vec{r}}_i$
  - 电荷连续分布的情况：$\int \dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{\vec{r}}$
    - $\int_l \dfrac{\lambda dl}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{\vec{r}}$
    - $\int\int_s \dfrac{\sigma ds}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{\vec{r}}$
    - $\int\int\int_V \dfrac{\rho dV}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{\vec{r}}$
- 高斯定理：对称性电荷分布
  - $$\oiint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i$$

电势的计算

- 电势叠加法
  - 点电荷的电势：$\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$
  - 点电荷系的电势：$\sum \dfrac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i}$
  - 电荷连续分布的情况：$\int \dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r}$
    - $\int_l \dfrac{\lambda dl}{4\pi\varepsilon_0 r}$
    - $\iint_S \dfrac{\sigma ds}{4\pi\varepsilon_0 r}$
    - $\iiint_V \dfrac{\rho dV}{4\pi\varepsilon_0 r}$
- 高斯定理场强积分法：$V_A = \int_A^{V=0\text{点}} \vec{E} \cdot d\vec{l}$

电场强度与电势的关系

$$V_A = \int_A^{V=0\text{点}} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\vec{E} = -\nabla V$$

静电场的高斯定理

$$\oint\!\!\oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} q_i$$

静电场的环路定理

$$\oint_l \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$$

记住一些典型的电荷分布的电场分布