

第八章 恒定电流的磁场

§ 8-1 恒定电流

§ 8-2 磁感应强度

§ 8-3 毕奥-萨伐尔定律

§ 8-4 恒定磁场的高斯定理和安培环路定理

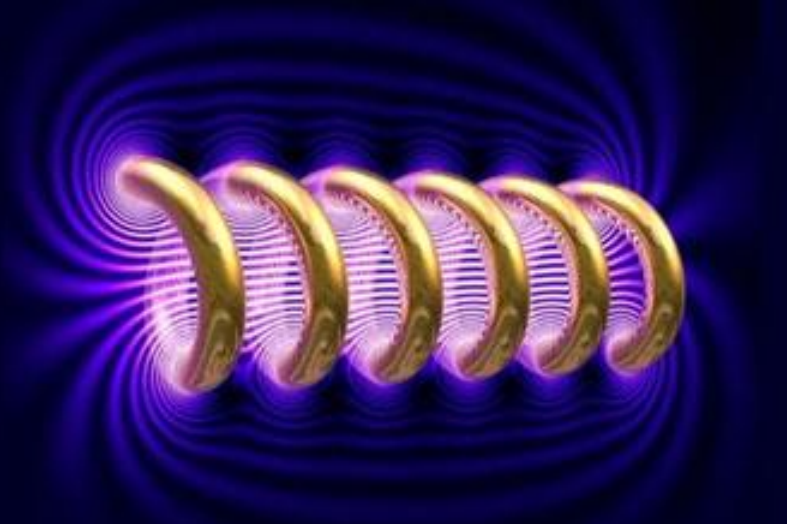
§ 8-5 带电粒子在电场和磁场中的运动

§ 8-6 磁场对载流导线的作用

§ 8-7 磁场中的磁介质

§ 8-8 有磁介质时的安培环路定理和高斯定理 磁
场强度

* § 8-9 铁磁质



教学基本要求

- 一 **掌握**描述磁场的物理量——磁感强度的概念，理解它是矢量点函数。
- 二 **理解**毕奥—萨伐尔定律，能利用它计算一些简单问题中的磁感强度。
- 三 **理解**稳恒磁场的高斯定理和安培环路定理。理解用安培环路定理计算磁感强度的条件和方法。
- 四 **理解**洛伦兹力和安培力的公式，能分析电荷在均匀电场和磁场中的受力和运动。了解磁矩的概念。能计算简单几何形状载流导体和载流平面线圈在均匀磁场中或在无限长载流直导体产生的非均匀磁场中所受的力和力矩。

§ 8-2 磁感应强度

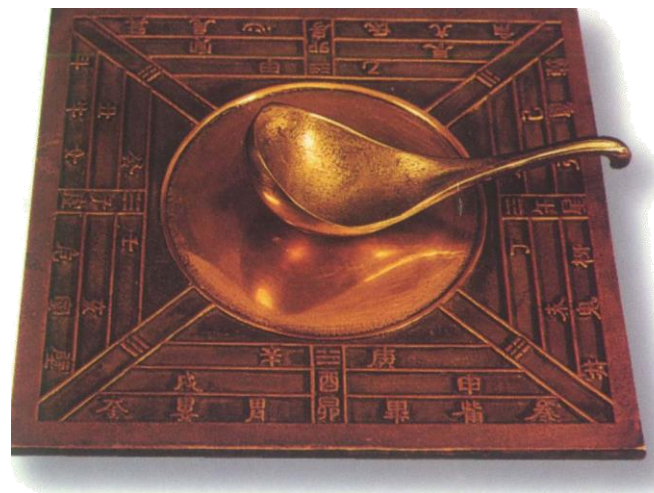
一. 基本磁现象

中国在磁学方面的贡献：

- 最早发现磁现象：磁石吸引铁屑
- 十一世纪沈括发明指南针

早期的磁现象包括：

- 天然磁铁吸引铁、钴、镍等物质。
- 把磁铁作任意分割，每一小块都有南北两极，任一磁铁总是两极同时存在。



司南勺

磁现象与电现象有没有联系？

静止的电荷



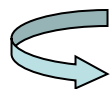
静电场

运动的电荷

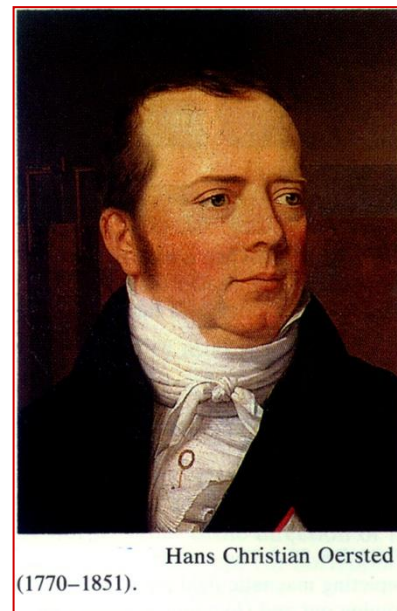


?

奥斯特 磁针上的电碰撞实验



电流的磁效应



奥斯特

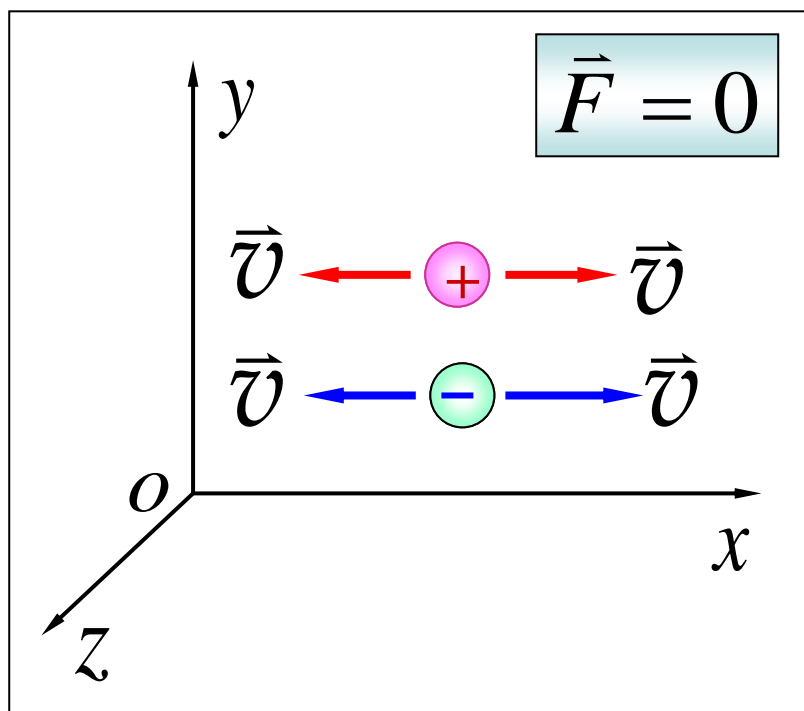
安培提出分子电流假设：

磁现象的电本质—运动的电荷产生磁场



二. 磁感强度 \vec{B} 的定义

设带电量为 q ，速度为 v 的运动试探电荷处于磁场中，实验发现：



带电粒子在磁场中运动所受的力与运动方向有关.

实验发现带电粒子在磁场中沿某一特定直线方向运动时不受力，此直线方向与电荷无关.

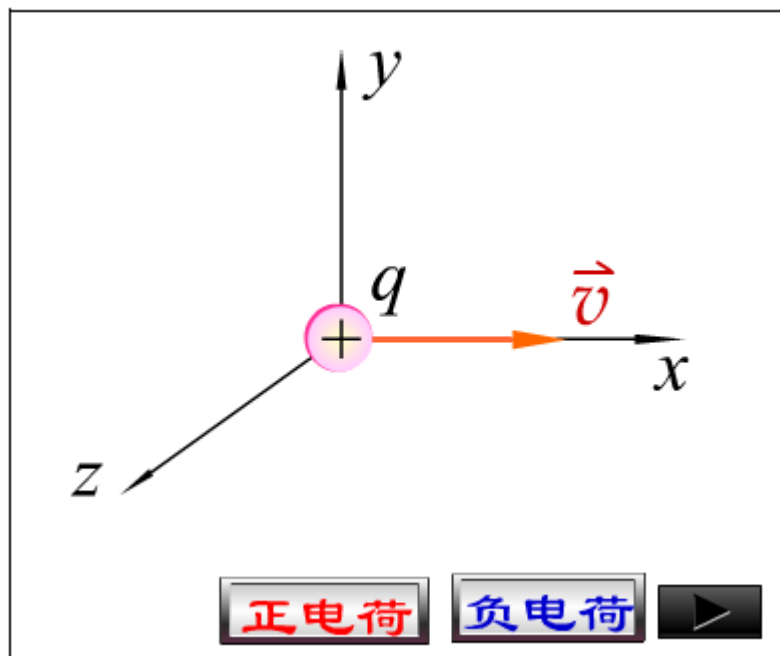
带电粒子在磁场中沿其他方向运动时 \vec{F} 垂直于 \vec{v} 与特定直线所组成的平面。

当带电粒子在磁场中垂直于此特定直线运动时受力最大。

$$\vec{F} = \vec{F}_{\max} = \vec{F}_{\perp}$$

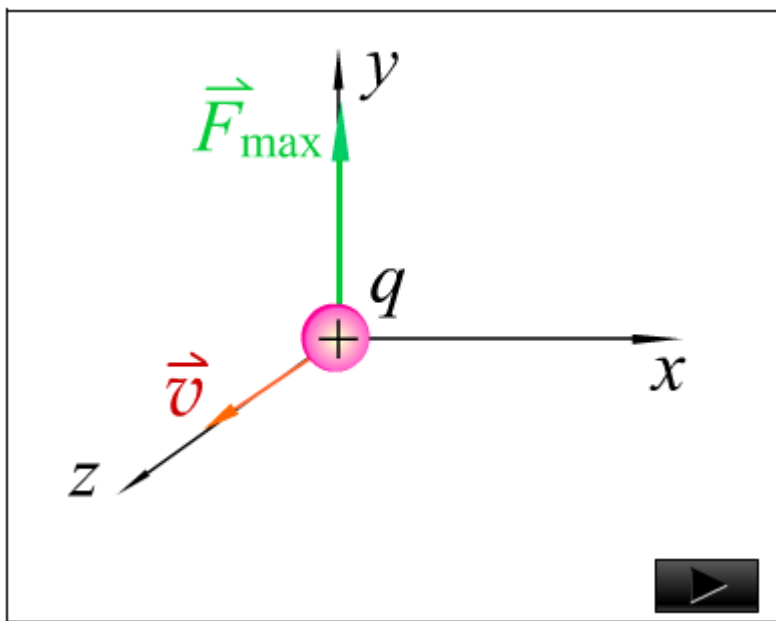
磁感强度 \vec{B} 的定义： 当

正电荷垂直于特定直线运动时，受力 \vec{F}_{\max} 将 $\vec{F}_{\max} \times \vec{v}$ 方向定义为该点的 \vec{B} 的方向。



$$F_{\max} \propto qv$$

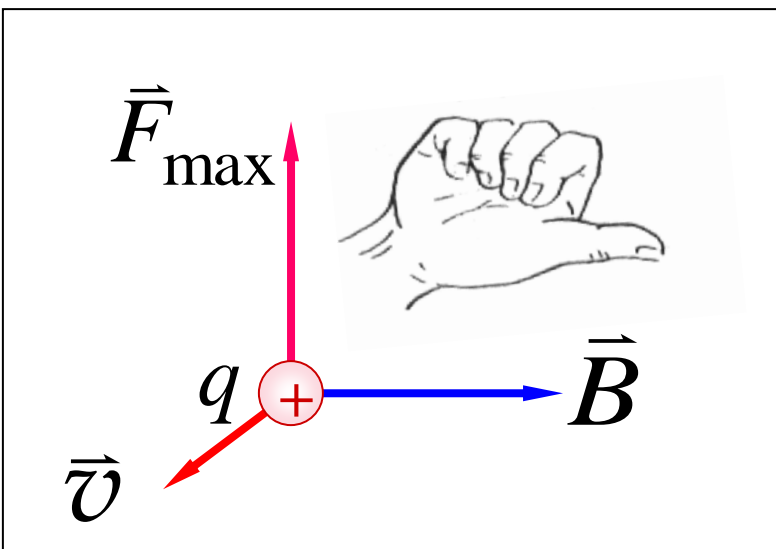
$$\frac{F_{\max}}{qv} \text{ 大小与 } q, v \text{ 无关}$$



磁感强度 \vec{B} 的定义： 当正电荷垂直于特定直线运动时，受力 \vec{F}_{max} 将 $\vec{F}_{\text{max}} \times \vec{v}$ 方向定义为该点的 \vec{B} 的方向。

磁感强度大小

$$B = \frac{F_{\text{max}}}{qv}$$



运动电荷在磁场中受力

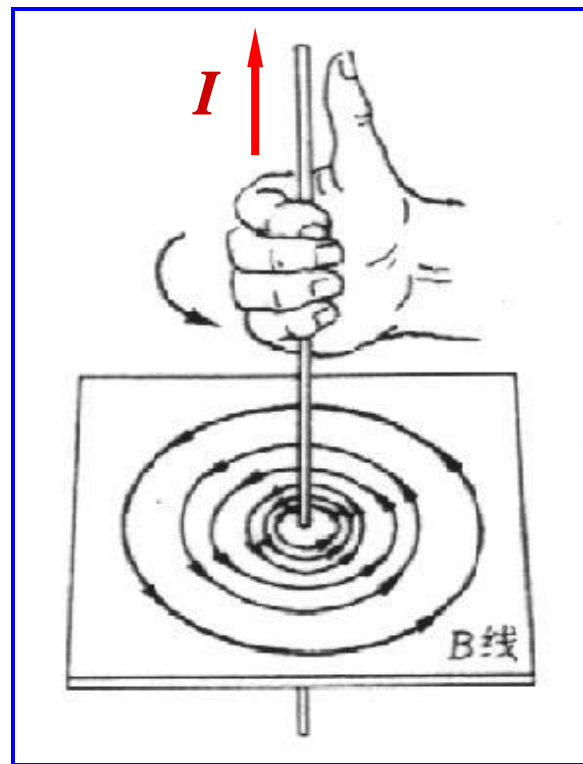
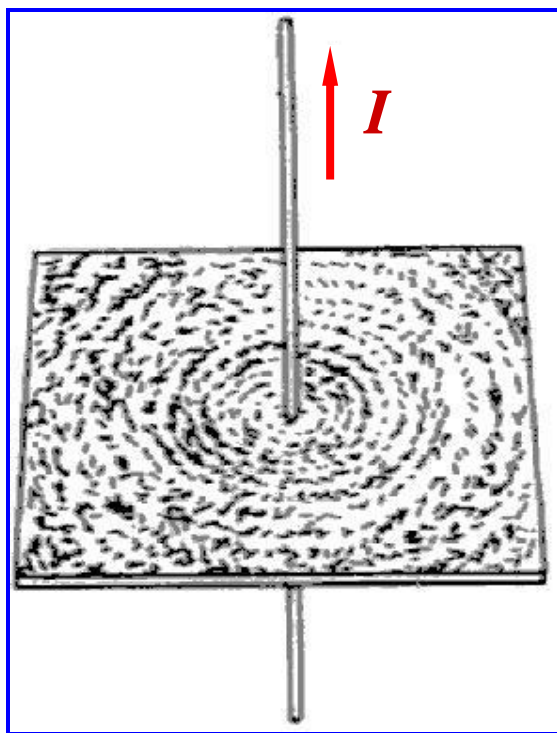
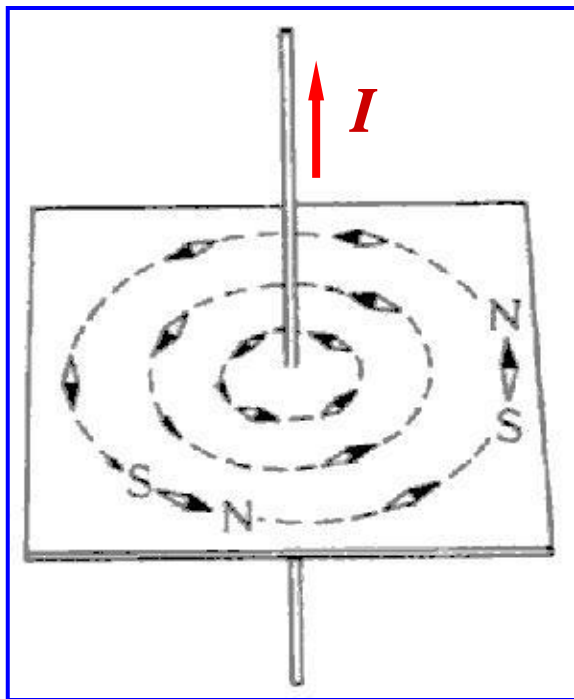
$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

单位 **特斯拉** $1(\text{T}) = 1\text{N/A} \cdot \text{m}$

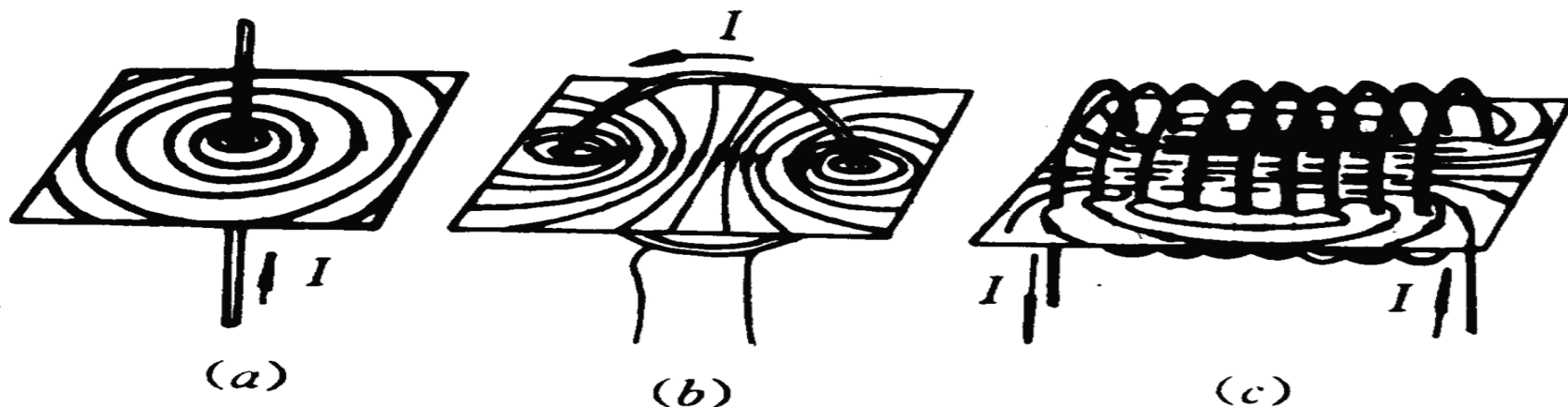
三. 磁场的高斯定理

磁感线

规定：曲线上每一点的切线方向就是该点的磁感强度 B 的方向，曲线的疏密程度表示该点的磁感强度 B 的大小。

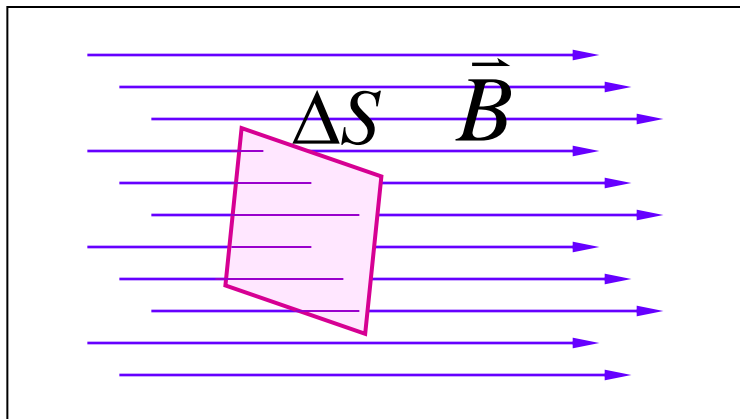


几种不同形状电流磁场的磁感应线



磁感应线的性质

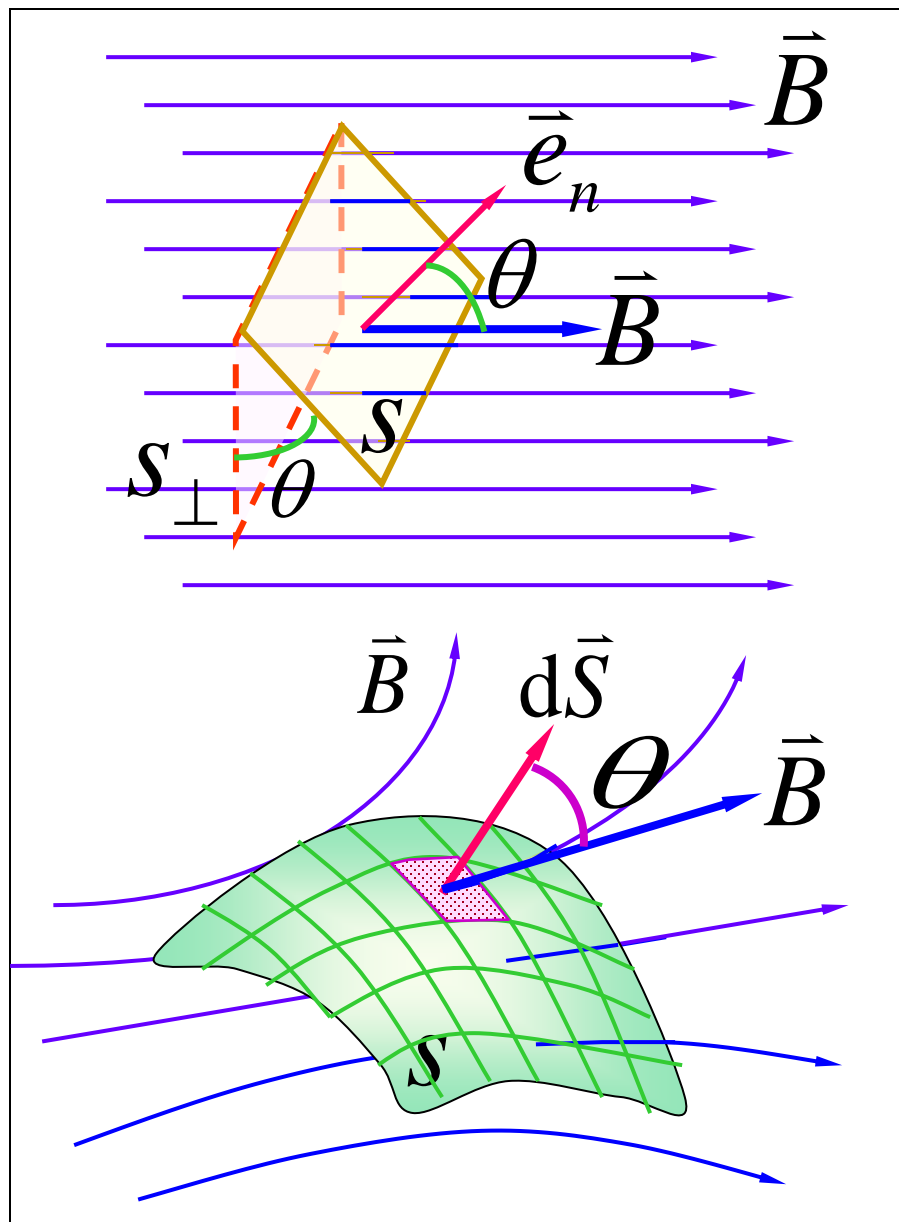
- 与电流套连
- 闭合曲线(磁单极子不存在)
- 互不相交
- 方向与电流成右手螺旋关系



$$B = \frac{\Delta N}{\Delta S}$$

磁场中某点处垂直 \vec{B} 矢量的单位面积上通过的磁感线数目等于该点 \vec{B} 的数值.

磁通量 磁场的高斯定理



磁通量：通过某一曲面的磁感线数为通过此曲面的磁通量.

$$\Phi = BS \cos \theta = BS_{\perp}$$

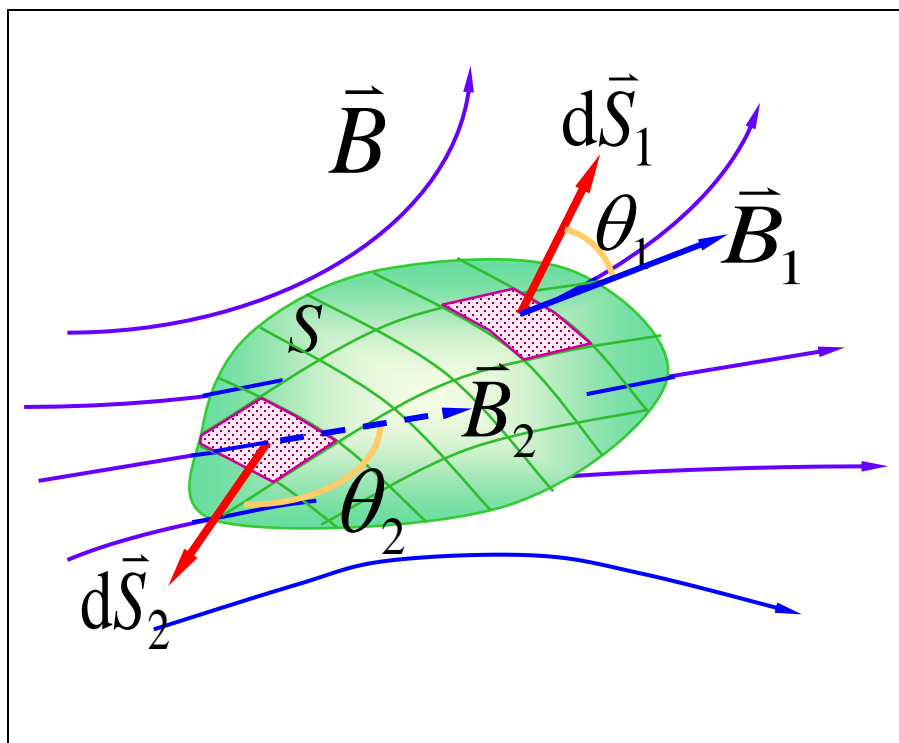
$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = \vec{B} \cdot \vec{e}_n S$$

$$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$$d\Phi = B dS \cos \theta$$

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

单位 $1\text{Wb} = 1\text{T} \times 1\text{m}^2$



$$d\Phi_1 = \vec{B}_1 \cdot d\vec{S}_1 > 0$$

$$d\Phi_2 = \vec{B}_2 \cdot d\vec{S}_2 < 0$$

◆ 磁场高斯定理

$$\oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

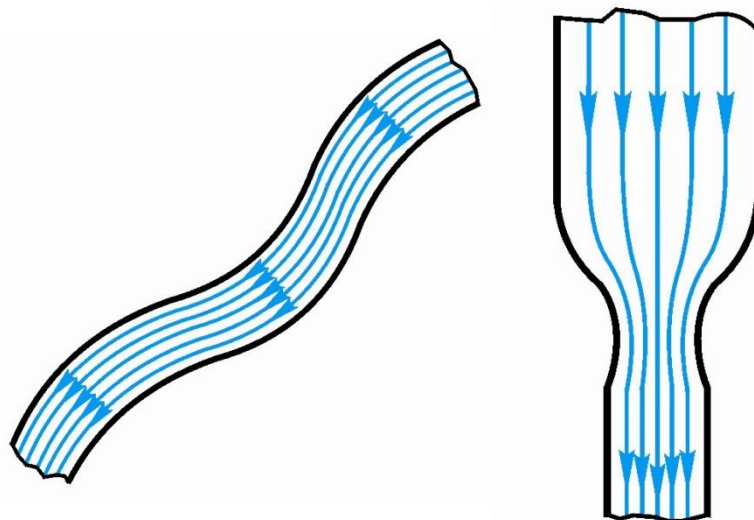
◆ **物理意义：** 通过任意闭合曲面的磁通量必等于零
(磁场是**无源场**)

电流 电流密度

电流 I

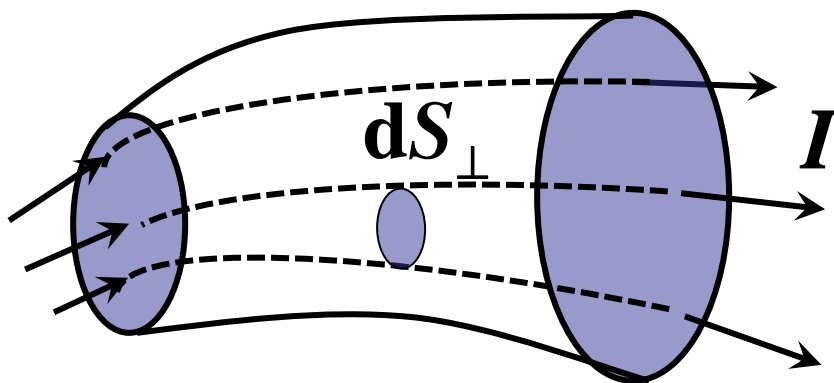
$$I = \frac{dq}{dt}$$

标量, 方向



电流密度矢量

$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}} = \frac{nqv dS_{\perp}}{dS_{\perp}} = nqv$$



方向：正电荷运动的方向。

大小：等于单位时间内从垂直于电荷运动方向的单位截面上流过的电荷量。

§ 8-3 毕奥-萨伐尔定律

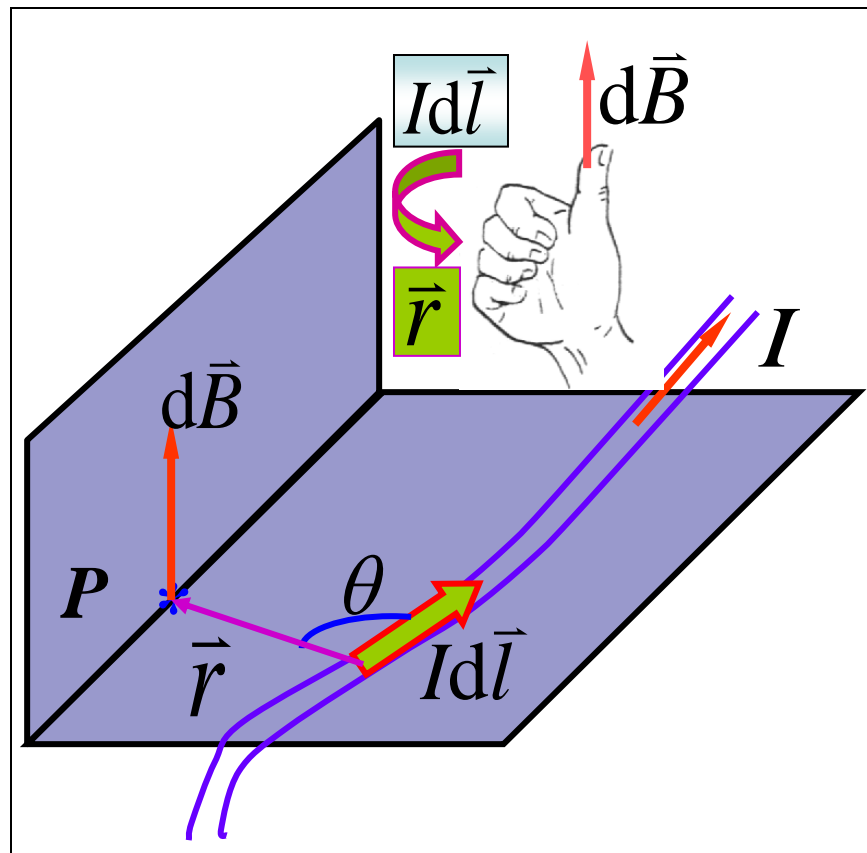
一、毕奥—萨伐尔定律

(电流元在空间产生的磁场)

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \theta}{r^2}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

真空磁导率 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{A}^{-2}$



◆ 任意载流导线在点 P 处的磁感强度

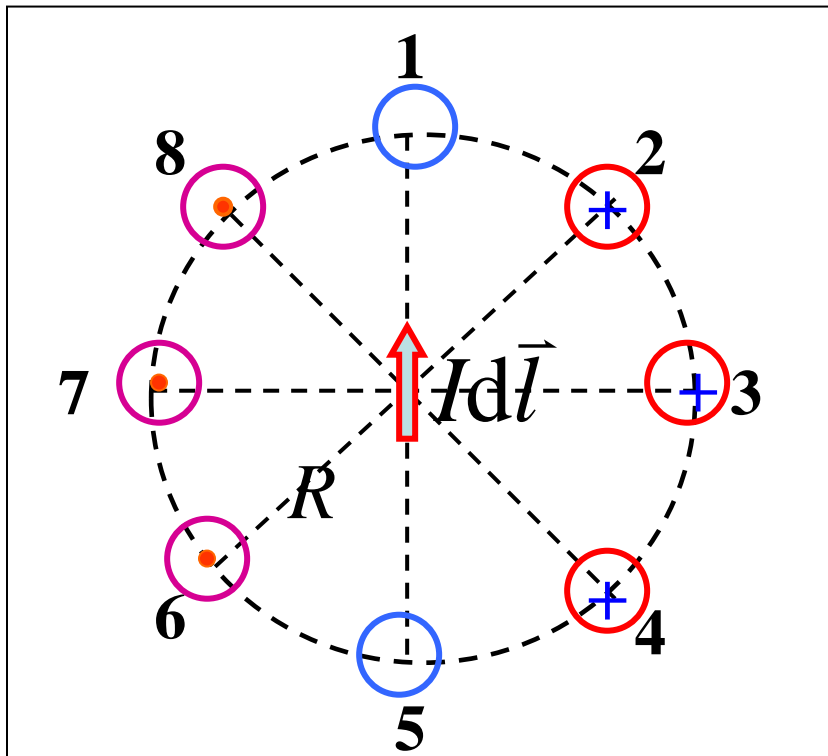
磁感强度叠加原理

$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \int \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

毕奥—萨伐尔定律

例 判断下列各点磁感强度的方向和大小.



1、5 点 : $dB = 0$

3、7 点 : $dB = \frac{\mu_0 Idl}{4\pi R^2}$

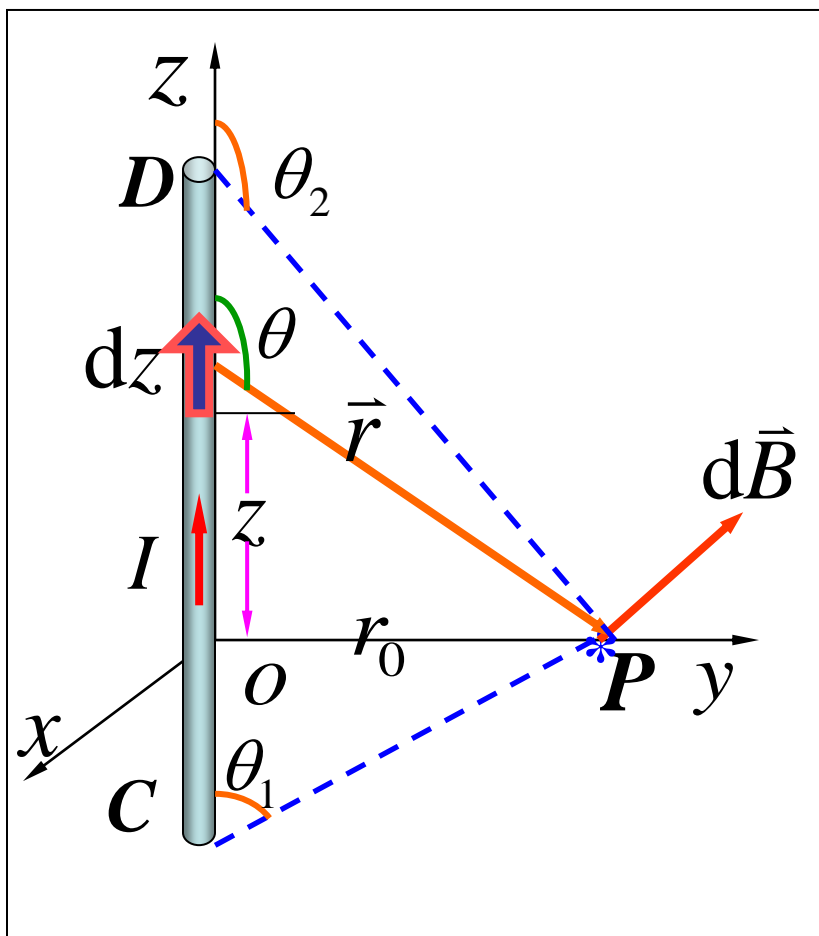
2、4、6、8 点 :

$dB = \frac{\mu_0 Idl}{4\pi R^2} \sin 45^\circ$

二、毕奥---萨伐尔定律应用举例

◆ 例：载流长直导线的磁场。

$d\vec{B}$ 方向均沿
 x 轴的负方向



解
$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idz \sin \theta}{r^2}$$

$$B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{CD} \frac{Idz \sin \theta}{r^2}$$

$$z = -r_0 \cot \theta, r = r_0 / \sin \theta$$

$$dz = r_0 d\theta / \sin^2 \theta$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta d\theta$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

\vec{B} 的方向沿 x 轴的负方向.

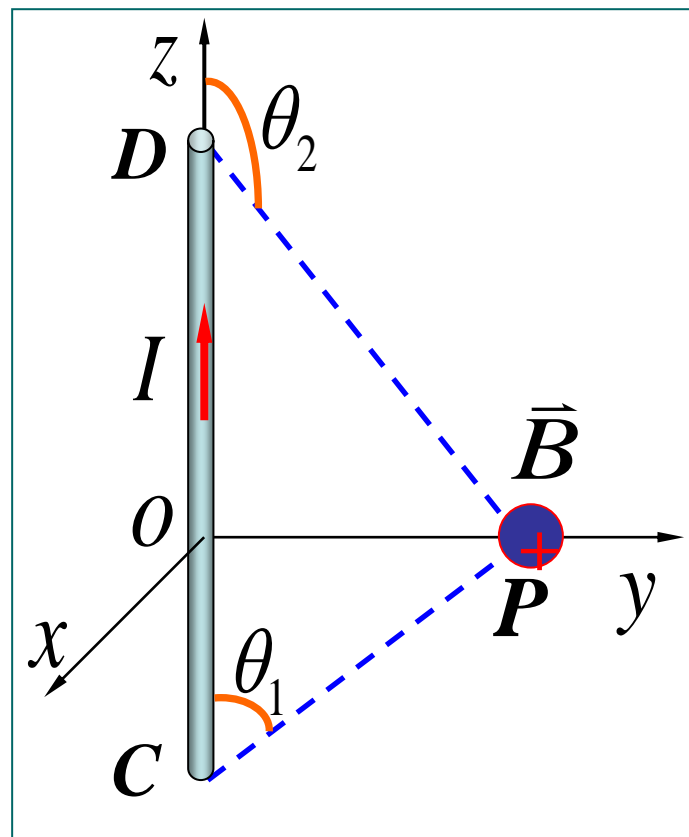
无限长载流长直导线的磁场.

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

$$\theta_1 \rightarrow 0$$

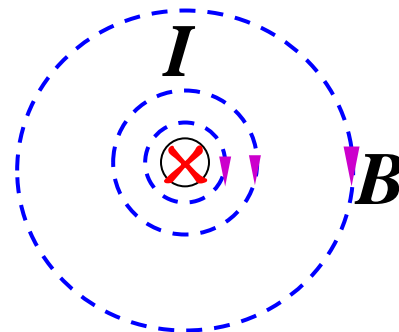
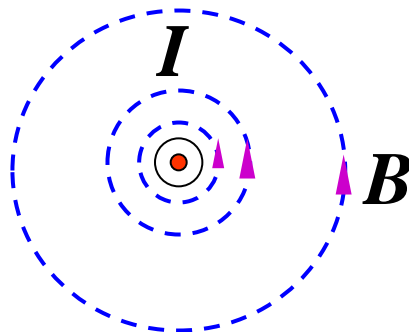
$$\theta_2 \rightarrow \pi$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}$$



◆ 无限长载流长直导线的磁场

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



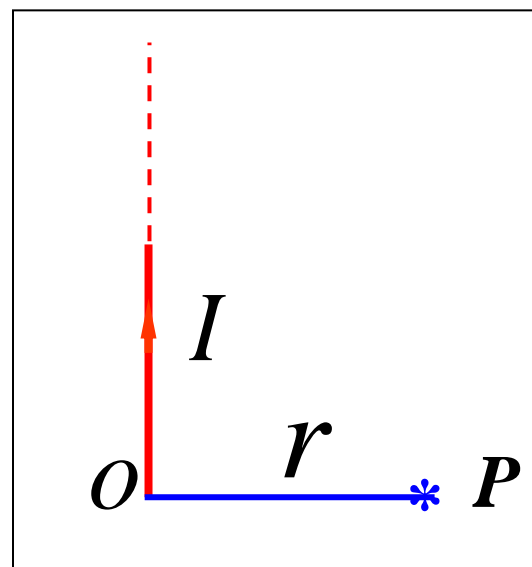
◆ 电流与磁感强度成右螺旋关系

半无限长载流长直导线的磁场

$$\theta_1 \rightarrow \frac{\pi}{2}$$

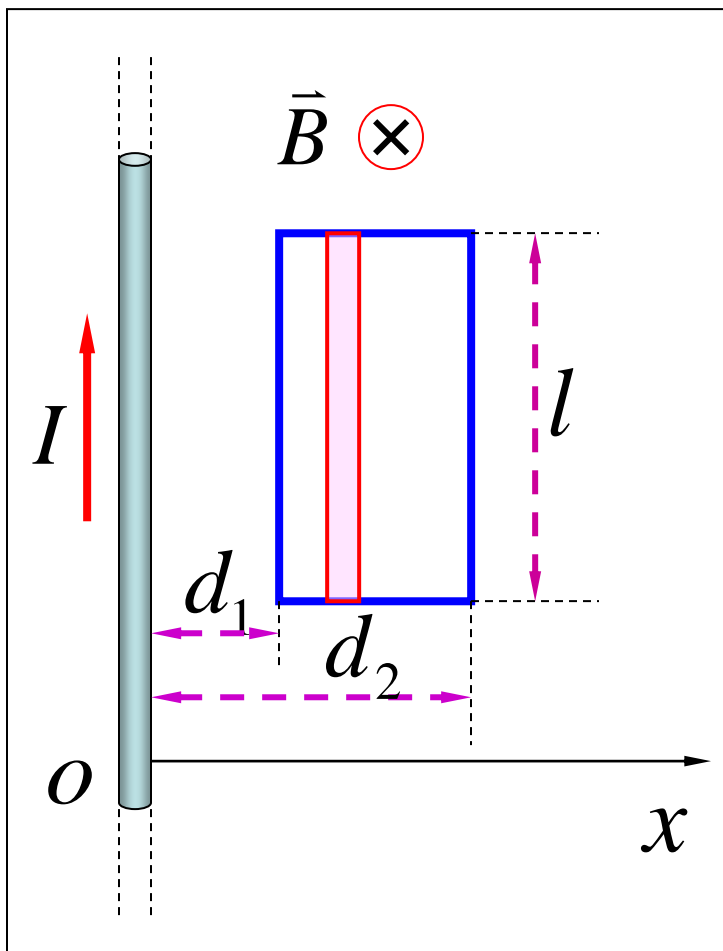
$$\theta_2 \rightarrow \pi$$

$$B_P = \frac{\mu_0 I}{4\pi r}$$



例：如图载流长直导线的电流为 I ，试求通过矩形面积的磁通量。

解 先求 \vec{B} ，对变磁场给出 $d\Phi$ 后积分求 Φ



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} \quad \vec{B} \perp \vec{S}$$

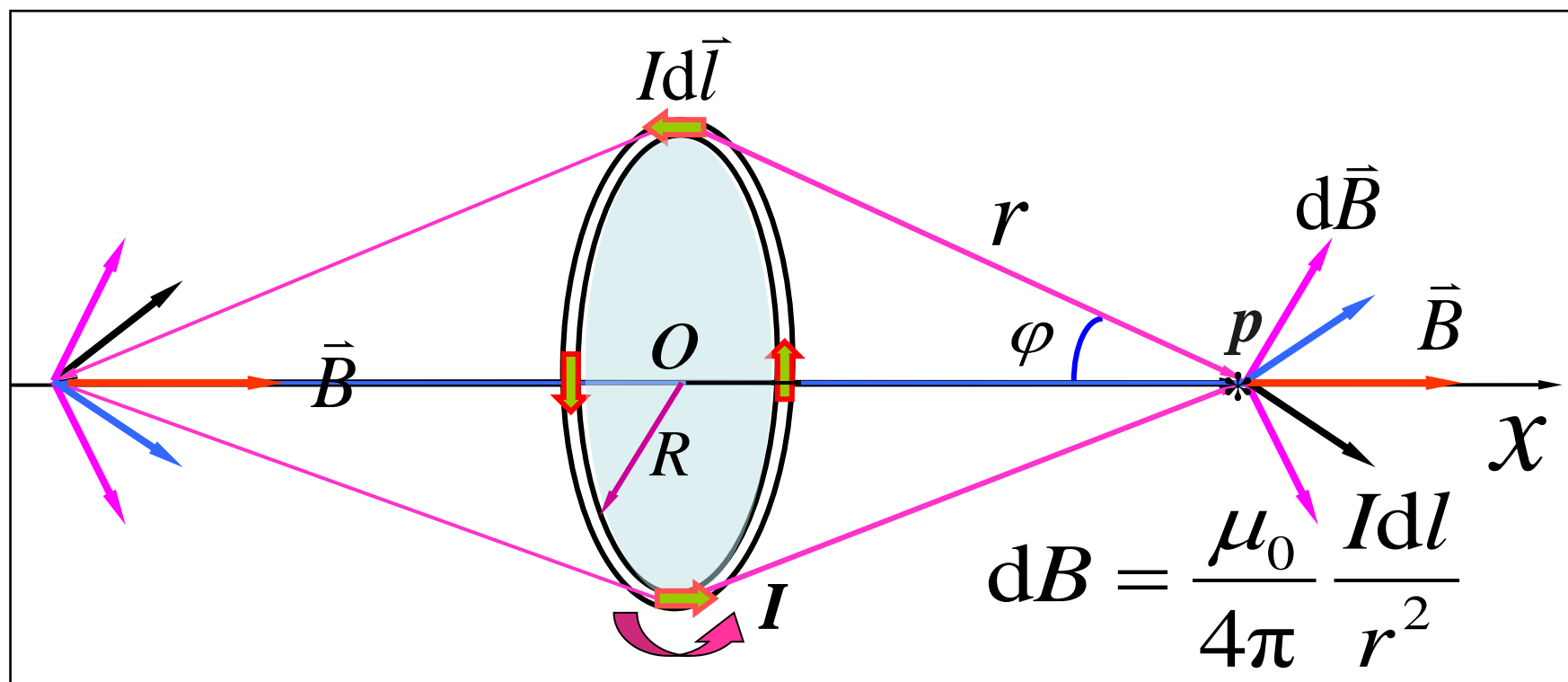
$$d\Phi = B dS = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} l dx$$

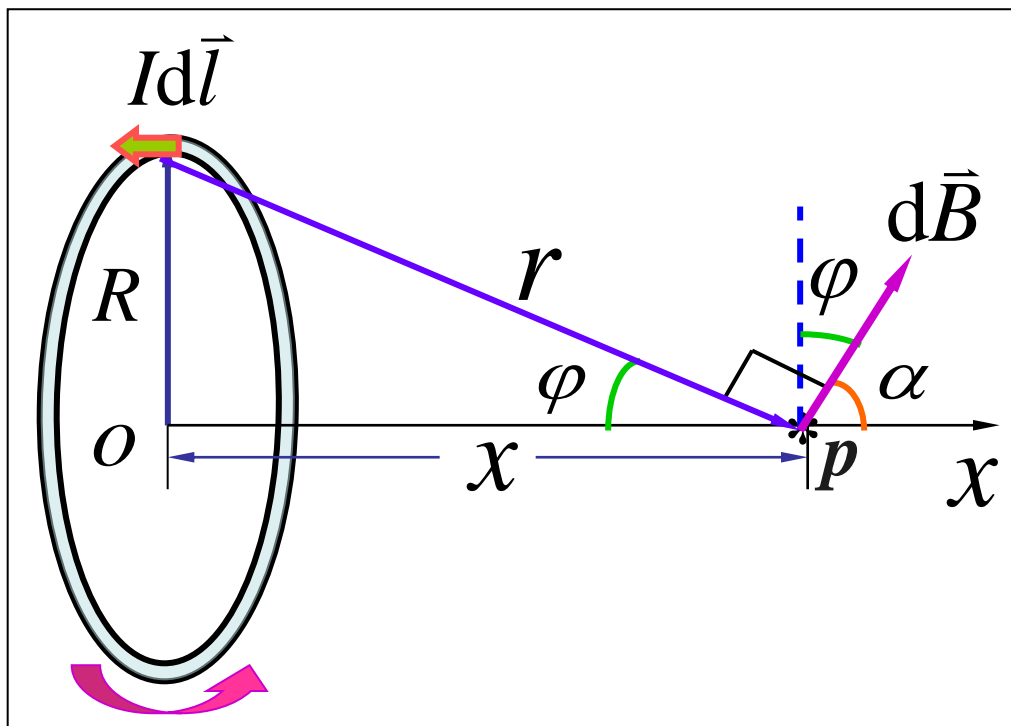
$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \int_{d_1}^{d_2} \frac{dx}{x}$$

$$\Phi = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \ln \frac{d_2}{d_1}$$

例： 圆形载流导线的磁场。

真空中，半径为 R 的载流导线，通有电流 I ，称圆电流。求其轴线上一点 p 的磁感强度的方向和大小。





$$\sin \varphi = R/r$$

$$r^2 = R^2 + x^2$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_l \frac{\sin \varphi \, dl}{r^2}$$

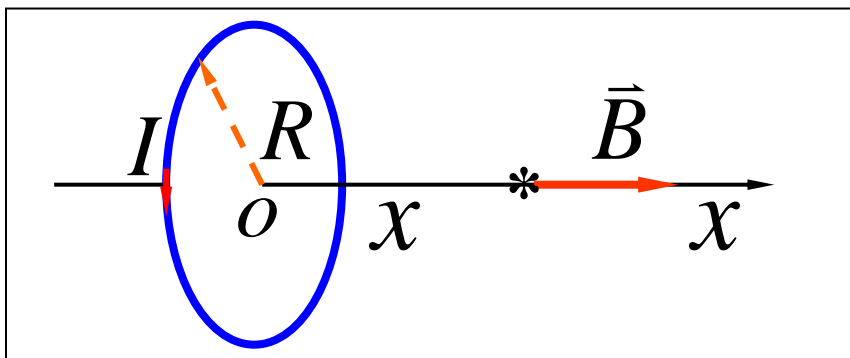
$$B = \frac{\mu_0 I R}{4\pi r^3} \int_0^{2\pi R} dl$$

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

解 根据对称性分析

$$B = B_x = \int dB \sin \varphi$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2} \quad dB_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \sin \varphi \, dl}{r^2}$$



$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

$$B = \frac{N \mu_0 I R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

讨论

1) 若线圈有 N 匝

2) $x < 0$ \vec{B} 的方向不变(I 和 \vec{B} 成右螺旋关系)

3) $x = 0$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

4) $x \gg R$

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2x^3},$$

$$B = \frac{\mu_0 I S}{2\pi x^3}$$

磁偶极矩

$$\vec{m} = IS\vec{e}_n$$

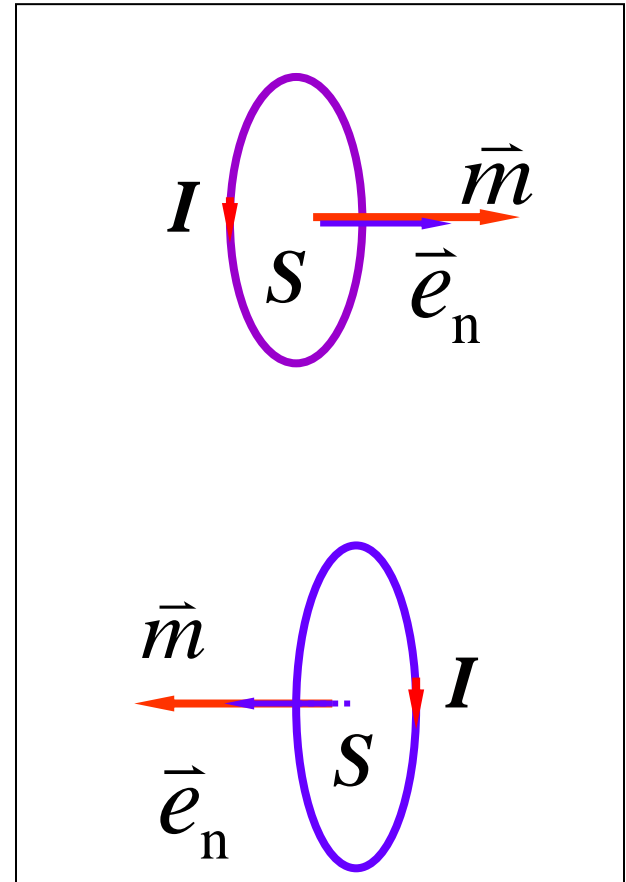
例2中圆电流磁感强度公式也可写成

$$B = \frac{\mu_0 IR^2}{2x^3} \quad \vec{B} = \frac{\mu_0 \vec{m}}{2\pi x^3}$$

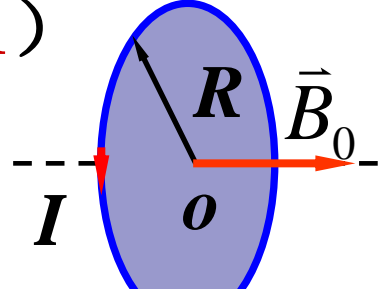
若线圈有 N 匝

$$\vec{m} = NIS\vec{e}_n$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 m}{2\pi x^3} \vec{e}_n$$

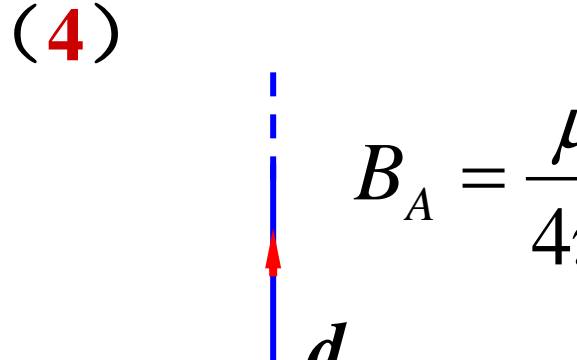


(1)



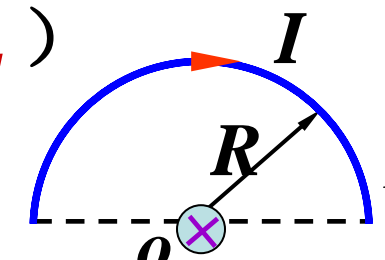
$$\vec{B}_0 = \frac{\mu_0 I}{2R} \hat{x}$$

(4)



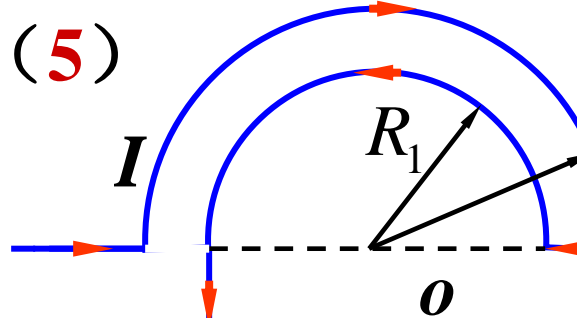
$$B_A = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}$$

(2)



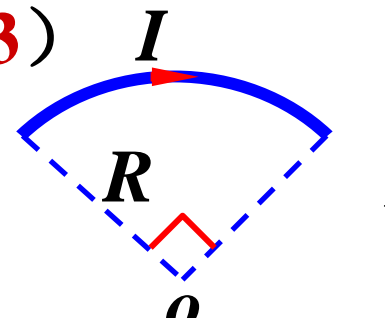
$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{4R}$$

(5)



$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{4R_2} - \frac{\mu_0 I}{4R_1} - \frac{\mu_0 I}{4\pi R_1}$$

(3)

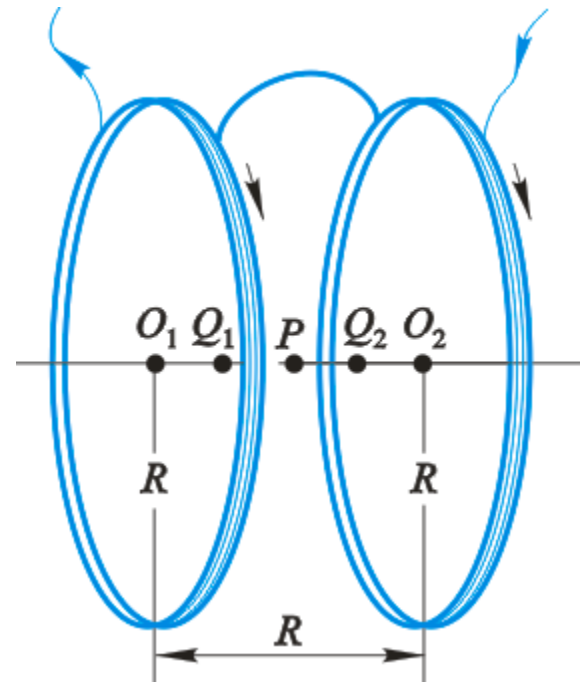


$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{8R}$$

例8-4 在实验室中，常应用亥姆霍兹线圈产生所需的不太强的均匀磁场。它是由一对相同半径的同轴载流线圈组成，当它们之间的距离等于它们的半径时，试计算两线圈中心处和轴线上中点的磁感应强度。

解：设两个线圈的半径为 R ，各有 N 匝，每匝中的电流均为 I ，且流向相同。

两线圈在轴线上各点的场强方向均沿轴线向右，在圆心 O_1 、 O_2 处磁感应强度相等，

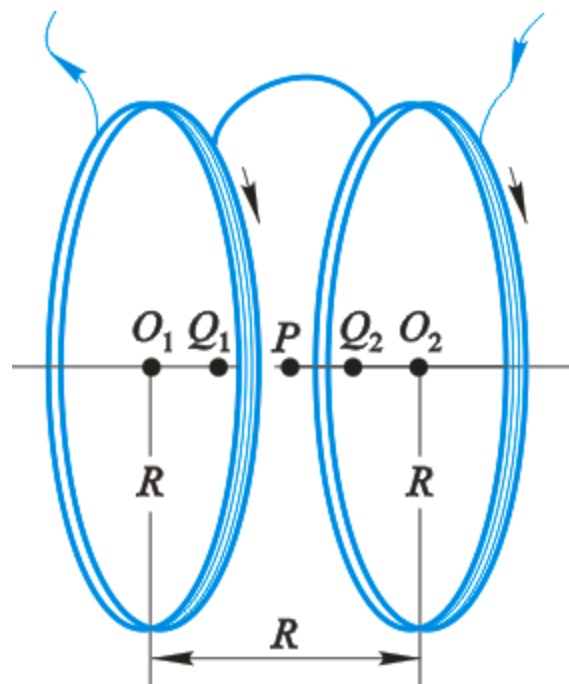


大小为

$$B_0 = \frac{\mu_0 NI}{2R} + \frac{\mu_0 NIR^2}{2(R^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} = 0.677 \frac{\mu_0 NI}{R}$$

两线圈间轴线上中点 P 处，磁感应强度为

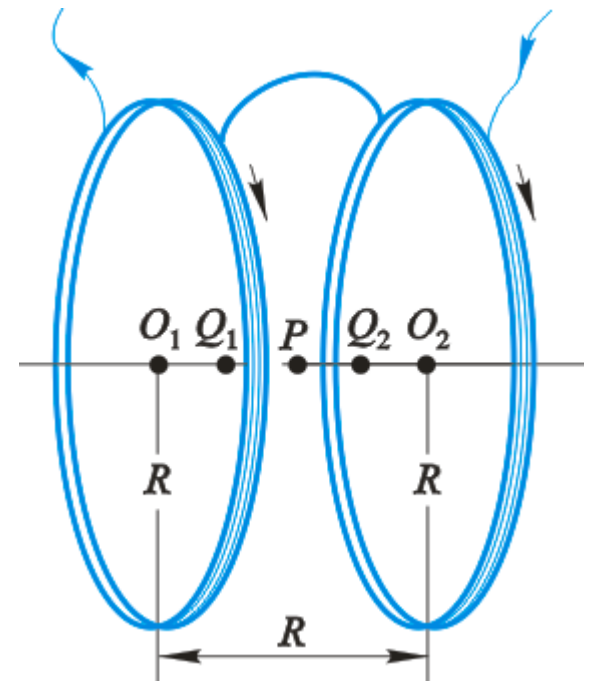
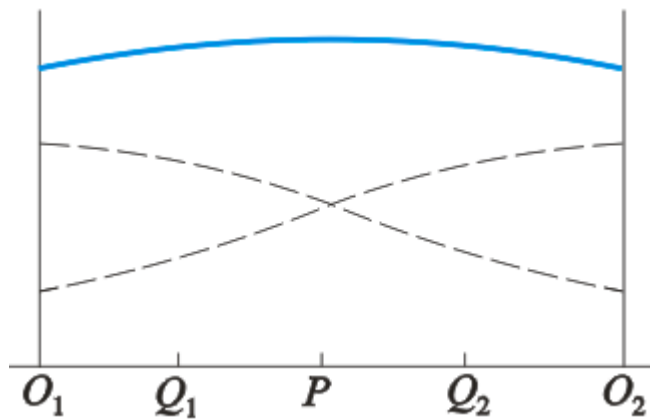
$$B_P = 2 \frac{\mu_0 NIR^2}{2 \left[R^2 + \left(\frac{R}{2} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \\ = 0.716 \frac{\mu_0 NI}{R}$$



在 P 点两侧各 $R/4$ 处的 Q_1 、 Q_2 两点处磁感应强度:

$$B_Q = \frac{\mu_0 N I R^2}{2 \left[R^2 + \left(\frac{R}{4} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} + \frac{\mu_0 N I R^2}{2 \left[R^2 + \left(\frac{3R}{4} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

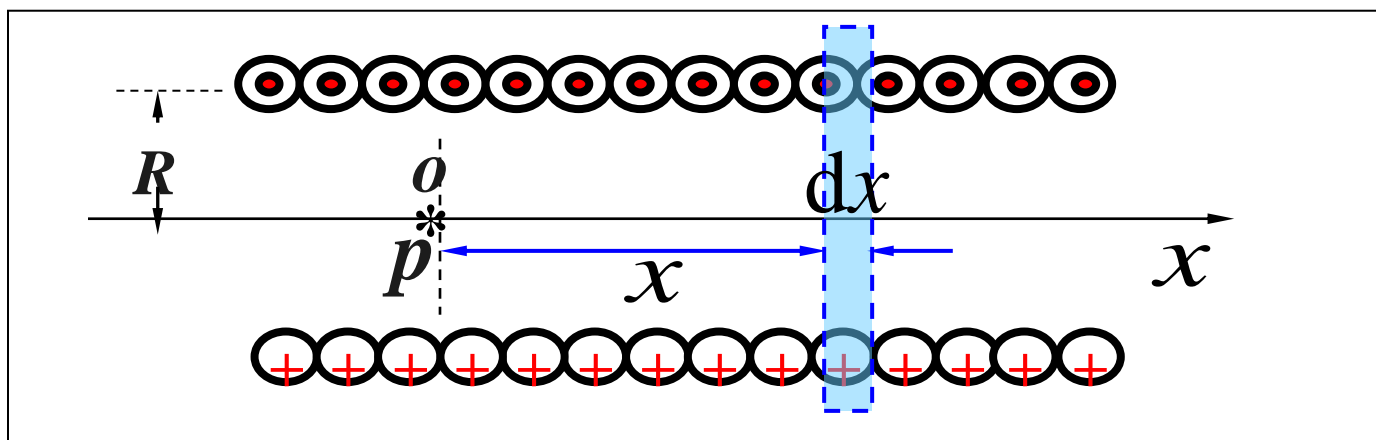
$$= 0.712 \frac{\mu_0 N I}{R}$$



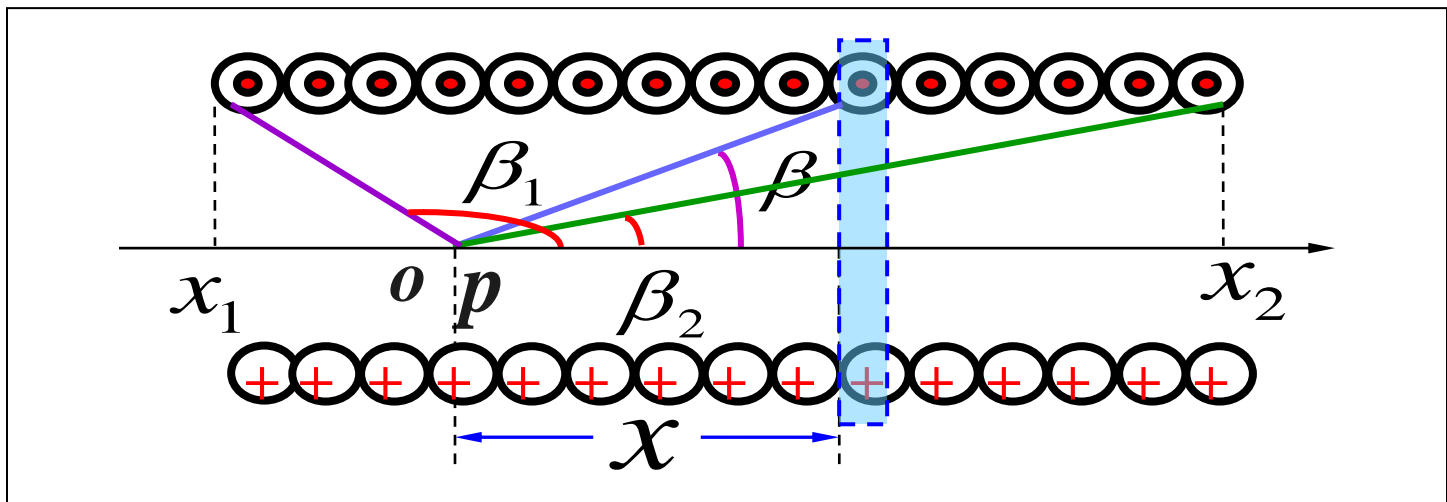
轴线上中点附近的场强近似均匀。

例：载流直螺线管的磁场

如图所示，有一长为 l ，半径为 R 的载流密绕直螺线管，每单位长度上有线圈 n 匝，通有电流 I 。设把螺线管放在真空中，求管内轴线上一点处的磁感强度。



解 由圆形电流磁场公式
$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}$$



$$dB = \frac{\mu_0}{2} \frac{R^2 \text{Ind}x}{(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$x = R \cot \beta$$

$$dx = -R \csc^2 \beta d\beta$$

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 n I}{2} \int_{x_1}^{x_2} \frac{R^2 dx}{(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$R^2 + x^2 = R^2 \csc^2 \beta$$

$$B = -\frac{\mu_0 n I}{2} \int_{\beta_1}^{\beta_2} \frac{R^3 \csc^2 \beta d\beta}{R^3 \csc^3 \beta} = -\frac{\mu_0 n I}{2} \int_{\beta_1}^{\beta_2} \sin \beta d\beta$$

讨 论

$$B = \frac{\mu_0 n I}{2} (\cos \beta_2 - \cos \beta_1)$$

(1) P 点位于管内轴线中点 $\beta_1 = \pi - \beta_2$

$$\cos \beta_1 = -\cos \beta_2 \quad \cos \beta_2 = \frac{l/2}{\sqrt{(l/2)^2 + R^2}}$$

$$B = \mu_0 n I \cos \beta_2 = \frac{\mu_0 n I}{2} \frac{l}{(l^2/4 + R^2)^{1/2}}$$

若 $l \gg R$

$$B = \mu_0 n I$$

(2) 无限长的螺线管

$$B = \mu_0 n I$$

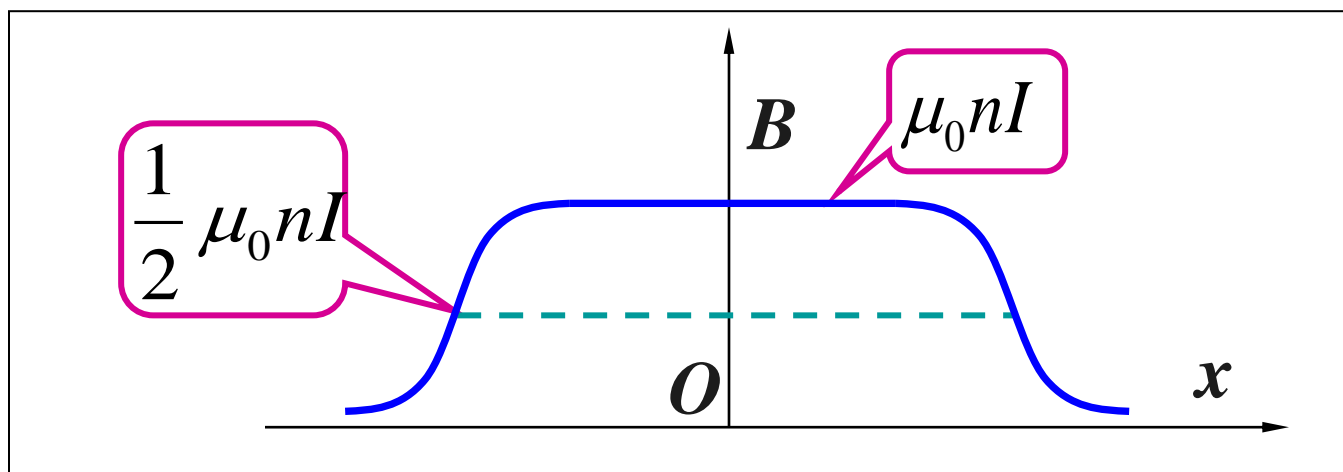
或由 $\beta_1 = \pi, \beta_2 = 0$ 代入

$$B = \frac{\mu_0 n I}{2} (\cos \beta_2 - \cos \beta_1)$$

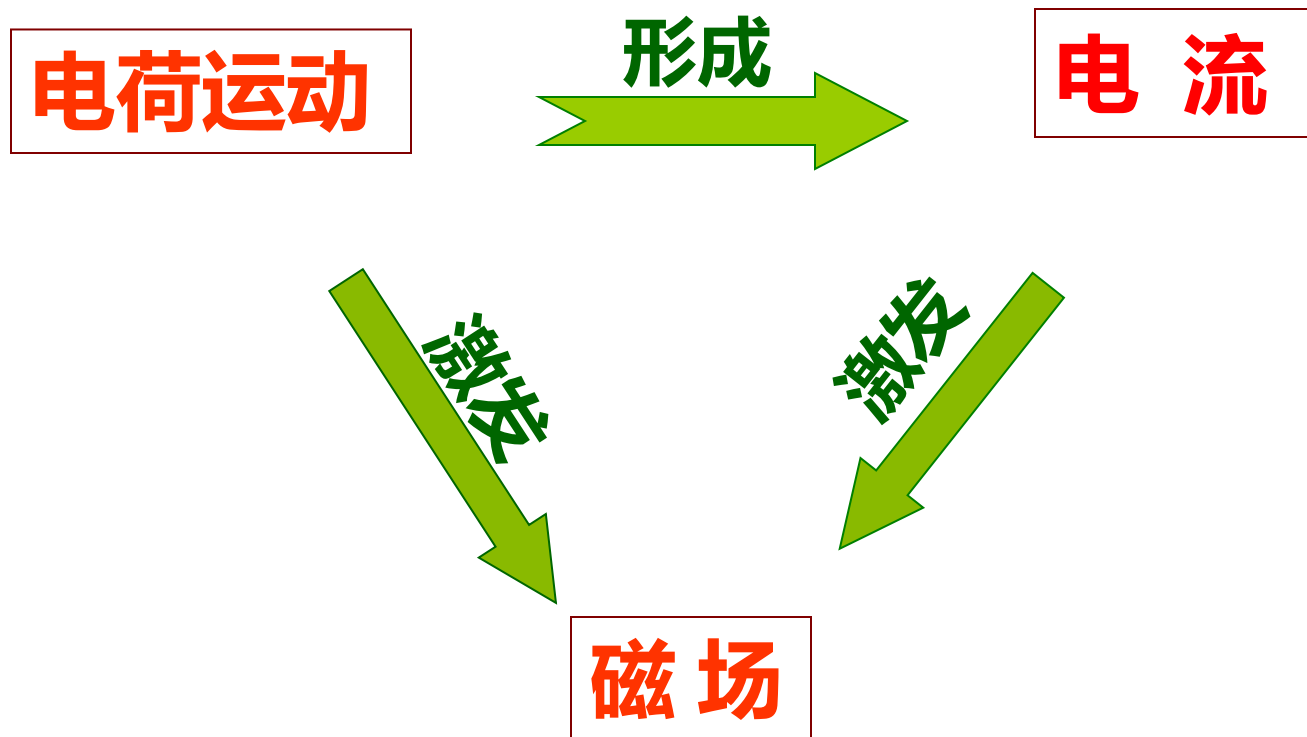
(3) 半无限长螺线管

$$\beta_1 = \frac{\pi}{2}, \beta_2 = 0$$

$$B = \frac{1}{2} \mu_0 n I$$



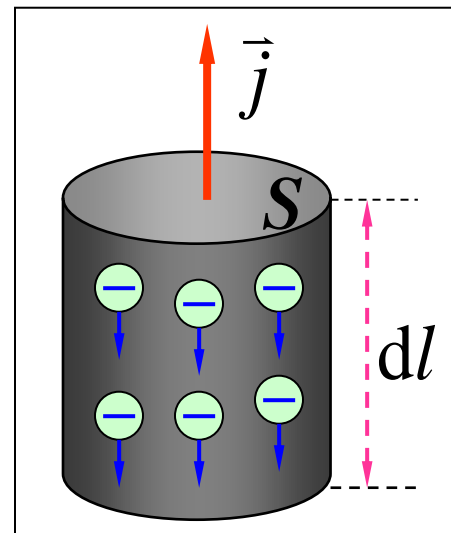
四、运动电荷的磁场



毕 — 萨定律
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$Id\vec{l} = \vec{j}Sdl = nSdlq\vec{v}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{nSdlq\vec{v} \times \vec{r}}{r^3}$$

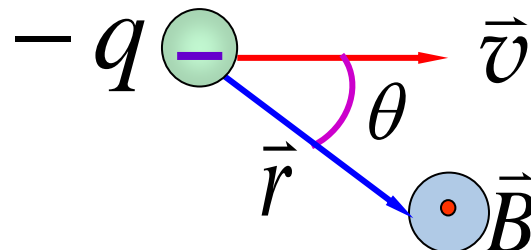
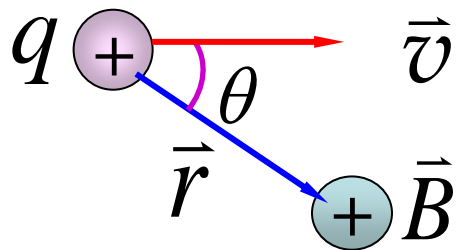


$$dN = nSdl$$

运动电荷的磁场

实用条件 $v \ll c$

$$\vec{B} = \frac{d\vec{B}}{dN} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \vec{r}}{r^3}$$



例8-5 在玻尔的氢原子模型中，电子绕原子核做匀速圆周运动，具有相应的磁矩，称为**轨道磁矩**。设圆半径为 r ，转速为 n ，求：（1）轨道中心的磁感应强度的大小；（2）轨道磁矩 μ 与轨道角动量 L 之间的关系；（3）计算氢原子在基态时电子的轨道磁矩。

解：1：运动电荷的磁场

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \vec{e}_r}{r^2} \quad v = \omega r = 2\pi n r$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi n r e}{r^2} = \frac{\mu_0 n e}{2r}$$

解法2：电子的运动相当于一个圆电流： $I = ne$

由圆电流中心的磁场公式，轨道中心的磁感应强度为

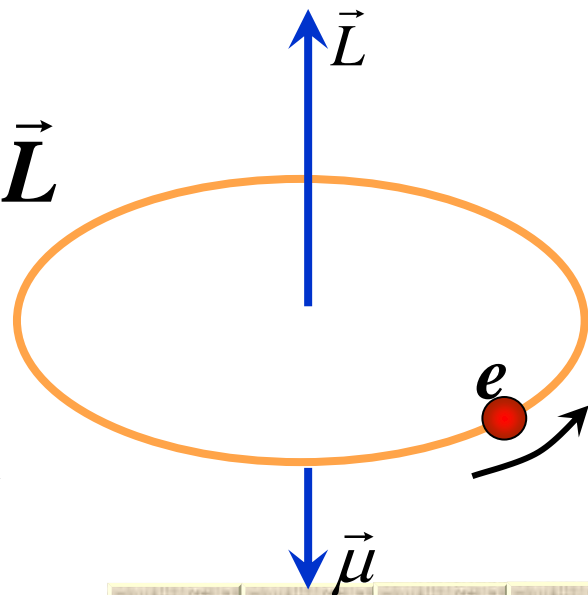
$$B_0 = \frac{\mu_0 ne}{2r}$$

(2) 轨道磁矩： $\mu = IS = ne\pi r^2$

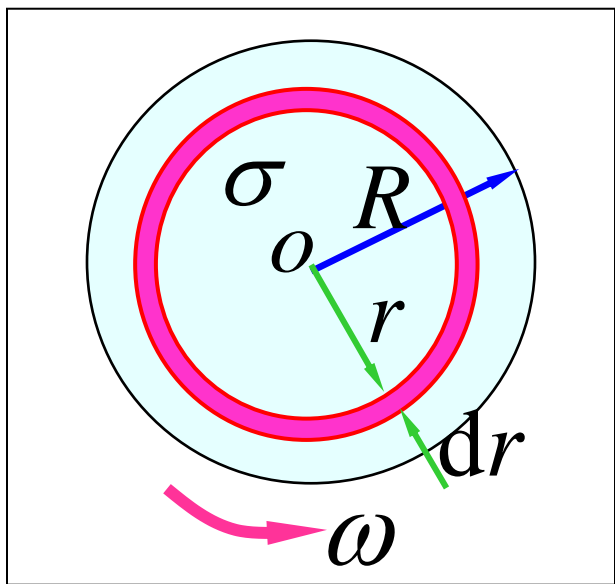
轨道角动量： $L = m_e r v = m_e 2\pi r n r = 2m_e n \pi r^2$

$$\mu = \frac{e}{2m_e} L \quad \Rightarrow \quad \vec{\mu} = -\frac{e}{2m_e} \vec{L}$$

角动量和磁矩的方向恰好相反，
这一经典结论与量子理论导出的结果相符。



例：半径为 R 的带电薄圆盘的电荷面密度为 σ ，并以角速度 ω 绕通过盘心垂直于盘面的轴转动，**求圆盘中心的磁感强度。**



解法一 圆电流的磁场

$$dI = \frac{dq}{dt} = \frac{\sigma 2\pi r dr}{T}$$

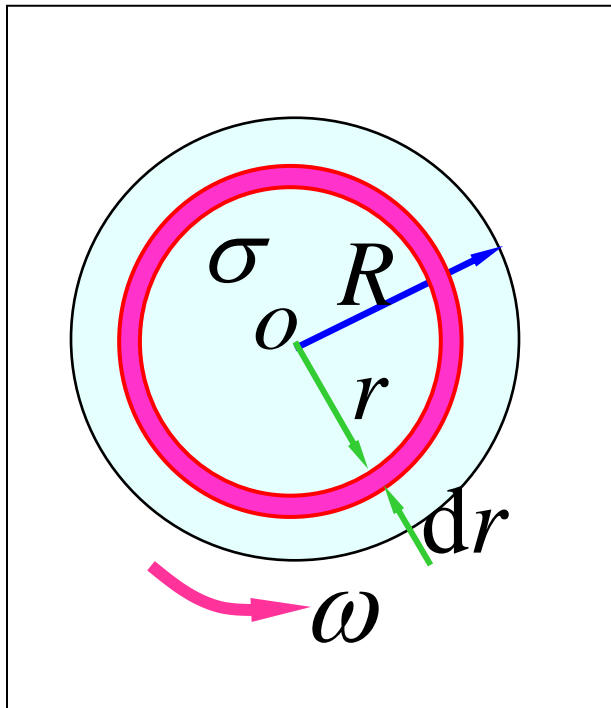
$$= \sigma 2\pi r dr \frac{\omega}{2\pi} = \sigma \omega r dr$$

$$dB = \frac{\mu_0 dI}{2r} = \frac{\mu_0 \sigma \omega}{2} dr$$

$$B = \frac{\mu_0 \sigma \omega}{2} \int_0^R dr = \frac{\mu_0 \sigma \omega R}{2}$$

$\left\{ \begin{array}{l} \sigma > 0, \quad \vec{B} \text{ 向外} \\ \sigma < 0, \quad \vec{B} \text{ 向内} \end{array} \right.$

解法二 运动电荷的磁场



$$dB_0 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{dqv}{r^2}$$

$$dq = \sigma 2\pi r dr \quad v = \omega r$$

$$dB = \frac{\mu_0 \sigma \omega}{2} dr$$

$$B = \frac{\mu_0 \sigma \omega}{2} \int_0^R dr = \frac{\mu_0 \sigma \omega R}{2}$$