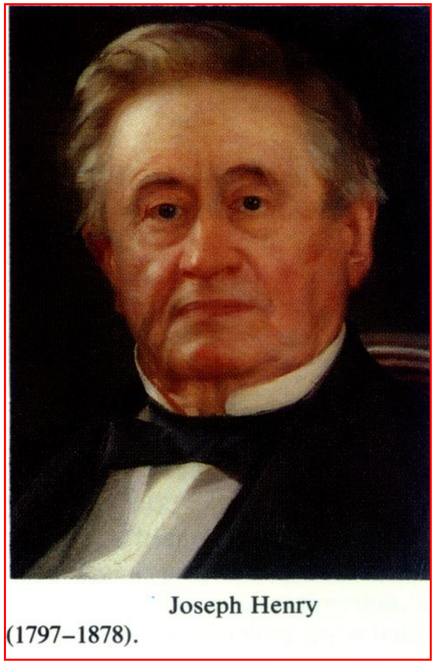
§ 9-4 自感应和互感应

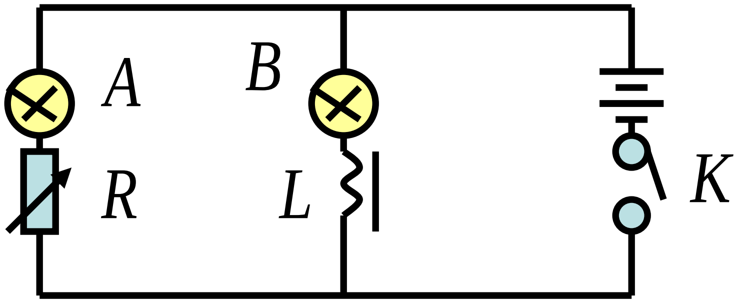
自感和互感

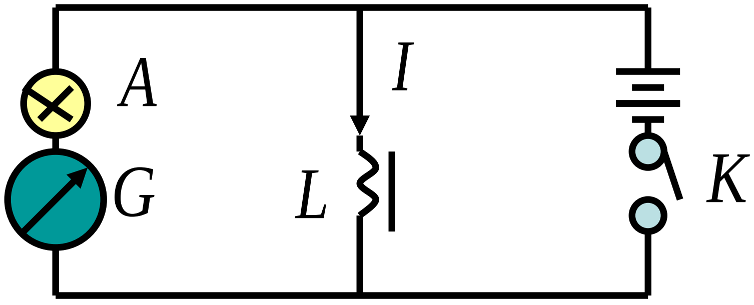
1. 自感应

自感现象 由于回路中电流产生的磁通量发生变化，而在自己回路中激发感应电动势的现象叫做**自感现象**，这种感应电动势叫做**自感电动势**。



亨 利





设有一无铁芯的长直螺线管，长为l，截面半径为R，管上绕组的总匝数为N，其中通有电流I。

$$\because B=\frac{\mu_0 N I}{l} \qquad \therefore \Phi = BS = \frac{\mu_0 N I}{l}\pi R^2$$

穿过 N匝线圈的磁链数为

$$\Phi_N = N\Phi = \frac{\mu_0 N^2 I}{l}\pi R^2$$

当线圈中的电流I发生变化时，在 匝线圈中产生的感应电动势为

$$\varepsilon_L = -\frac{\mathrm{d}\Phi_N}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mu_0 \pi R^2 N^2}{l}\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$$

$$\boxed{\varepsilon_L = -L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}}$$

L 称为回路的**自感系数**，简称**自感**。由回路的大小、形状、匝数以及周围磁介质的性质决定。

对于一个任意形状的回路，回路中由于电流变化引起通过回路本身磁链数的变化而出现的感应电动势为

$$\varepsilon_L = -\frac{\mathrm{d}\Phi_N}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}\Phi_N}{\mathrm{d}I}\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = -L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$$

$$\boxed{\Rightarrow L = \frac{\mathrm{d}\Phi_N}{\mathrm{d}I}}$$

自感系数：等于回路中的电流变化为单位值时，在回路本身所围面积内引起磁链数的改变值。

如果回路的几何形状保持不变，且在它的周围空间没有铁磁性物质。

$$B \propto I \qquad \phi_N \propto I \qquad \boxed{L = \frac{\Phi_N}{I}}$$

自感： 回路自感的大小等于回路中的电流为单位值时通过这回路所围面积的磁链数。

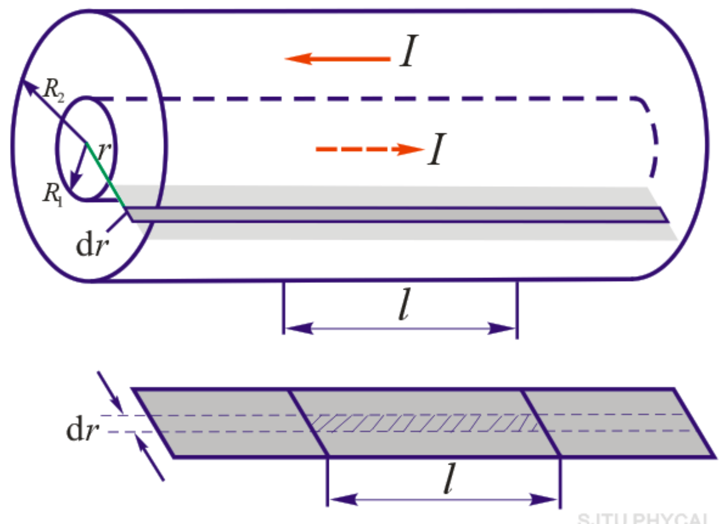
单位： 亨利 (H)

$$1H = 1Wb \cdot A^{-1}$$

$$1H = 10^3 mH = 10^6 \mu H$$

例9-6 同轴电缆内、外筒半径分别为R_1和R_2，其间为真空。内、外筒流过的电流I大小相等，方向相反。求电缆单位长度的自感。

解： $$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



$$\mathrm{d}\Phi = B\mathrm{d}S = Bl\mathrm{d}r$$

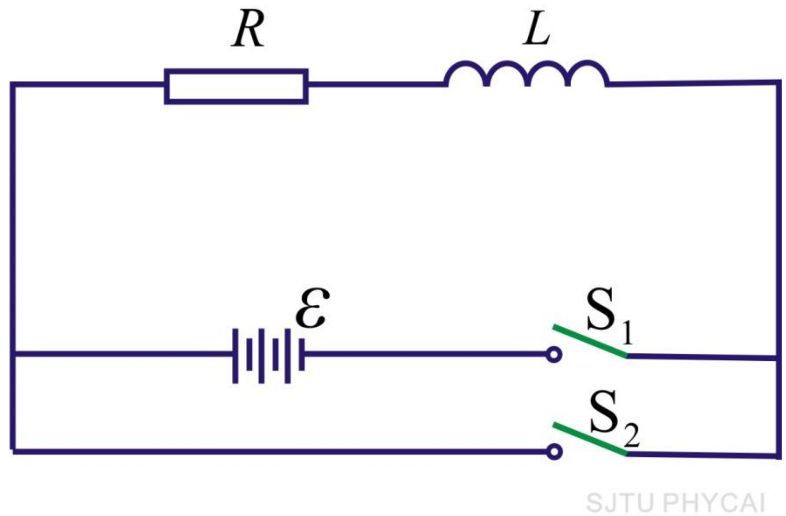
$$\Phi=\int_{R_1}^{R_2}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}l\mathrm{d}r=\frac{\mu_0 Il}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

单位长度的自感

$$L=\frac{\Phi}{Il}=\frac{\mu_0}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

例9-7 试分析LR电路中（暂态）电流的变化规律。

解：



1. S_1 接通　电流滋长过程

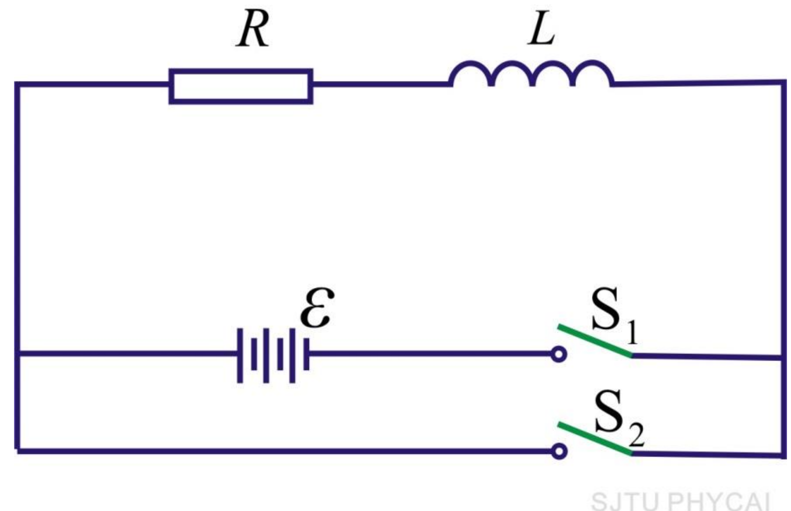
$$\varepsilon + \varepsilon_L - IR = 0$$

$$\varepsilon - L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} - IR = 0$$

$$\int_0^I \frac{\mathrm{d}I}{\frac{\varepsilon}{R} - I} = \int_0^t \frac{R}{L}\mathrm{d}t \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R}(1 - \mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t})$$

$$\tau = \frac{L}{R}\text{（时间常量）} \qquad = \frac{\varepsilon}{R}(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau})$$

2. S_1断开 S_2 接通 电流衰减过程



$$\varepsilon_L - IR = 0$$

$$-L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} - IR = 0$$

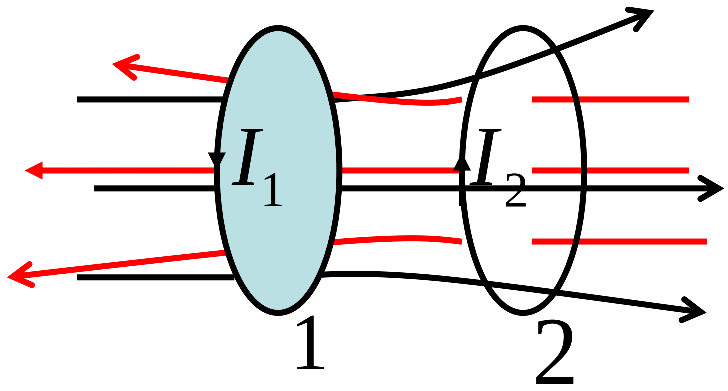
$$\int_{\frac{\varepsilon}{R}}^{I}\frac{\mathrm{d}I}{I} = \int_0^t -\frac{R}{L}\mathrm{d}t \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R}\mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t}$$

2. 互感应

由一个回路中电流变化而在另一个回路中产生感应电动势的现象，叫做互感现象，这种感应电动势叫做互感电动势。

$$\Phi_{21} = M_{21} I_1$$

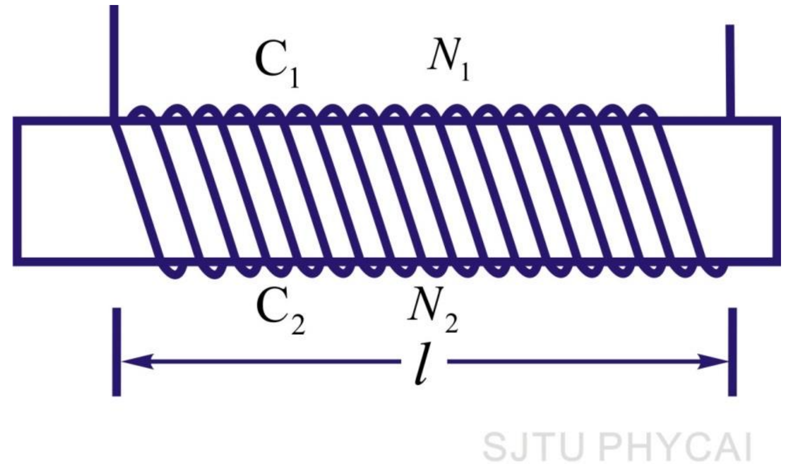
$$\Phi_{12} = M_{12} I_2$$



$M_{12} = M_{21} = M$ **互感系数，简称互感.它和两个回路的大小、形状、匝数以及周围磁介质的性质决定.**

特例： 截面半径为r，长为l 的均匀长直螺线管外共轴地密绕两层线圈C_1、C_2，匝数分别为N_1、N_2。

当C_1通以电流I_1时，



$$B_1 = \mu_0 \frac{N_1}{l} I_1$$

$$\Psi_{21} = N_2 \cdot \mu_0 \frac{N_1}{l} I_1 \cdot \pi r^2$$

当I_1变化时，C_2中将产生互感电动势：

$$\varepsilon_{21} = -\frac{\mathrm{d}\Psi_{21}}{\mathrm{d}t} = -\mu_0 \frac{N_1 N_2}{l} \pi r^2 \frac{\mathrm{d}I_1}{\mathrm{d}t}$$

$$\varepsilon_{21} = -\frac{\mathrm{d}\Psi_{21}}{\mathrm{d}t} = -\mu_0 \frac{N_1 N_2}{l} \pi r^2 \frac{\mathrm{d}I_1}{\mathrm{d}t} = -M_{21} \frac{\mathrm{d}I_1}{\mathrm{d}t}$$

$$\Rightarrow M_{21} = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{l} \pi r^2$$

当C_2中通的电流I_2变化时，C_1中将产生互感电动势：

$$\varepsilon_{12} = -\frac{\mathrm{d}\Psi_{12}}{\mathrm{d}t} = -\mu_0 \frac{N_1 N_2}{l} \pi r^2 \frac{\mathrm{d}I_2}{\mathrm{d}t} = -M_{12} \frac{\mathrm{d}I_2}{\mathrm{d}t}$$

$$\Rightarrow M_{12} = M_{21} = M$$

互感电动势： $\varepsilon_{12} = -M\dfrac{\mathrm{d}I_2}{\mathrm{d}t}$ $\varepsilon_{21} = -M\dfrac{\mathrm{d}I_1}{\mathrm{d}t}$

一般情形，

$$\varepsilon_{12} = -\frac{\mathrm{d}\Psi_{12}}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}\Psi_{12}}{\mathrm{d}I_2}\frac{\mathrm{d}I_2}{\mathrm{d}t}$$

$$\varepsilon_{21} = -\frac{\mathrm{d}\Psi_{21}}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}\Psi_{21}}{\mathrm{d}I_1}\frac{\mathrm{d}I_1}{\mathrm{d}t}$$

$$\Rightarrow \quad M = \frac{\mathrm{d}\Psi_{12}}{\mathrm{d}I_2} = \frac{\mathrm{d}\Psi_{21}}{\mathrm{d}I_1}$$

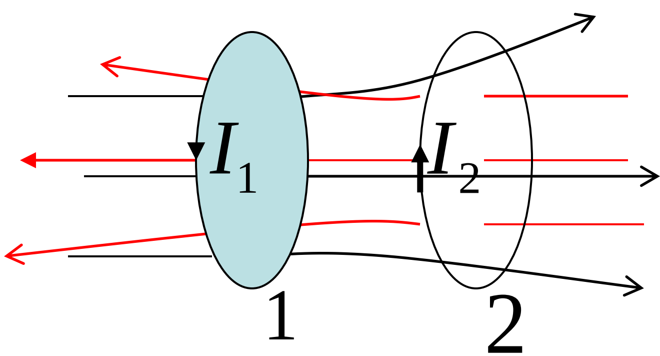
若空间不存在铁磁质： $M = \dfrac{\Psi_{12}}{I_2} = \dfrac{\Psi_{21}}{I_1}$

耦合因数

一般说来，回路1的电流产生的磁场通过自身回路的磁通量 Φ_{11} 与它通过回路2的磁通量 Φ_{21} 是不相等的。通常 $\Phi_{21} \le \Phi_{11}$ 。因此 Φ_{21} 和 Φ_{11} 之间的关系可表示为：

$$\Phi_{21} = K_1 \Phi_{11} \qquad (0 < K_1 \le 1)$$

同理 $$\Phi_{12} = K_2 \Phi_{22} \qquad (0 < K_2 \le 1)$$



因为 $$\Phi_{21} = M I_1 , \quad \Phi_{12} = M I_2$$

又有 $$\Phi_{11} = L_1 I_1 , \quad \Phi_{22} = L_2 I_2$$

可得 $$M = \sqrt{K_1 K_2} \cdot \sqrt{L_1 L_2} = K \sqrt{L_1 L_2} \qquad (0 < K \le 1)$$

回路1和回路2之间的耦合因数：$K = \sqrt{K_1 K_2}$

自感和互感的关系：

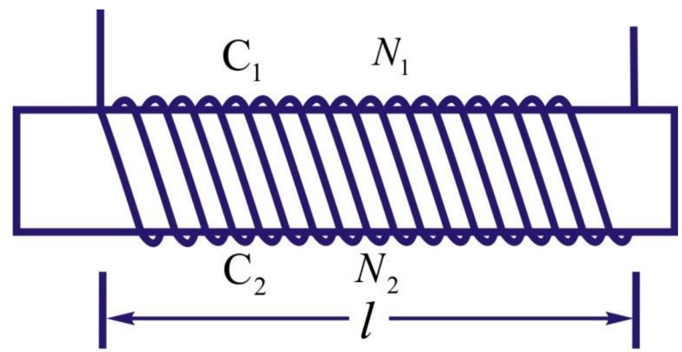
$$M = k\sqrt{L_1 L_2} \quad (0 \le k \le 1)$$

耦合系数

$$\begin{cases} k=0 & \text{无耦合} \\ k=1 & \text{全耦合} \end{cases}$$

特例：

$$L_1 = \mu_0 \frac{N_1^2}{l} \pi r^2 \qquad L_2 = \mu_0 \frac{N_2^2}{l} \pi r^2$$



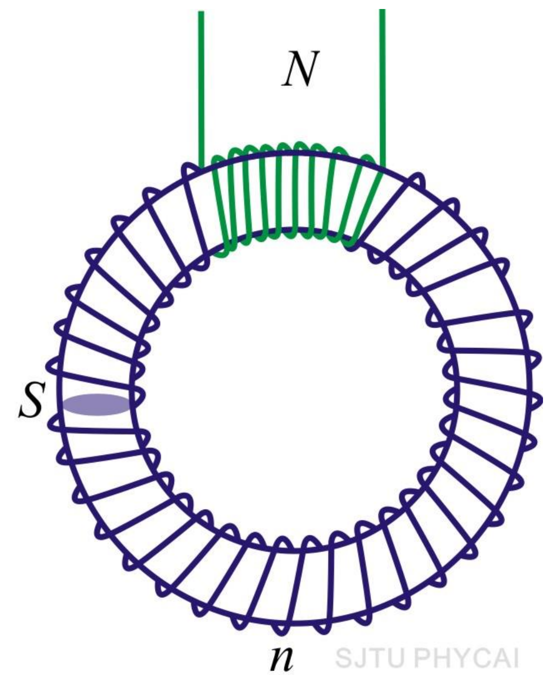
$$M = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{l} \pi r^2 \qquad M = \sqrt{L_1 L_2}$$

$k=1$ 全耦合（无漏磁）

返回 退出

例9-8 一密绕螺绕环，单位长度的匝数为 n =2000 m^{-1}，环的截面积为S =10 cm^2，另一个 N =10匝的小线圈套绕在环上，如图所示。（1）求两个线圈间的互感；（2）当螺绕环中的电流变化率为dI/dt=10 A/s时，求小线圈内产生的互感电动势的大小。

解：（1）设螺绕环中通有电流 I 。



螺绕环中的磁感应强度大小为

$$B = \mu_0 n I$$

通过N匝小线圈的磁通链为

$$\Phi_N = N\Phi = N\mu_0 n I S$$

两个线圈间的互感为

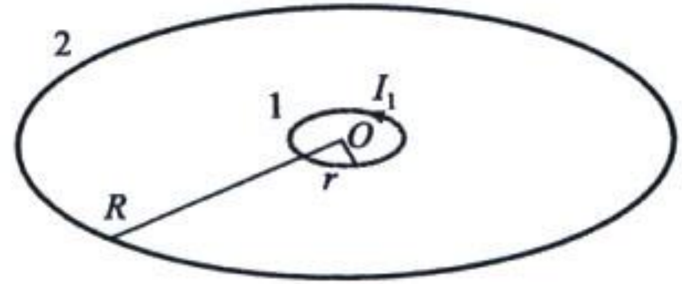
$$M=\frac{\Phi_N}{I}=N\mu_0 nS$$

$$\approx 2.5\times 10^{-5}\ \mathrm{H}=250\ \mu\mathrm{H}$$

（2）小线圈内产生的互感电动势大小为

$$\varepsilon_{21}=\left|-M\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}\right|=25\,\mu\mathrm{V}$$

例9-9 两只水平放置的同心圆线圈1和2，半径分布r和R，且$R >> r$，已知小线圈1内通有电流 $I_1 = I_0 \cos\omega t$ ，求在大线圈2上产生的感应电动势。



解：（1）先假设大线圈通电流 I_2

其中心的磁场为 $B = \dfrac{\mu_0 I_2}{2R}$

因为$R >> r$，小线圈内的磁场可以看作是均匀的

$$\Phi_{12} = BS = \frac{\mu_0 I_2}{2R}\pi r^2$$

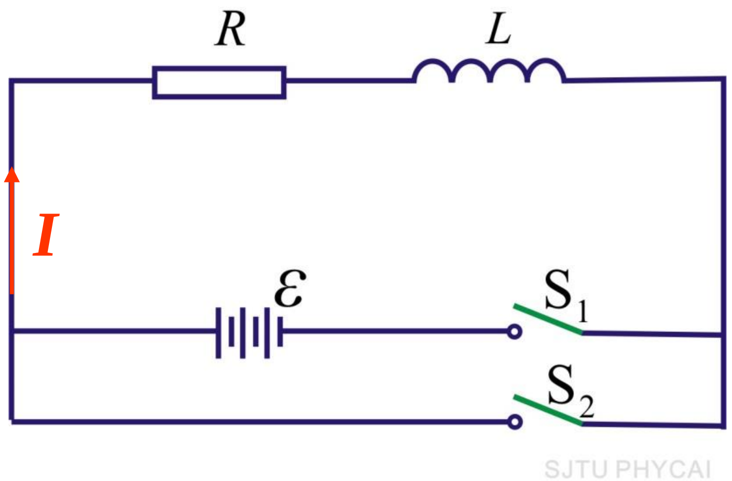
⇨ 互感系数 $M_{12} = \dfrac{\mu_0}{2R}\pi r^2$

互感系数 $M_{21} = M_{12} = \dfrac{\mu_0}{2R}\pi r^2$

$$\Rightarrow \quad \varepsilon_{21} = -M_{21}\frac{\mathrm{d}I_1}{\mathrm{d}t} = \frac{\mu_0 \pi r^2}{2R} I_0 \omega \sin \omega t$$

§ 9-5 磁场的能量

以RL电路为例： I从$0 \to I_0 = \varepsilon / R$ 增长过程



自感电动势： $\varepsilon_L = -L\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$

回路方程： $\varepsilon - L\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = RI$

两边乘以$I\mathrm{d}t$ $\varepsilon I\mathrm{d}t - LI\mathrm{d}I = RI^2\mathrm{d}t$

$$\int_0^t \varepsilon I\mathrm{d}t = \int_0^t RI^2\mathrm{d}t + \int_0^{I_0} LI\mathrm{d}I$$

$$\int_0^t \varepsilon I\mathrm{d}t = \int_0^t RI^2\mathrm{d}t + \frac{1}{2}LI_0^2$$

$$\int_0^t \varepsilon I \mathrm{d}t = \int_0^t RI^2 \mathrm{d}t + \frac{1}{2} L I_0^2$$

$\int_0^t \varepsilon I \mathrm{d}t$ ： 电源所做的功

$\int_0^t RI^2 \mathrm{d}t$ ： 消耗在电阻上的焦耳热

$\frac{1}{2} L I_0^2$ ： 电源反抗自感电动势做的功，转化为磁场的能量。

磁场的能量： $W_m = \frac{1}{2} L I^2$

长直螺线管为例： $L=\mu\frac{N^2}{l}S=\mu n^2V$ $I=\frac{B}{\mu n}$

$$W_m=\frac{1}{2}LI^2=\frac{1}{2}\mu n^2V\left(\frac{B}{\mu n}\right)^2=\frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu}V$$

磁场的能量密度： $w_m=\frac{W_m}{V}=\frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu}$

$$w_m=\frac{1}{2}BH=\frac{1}{2}\mu H^2$$

一般情形： $w_m=\frac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H}$

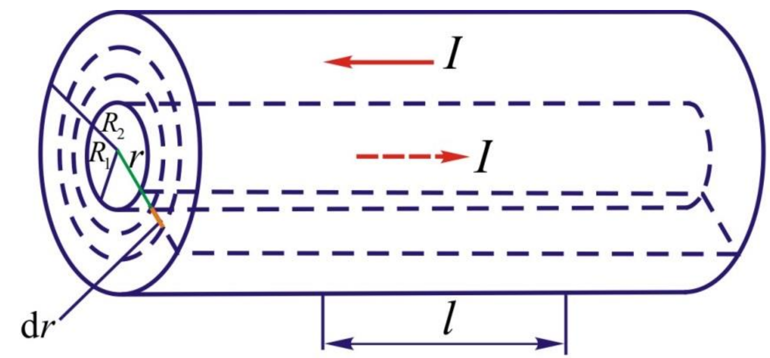
对非匀强磁场，磁场的能量：

$$W_{\mathrm{m}} = \int_V w_{\mathrm{m}} \mathrm{d}V = \frac{1}{2}\int_V \vec{B} \cdot \vec{H} \mathrm{d}V$$

对匀强磁场，磁场的能量：

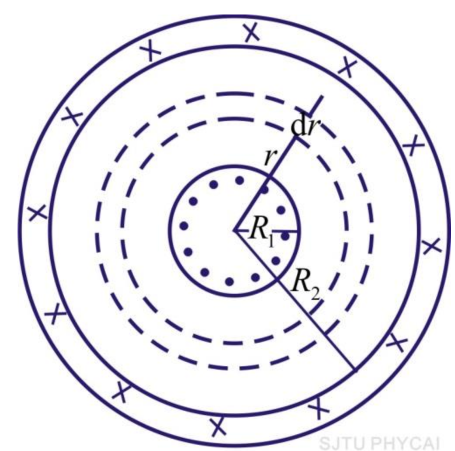
$$W_{\mathrm{m}} = w_{\mathrm{m}} \cdot V = (\frac{1}{2}\vec{B} \cdot \vec{H})V$$

例9-10 一根长直同轴电缆，由半径为R_1和R_2的两圆筒组成，电缆中有电流 I ，经内层流进外层流出形成回路。试计算：（1）长为l 的一段电缆内的磁场能量；（2）该段电缆的自感。



解: （1）$B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$

$$w_{\mathrm{m}}=\frac{B^2}{2\mu_0}=\frac{\mu_0 I}{8\pi^2 r^2}$$



对$r\rightarrow r+\mathrm{d}r$的圆筒：

$$\mathrm{d}W_{\mathrm{m}}=w_{\mathrm{m}}\mathrm{d}V=w_{\mathrm{m}}2\pi r l\mathrm{d}r$$

$$W_{\mathrm{m}} = \int_V w_{\mathrm{m}} \mathrm{d}V = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 r^2} \cdot 2\pi l r \mathrm{d}r$$

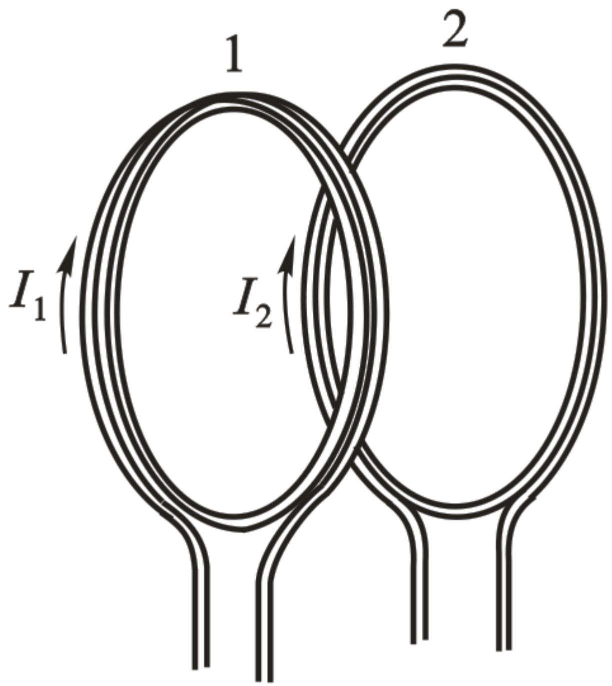
$$= \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi} \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mathrm{d}r}{r} = \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

（2） $W_{\mathrm{m}} = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$

自感： $L = \frac{2W_{\mathrm{m}}}{I^2} = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$

计算自感系数的另一方法

例9-11 用通过在两个线圈中建立电流的过程计算储存在线圈周围空间磁场能量的方法，证明两个线圈的互感相等，即 $M_{12}=M_{21}$



解： 先通线圈1

$$I_1:0\rightarrow I_{10}\qquad \frac{1}{2}L_1I_{10}^2$$

再通线圈2

$$I_2:0\rightarrow I_{20}\qquad \frac{1}{2}L_2I_{20}^2$$

线圈2电流增加时，给线圈1带来互感电动势

$$\varepsilon_{12}=-M_{12}\frac{\mathrm{d}I_2}{\mathrm{d}t}$$

M_{12}是线圈2对线圈1的互感

电源反抗此电动势做功

$$A_{12}=\int_0^t -\varepsilon_{12}I_{10}\mathrm{d}t=\int_0^t M_{12}\frac{\mathrm{d}I_2}{\mathrm{d}t}I_{10}\mathrm{d}t$$

$$=\int_0^{I_{20}} M_{12}I_{10}\mathrm{d}I_2=M_{12}I_{10}I_{20}$$

整个系统的磁能为

$$W_\mathrm{m}=\frac{1}{2}L_1I_{10}^2+\frac{1}{2}L_2I_{20}^2+M_{12}I_{10}I_{20}$$

先通线圈2，再通线圈1，同理可得

$$W_\mathrm{m}'=\frac{1}{2}L_1I_{10}^2+\frac{1}{2}L_2I_{20}^2+M_{21}I_{10}I_{20}$$

$$\Rightarrow \quad M_{12}=M_{21}$$

讨论　　　　令 $M_{21}=M_{12}=M$

系统的总磁能

$$W_{\mathrm{m}}=\frac{1}{2}L_1I_{10}^2+\frac{1}{2}L_2I_{20}^2+MI_{10}I_{20}$$

自感磁通与互感磁通相互加强

如果电流方向相反

自感磁通与互感磁通相互削弱

$$W_{\mathrm{m}}=\frac{1}{2}L_1I_{10}^2+\frac{1}{2}L_2I_{20}^2-MI_{10}I_{20}$$

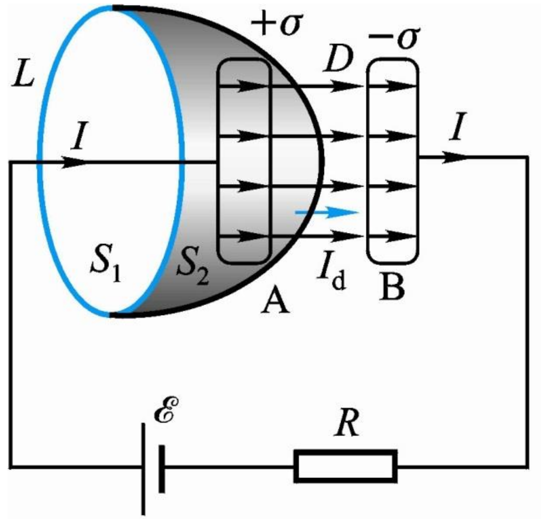
§9-6 位移电流 电磁场理论

一、位移电流

变化的磁场能激发电场：

$$\oint_l \vec{E}_i \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

变化的电场能否激发磁场?



（电容器充电）

连续传导电流条件下：$\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = I$

非连续传导电流情形：$\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = ?$

对S_1面 $\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_{S_1} \vec{j}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = I$

矛盾

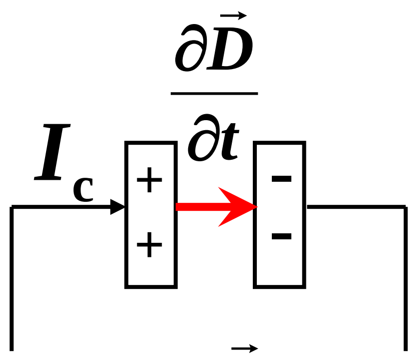
对S_2面 $\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_{S_2} \vec{j}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$

电容器充放电时：

某时刻极板上的电荷面密度为σ，$I = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = S\dfrac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t}$

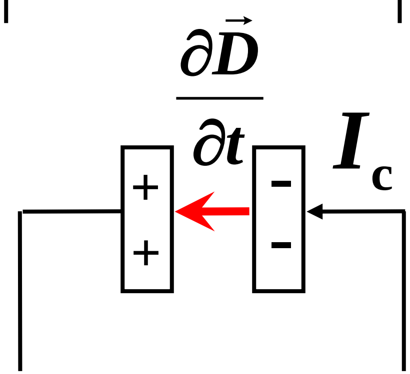
极板间的电位移矢量大小为$D=\sigma$，且 $\dfrac{\mathrm{d}\vec{D}}{\mathrm{d}t}$ 的方向总与导线中的电流方向一致，

充电



$$\vec{D}\uparrow \Rightarrow \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} // \vec{D}$$

放电



$$\vec{D}\downarrow \Rightarrow \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} // -\vec{D}$$

$$\Rightarrow \quad I = S\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t} = S\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\Psi_D}{\mathrm{d}t}$$

位移电流（displacement current）假设(麦克斯韦):

变化的电场本身也是一种电流。

$$I_{\mathrm{d}} = S\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\Psi_D}{\mathrm{d}t}$$

位移电流密度:

$$j_{\mathrm{d}} = \frac{1}{S}\frac{\mathrm{d}\Psi_D}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}t}$$

通过电场中某一截面的位移电流等于通过该截面的电位移通量的时间变化率。

全电流：传导电流、位移电流的总和。

$$I_{\mathrm{t}} = I + I_{\mathrm{d}}$$

全电流在空间永远是连续的闭合电流。

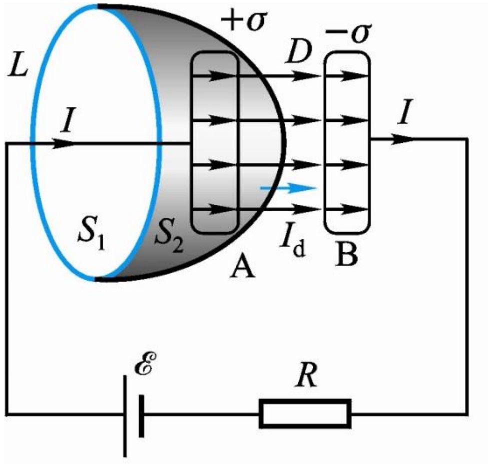
全电流定律：

$$\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \sum (I + I_{\mathrm{d}}) = \int_S \vec{j}\cdot \mathrm{d}\vec{S} + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

电容器充电时：

$$\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_{S_1} \vec{j}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$= \int_{S_2} \vec{j}_{\mathrm{d}}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = I$$

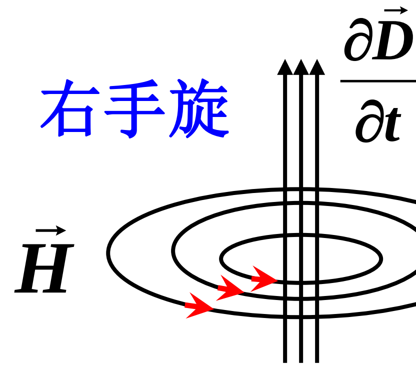


全电流定律

$$\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \sum (I + I_{\mathrm{d}}) = \int_S \vec{j}\cdot \mathrm{d}\vec{S} + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

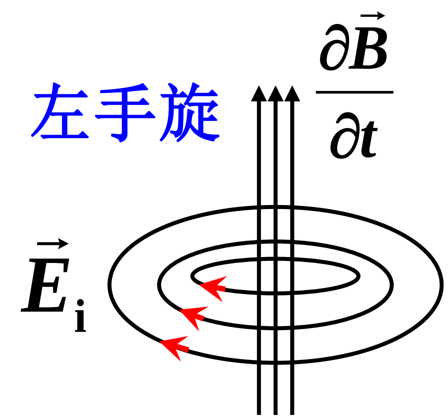
若I=0，

$$\oint_l \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \iint_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$



对比

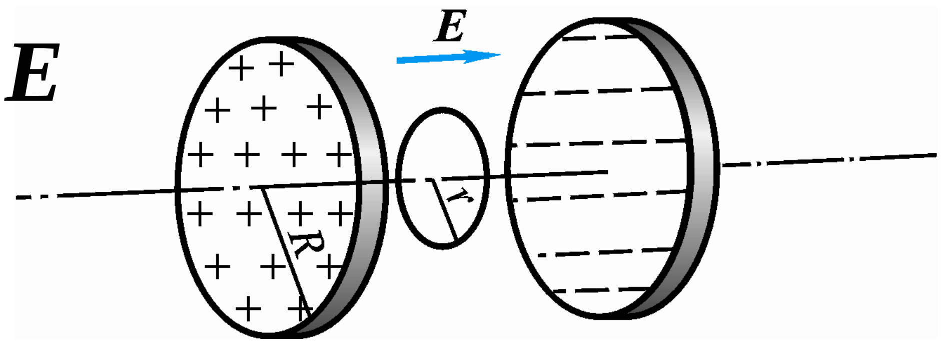
$$\oint_l \vec{E}_{\mathrm{i}}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$



例9-12 半径为R的两块圆板，构成平板电容器。现均匀充电， 使电容器两极板间的电场变化率为$\mathrm{d}E/\mathrm{d}t$ (常量），求极板间的位移电流以及距轴线 r 处的磁感应强度。

解:

$$\Phi_D = SD = \pi R^2 \cdot \varepsilon_0 E$$



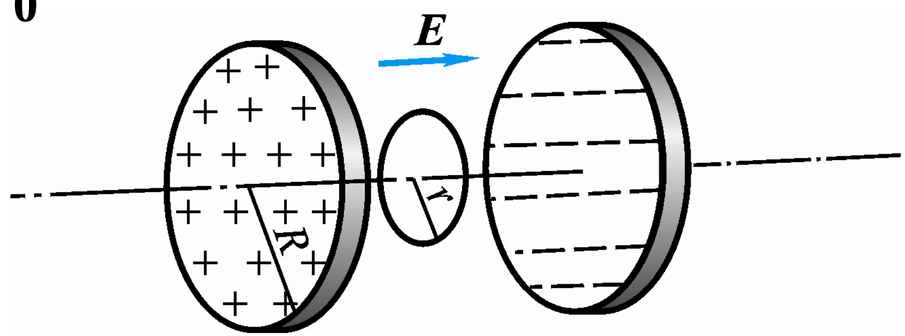
$$I_\mathrm{d} = \frac{\mathrm{d}\Phi_D}{\mathrm{d}t} = \pi\varepsilon_0 R^2 \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}$$

选同轴圆周为闭合路径L,

$$\oint_L \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \frac{\mathrm{d}\Phi_D}{\mathrm{d}t} \qquad H \cdot 2\pi r = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \frac{d\Phi_D}{dt} \qquad H\cdot 2\pi r = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

$$\because \quad H = \frac{B}{\mu_0}, \quad D = \varepsilon_0 E$$



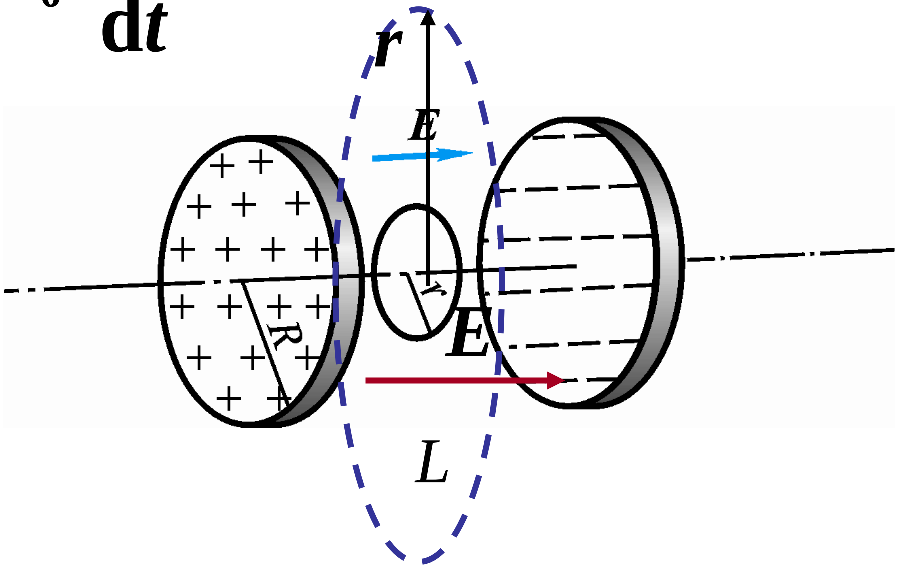
$r<R$时：

$$\frac{B}{\mu_0}\cdot 2\pi r = \varepsilon_0 \int_S \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\cdot d\vec{S} = \varepsilon_0 \frac{dE}{dt}\pi r^2$$

$$\Longrightarrow \quad B_r = \frac{\mu_0 \varepsilon_0}{2} r \frac{dE}{dt}$$

r>*R*时：

$$\frac{B}{\mu_0}\cdot 2\pi r=\varepsilon_0\int_S\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\varepsilon_0\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}\pi R^2$$



$$\Rightarrow\quad B_r=\frac{\mu_0\varepsilon_0}{2r}R^2\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}$$

注意：上述计算得到的*B*都是由传导电流和位移电流共同激发的总磁场。

二、电磁场 麦克斯韦电磁场方程的积分形式

- **静电场高斯定理** $\oiint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum_{S内} q = \iiint_V \rho \mathrm{d}V$

- **静电场环流定理** $\oint_l \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$

- **磁场高斯定理** $\oiint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$

- **安培环路定理** $\oint_l \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \sum_{l包围} I = \iint_S \vec{j}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$

麦克斯韦假设

1）有旋电场 $\vec{E}_{\mathrm{k}}$

2）位移电流 $\vec{j}_{\mathrm{d}} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{D}}{\mathrm{d}t}$

麦克斯韦电磁场方程的积分形式

$$\begin{cases}
\oiint_S \vec{D}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = \sum\limits_{S内} q = \iiint_V \rho\,\mathrm{d}V \\
\oint_l \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l} = -\iint_S \dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\vec{S} \\
\oiint_S \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = 0 \\
\oint_l \vec{H}\cdot\mathrm{d}\vec{l} = \iint_S (\vec{j}_c + \dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t})\cdot\mathrm{d}\vec{S}
\end{cases}$$