

# 大学物理 C

## 教材及参考书：

教材：《普通物理学》第八版，程守洙 江之永 主编

❖ 课时：大学物理C 下 **40**学时

❖ 《新概念物理教程》（第三版） 赵凯华等 高等教育出版社 2023. 7

❖ 《大学物理学》（第二版）毛骏健 顾牡 高等教育出版社 2018. 11

❖ 《物理学教程》（第四版）马文蔚等 高等教育出版社 2023. 8

❖ 《大学物理学》（第三版） 张三慧等 清华大学出版社 2022. 12

# 第七章 静止电荷的电场

§ 7-1 电荷 库仑定律

§ 7-2 静电场 电场强度

§ 7-3 静电场的高斯定理

§ 7-4 静电场的环路定理 电势

§ 7-5 电场强度与电势梯度的关系

§ 7-6 静电场中的导体

§ 7-7 电容器的电容

§ 7-8 静电场中的电介质

§ 7-9 有电介质时的高斯定理和环路定理 电位移

§ 7-10 静电场的能量



# 静电场 教学基本要求

一、**掌握**电场强度和电势的概念，**理解**电场强度是矢量点函数，而电势则是标量点函数；

二、**理解**高斯定理及静电场的环路定理，表明静电场是有源场和保守场；

三、**掌握**用叠加原理及高斯定理求解带电系统电场强度的方法；

四、**掌握**用点电荷和叠加原理以及电势的定义式求解带电系统电势的方法；能用**电场强度与电势梯度**的关系求解较简单带电系统的电场强度；

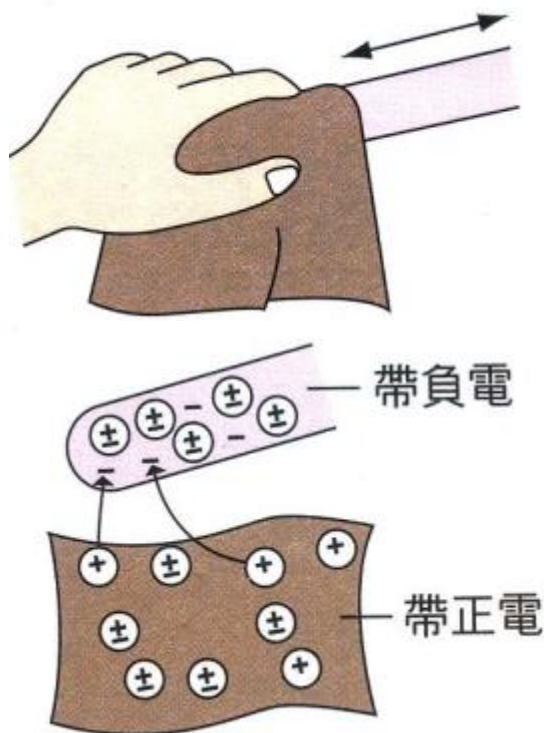
五、**理解**和**掌握**导体的电荷及电场分布、电场能量。

## § 7-1 物质的电结构 库仑定律

# 电荷 库仑定律

## 一、电荷

摩擦起电和雷电：对电的最早认识。



范德格拉夫起电机

**电荷：** 实物的一种属性。

**三个基本性质：**

- **自然界存在两种电荷：正电荷和负电荷。  
同性相斥，异性相吸。**
- **电荷守恒（微观世界的一个基本定律）。**
- **电荷的量子化。**

## 二、电荷守恒定律

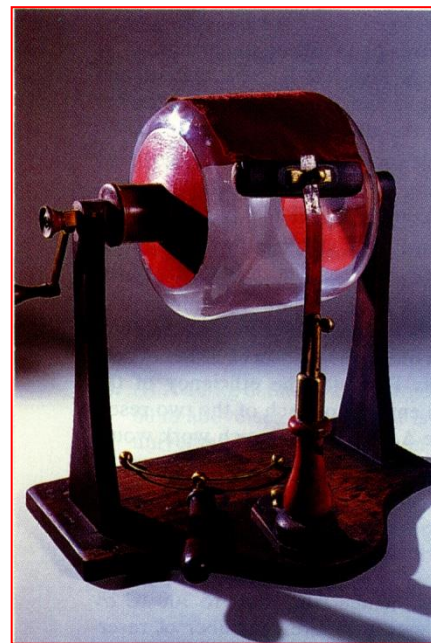
在**孤立**系统中（指与外界没有交换电荷），正负电荷的代数和保持不变。

强调是正负电荷的代数和不变

如： ${}_{92}^{238}\text{U} \rightarrow {}_{90}^{234}\text{Th}(\text{钍}) + {}_2^4\text{He}$

电荷守恒定律是物理学的基本定律之一

- 电荷的**相对论不变性**。



起电机

# 电荷量子化

**最小电量:**  $e = 1.602 \times 10^{-19} \text{C}$

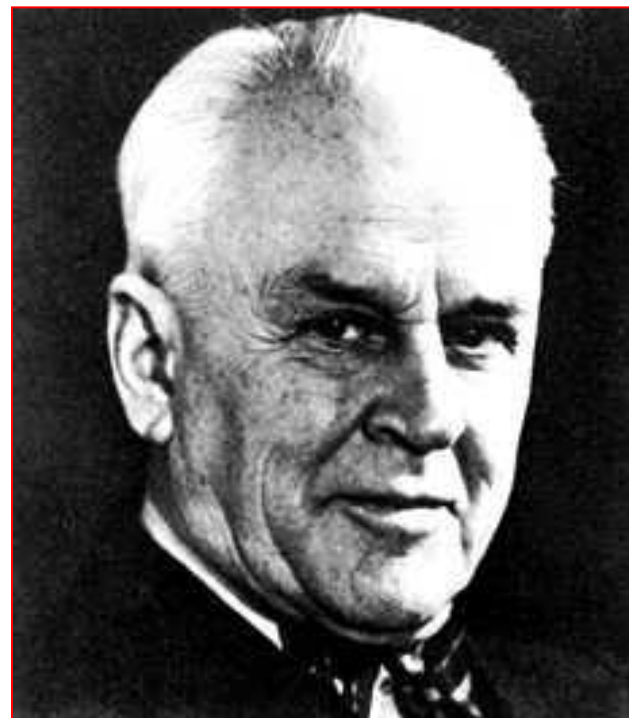
$$q = ne \quad n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

● **强子的夸克模型具有分数电**

**荷** ( $\frac{1}{3}$  或  $\frac{2}{3}$  电子电荷) 但实验

**上尚未找到自由状态的夸克.**

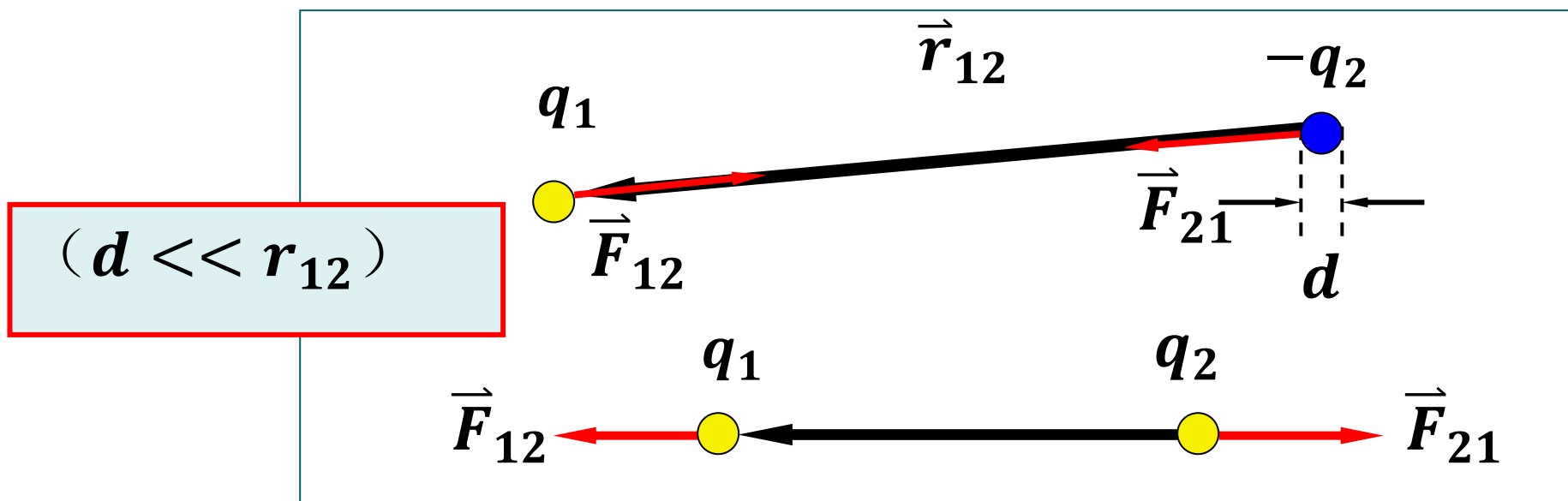
● **宏观带电体的带电量  $q \gg e$  , 准连续.**



**密立根**  
**Robert Andrews**  
**Millikan**  
**1868-1953**  
**美国物理学家**

**点电荷模型：**当带电体的大小和形状与它们之间的距离相比可以忽略时。

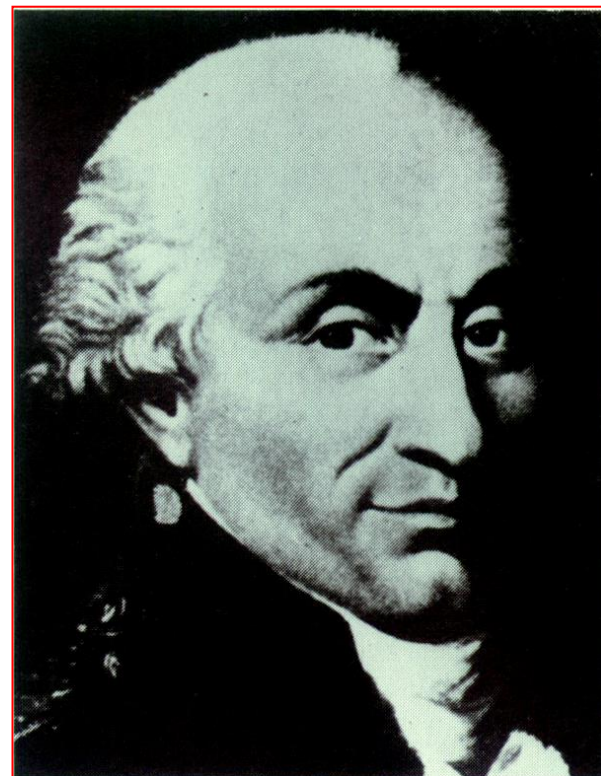
- 不考虑大小和分布状况而可看作集中于一点的电荷。
- 点电荷的位置可以方便地在坐标上标出。
- 实际有许多情况可以近似成点电荷。





### 三、库仑定律 (1785年)

在真空中，两个静止点电荷之间相互作用力与这两个点电荷的电荷量 $q_1$ 和 $q_2$ 的乘积成正比，而与这两个点电荷之间的距离 $r_{12}$ （或 $r_{21}$ ）的平方成反比，作用力的方向沿着这两个点电荷的连线，同号相斥，异号相吸。



库 仑

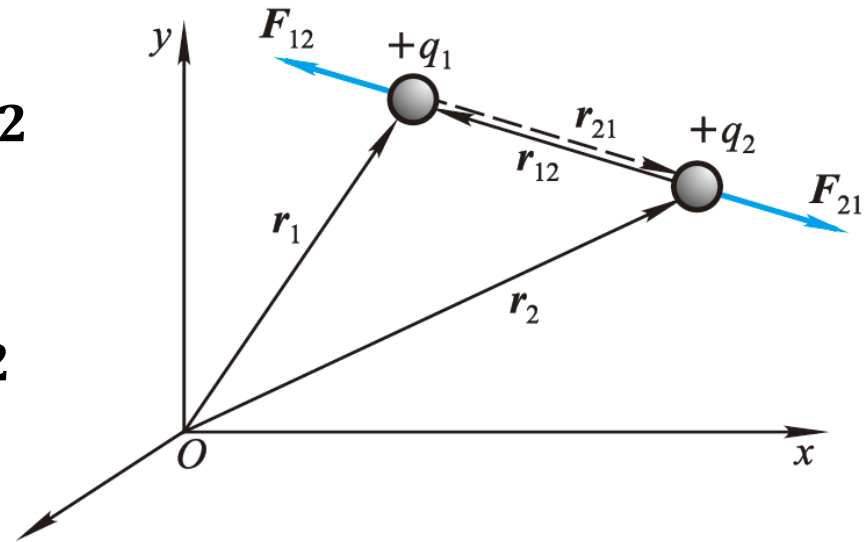
Charles-Augustin  
de Coulomb

1736 ~ 1806年

法国工程师  
物理学家

$$\vec{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{e}_{r12} = k \frac{q_1 q_2}{r^3} \vec{r}_{12}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$$



$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \quad \text{真空介电常量}$$

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{e}_{r12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^3} \vec{r}_{12}$$

## 讨论

1. 适用范围:  $r: 10^{-15} \sim 10^7 \text{ m}$
2. 距离平方反比关系, 指数2的误差  $< 10^{-16}$ 。

## 几点说明:

- 适用于点电荷、矢量性与叠加性;

- 满足“平方反比律”。称为“库仑力”或“静电力”;

- 单位制有理化  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$

$$\epsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12} \text{C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$$

(为真空电容率)

**例：**试计算基态氢原子内电子和质子之间的静电力和万有引力,并比较两者的大小。  $r = 0.529 \times 10^{-10} \text{m}$

**解：** 
$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = 8.22 \times 10^{-8} \text{N}$$

$$F_g = G \frac{m_e m_p}{r^2} = 3.63 \times 10^{-47} \text{N}$$

$$\frac{F_e}{F_g} = 2.26 \times 10^{39}$$

(微观领域中,万有引力比库仑力小得多,可忽略不计.)

## 五、静电力的叠加原理

当空间有两个以上点电荷时，作用在某一点电荷的总静电力等于其他各点电荷单独存在时对该点电荷所施静电力的矢量和

$$\text{即} \quad \vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{qq_i}{r_i^2} \vec{e}_{r_i}$$

两带电体之间的静电力，先把带电体看作是由许多电荷元组成，先应用库仑定律再应用叠加原理。

## § 7-2 静电场 电场强度

### 电场 电场强度

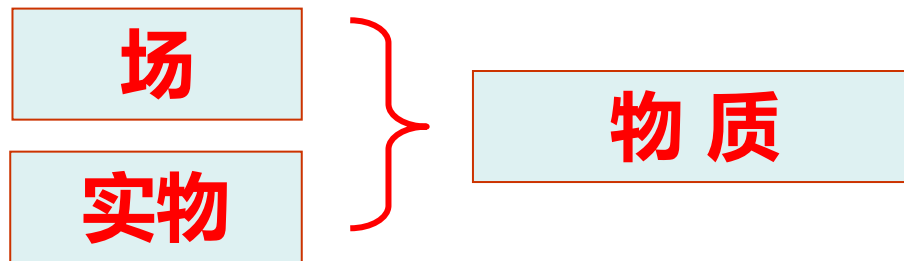
#### 一、电场

- 直观上看，电场是给电荷以作用力的**物理场**。若空间某一区域内各点具有给予在该点的静止电荷的作用力的属性，就说该区域存在着电场。



- 从本质上说：电场是物质的一种存在形式，具有**能量、动量**。

- **场是一种特殊形态的物质**



- **本章只讨论相对于观察者静止的电荷在其周围空间产生的电场即静电场。**

## 二. 电场强度

试验电荷  $q_0$ : (1) 正电荷 (2) 电荷量足够小 (3) 线度小

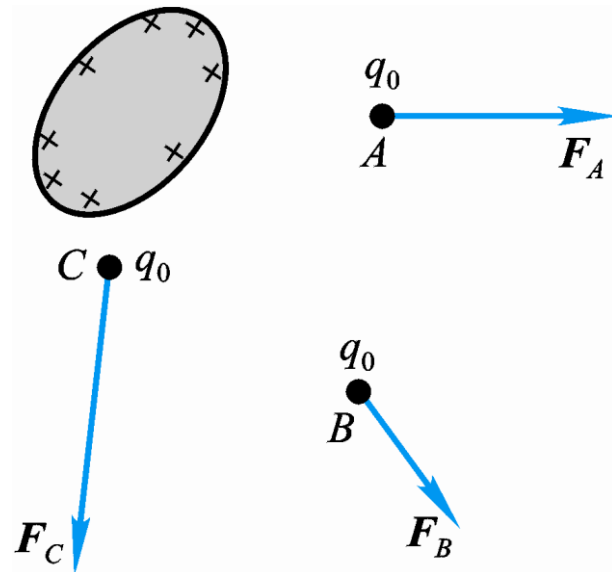
实验:

1. 在电场的不同点上放同样的试验电荷  $q_0$ ;

- 电场中各处的力学性质不同。

2. 在电场的同一点上放不同的试验电荷。

- $\frac{\vec{F}}{q_0}$  与  $q_0$  无关。





# 电场强度

$$\vec{E} \equiv \frac{\vec{F}}{q_0}$$

## 讨论

### 1. 矢量场

场强的大小： $F/q_0$

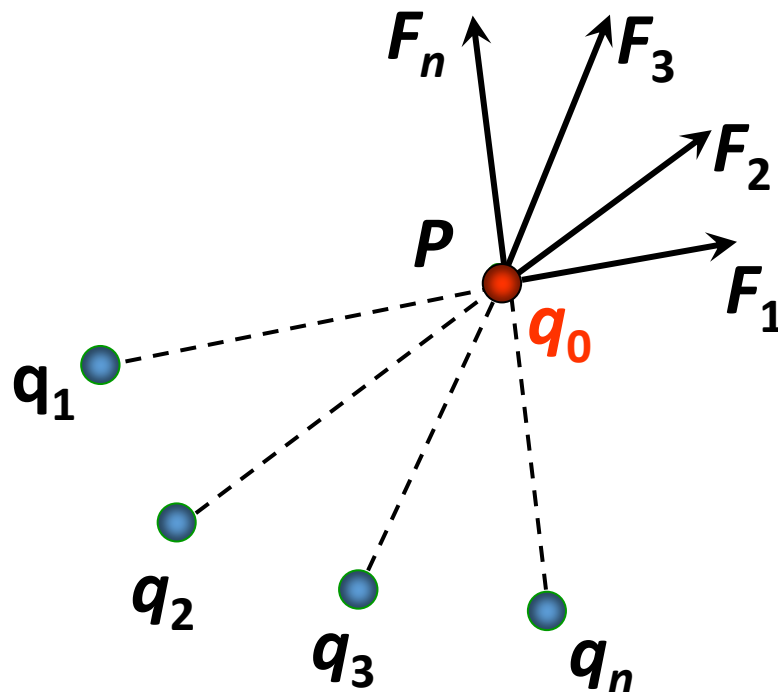
场强的方向：正电荷在该处所受电场力的方向。

2. SI单位： $\text{N/C}$  或  $\text{V/m}$

## 电场强度的叠加原理

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_n$$

$$\frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{\vec{F}_1}{q_0} + \frac{\vec{F}_2}{q_0} + \cdots + \frac{\vec{F}_n}{q_0}$$



场强叠加原理:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots + \vec{E}_n = \sum_i \vec{E}_i$$

## 三、电场强度的计算

**(1) 点电荷的电场**

**(2) 场强叠加原理和点电荷系的电场**

**(3) 连续分布电荷的电场**

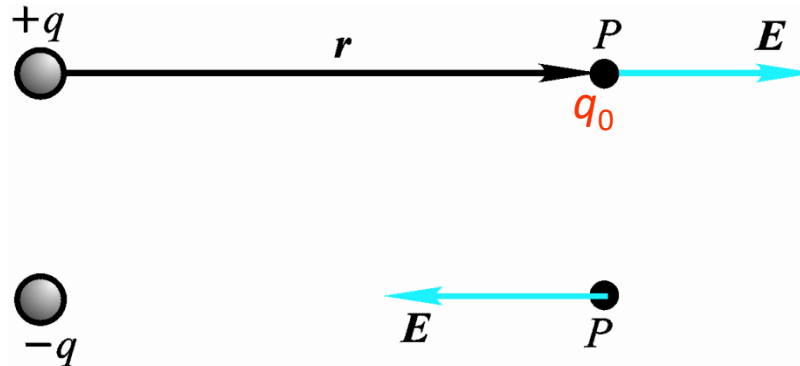
# 电场强度的计算

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

## 1. 点电荷的电场强度

$$\vec{F} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r$$

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r$$



## 2. 点电荷系的电场强度

$$\vec{E}_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} \vec{e}_{r1}$$

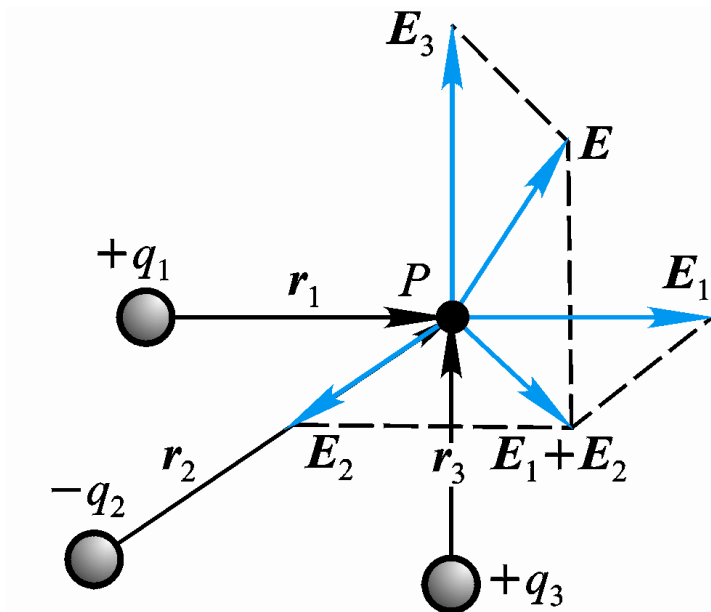
$$\vec{E}_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2^2} \vec{e}_{r2}$$

.....

根据场强叠加原理

点电荷系的电场强度：

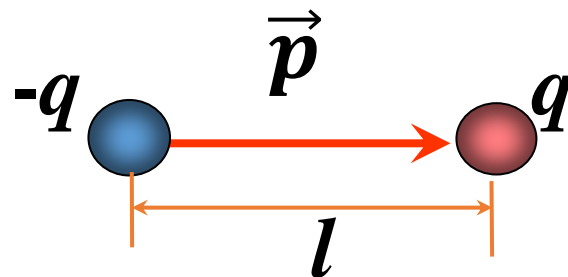
$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i^2} \vec{e}_{ri}$$



## 电偶极子：

大小相等、符号相反并有一微小间距的两个点电荷构成的复合体。

## 电偶极矩：



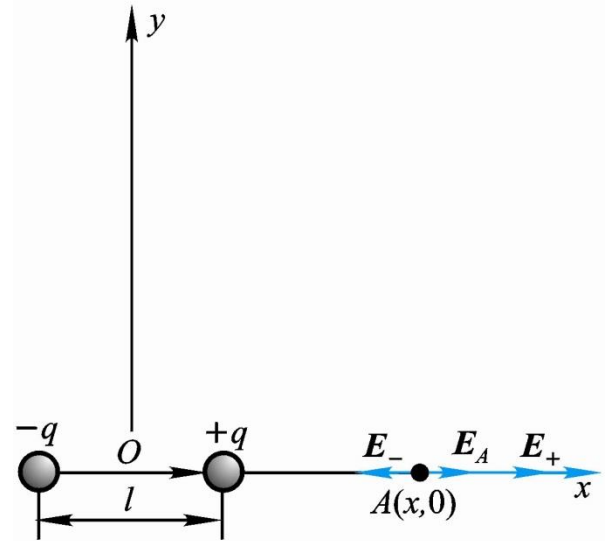
$$\vec{p} = q\vec{l}$$

例7-2 计算在电偶极子延长线和中垂线上任一点的电场强度。

解： 延长线上任一点：

$$E_+ = \frac{q}{4\pi\epsilon_0(x - l/2)^2}$$

$$E_- = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0(x + l/2)^2}$$



$$E_A = E_+ + E_- = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2xl}{x^4} \frac{1}{(1 - l^2/4x^2)^2}$$

$$(\because x \gg l \therefore l^2/4x^2 \approx 0)$$

$$E_A \approx \frac{2ql}{4\pi\epsilon_0 x^3} = \frac{2p}{4\pi\epsilon_0 x^3} \quad \vec{E}_A = \frac{2\vec{p}}{4\pi\epsilon_0 x^3}$$

中垂线上任一点：

$$E_B = E_+ \cos \alpha + E_- \cos \alpha$$

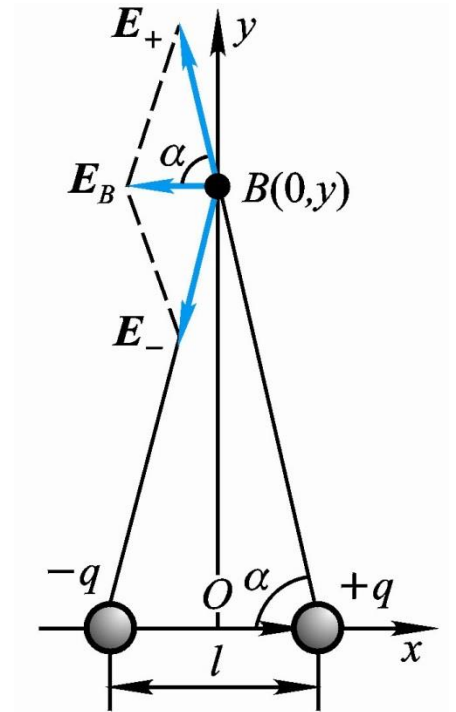
$$E_+ = E_- = \frac{q}{4\pi\epsilon_0(y^2 + l^2/4)}$$

$$\cos \alpha = \frac{l}{2\sqrt{y^2 + l^2/4}}$$

$$E_B = 2E_+ \cos \theta = \frac{ql}{4\pi\epsilon_0(y^2 + l^2/4)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\because y \gg l$$

$$\Rightarrow E_B = \frac{ql}{4\pi\epsilon_0 y^3} = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 y^3} \quad \vec{E}_B = -\frac{\vec{p}}{4\pi\epsilon_0 y^3}$$





# 连续带电体的电场例题

- 均匀带电直线的电场 \*
- 均匀带电圆环轴线上的电场
- 均匀带电圆盘轴线上的电场

### 3. 连续分布电荷的电场强度

电荷元 $dq$  在 $P$  点的电场强度:

$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r$$

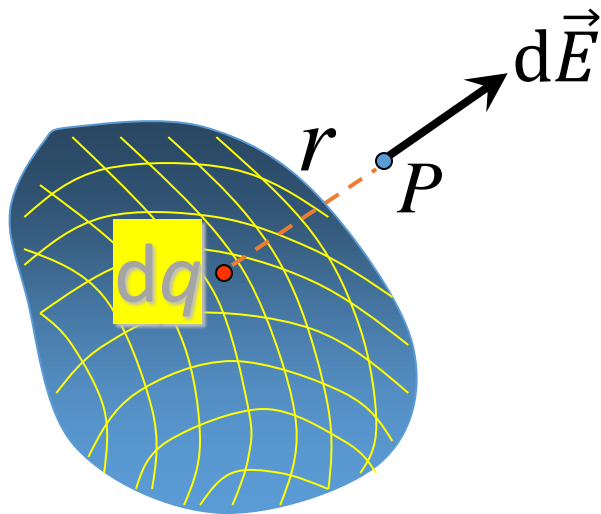
带电体在 $P$  点的电场强度:

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r$$

电荷体密度  $\rho = \frac{dq}{dV}$

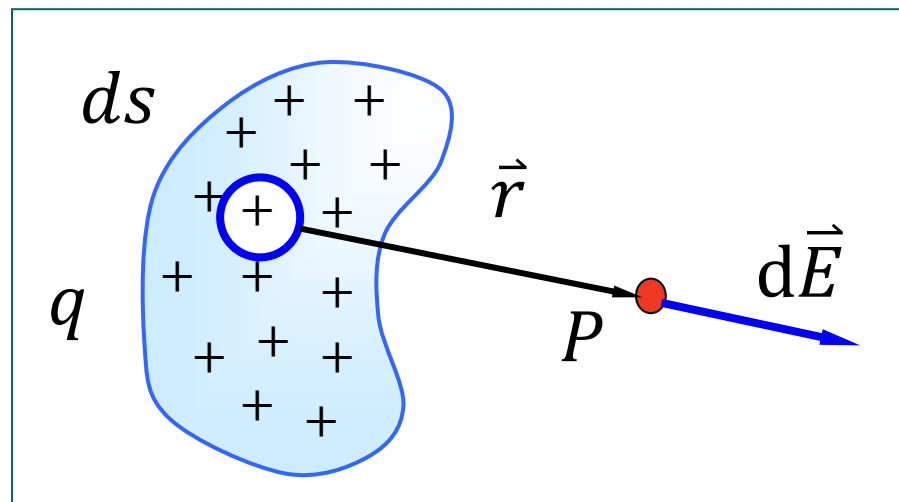
点  $P$  处电场强度

$$\vec{E} = \int \frac{\rho dV}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r$$



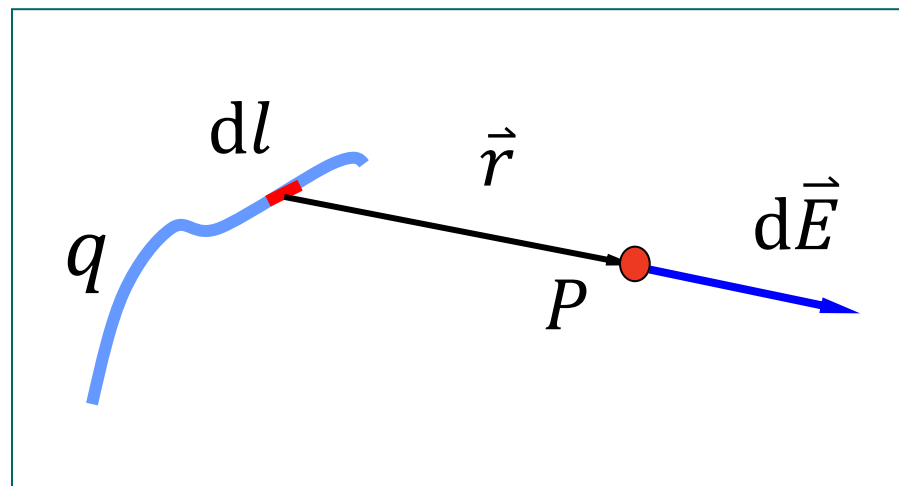
电荷面密度  $\sigma = \frac{dq}{ds}$

$$\vec{E} = \int \frac{\sigma ds}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r$$



电荷线密度  $\lambda = \frac{dq}{dl}$

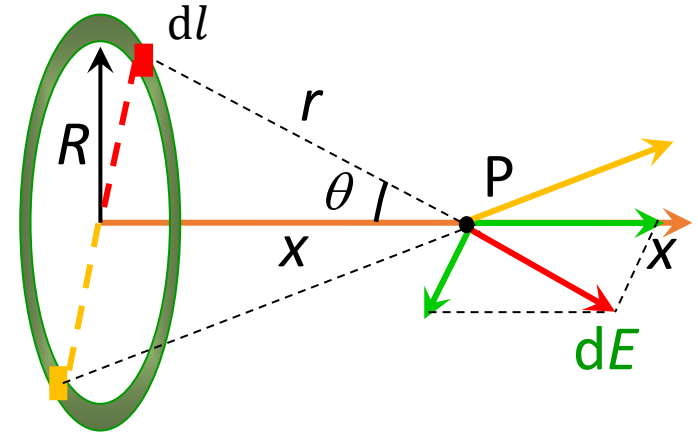
$$\vec{E} = \int \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r$$



例7-4 电荷 $q$  均匀地分布在一半径为 $R$  的圆环上，计算在圆环的轴线上任一给定点 $P$  的电场强度。

解: 
$$dq = \frac{q}{2\pi R} dl$$

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{q dl}{8\pi^2 R \epsilon_0 r^2}$$



根据圆环的对称性, 
$$E_{\perp x} = \int dE_{\perp x} = 0$$

$$\therefore E = E_{//x} = \int_L dE_{//x} = \int_L dE \cos \theta = \int_L \frac{x}{r} \cdot dE$$

$$E = \int_0^{2\pi R} \frac{qx dl}{8\pi^2 \epsilon_0 R r^3} = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} \quad \text{方向沿X轴}$$

讨论

$$E = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}$$

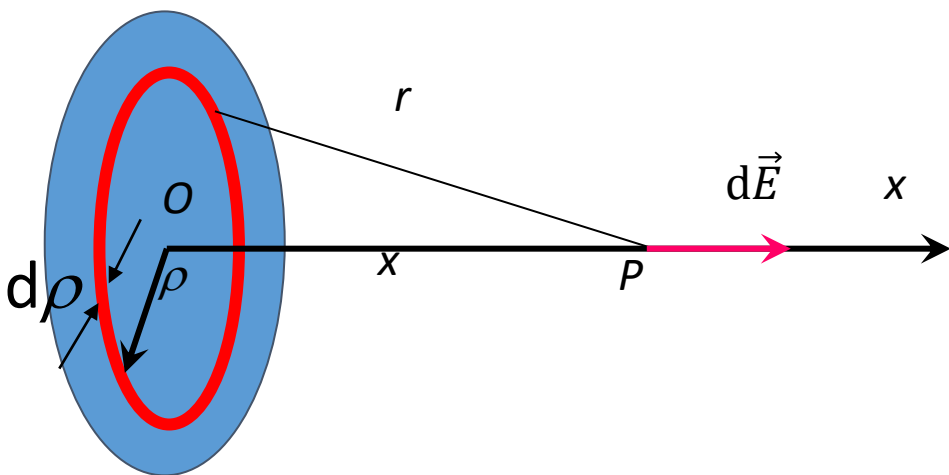
1. 若  $x=0$ , 则  $E=0$ , 环心处的电场强度为零。

2. 若  $x \gg R$ , 则有  $E \approx \frac{q}{4\pi\epsilon_0 x^2}$

远离圆环处的场强近似等于点电荷的电场强度。

**例7-5** 求均匀带电圆盘轴线上任一点的电场。设盘半径为 $R$ , 电荷面密度为 $\sigma$ 。

**解：** 均匀带电的薄圆盘可看成由许多带电细圆环组成。



$$dq = \sigma \cdot dS = \sigma \cdot 2\pi\rho d\rho$$

$$dE = \frac{dq \cdot x}{4\pi\epsilon_0(x^2 + \rho^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$E = \int dE = \int_0^R \frac{\sigma x \rho d\rho}{2\epsilon_0(x^2 + \rho^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left( 1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right)$$

讨论  $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}}\right)$

1. 当  $R \gg x \Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

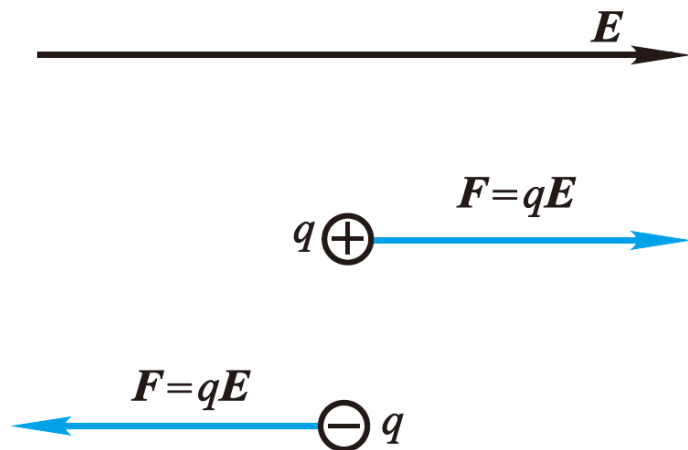
无限大均匀带电平面的电场强度——匀强电场。

2. 当  $R \ll x$

$$\therefore \frac{x}{(R^2 + x^2)^{\frac{1}{2}}} = \left(1 + \frac{R^2}{x^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{R}{x}\right)^2 + \dots$$

$$\therefore E = \frac{\sigma R^2}{4\varepsilon_0 x^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2} \quad \text{可视为点电荷的电场。}$$

## 五、电场对电荷的作用力



如果已知电场强度分布 $E$ ，就可以求得任一点电荷 $q$ 在电场中的受力

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

$q$ 为正，方向相同； $q$ 为负，方向相反



**例7-6** 求电偶极子在均匀外电场中受到的作用，并分析电偶极子在非均匀外电场中的运动。

**解：** 均匀外电场中

$$\vec{F} = q\vec{E} + (-q)\vec{E} = 0$$

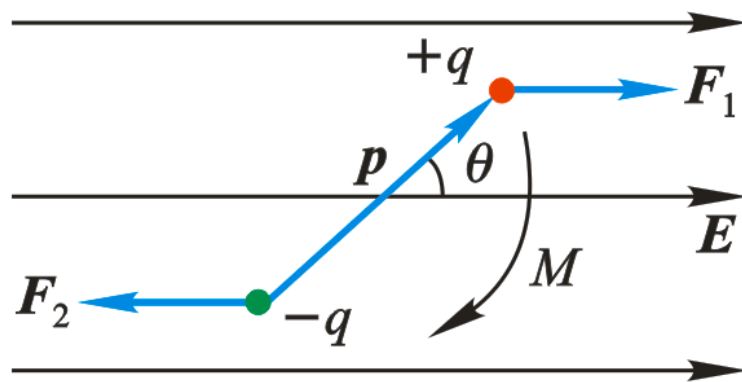
电偶极子所受合力为零。

但力矩不为零，力矩为

$$M = Fl \sin \theta = qEl \sin \theta = pE \sin \theta$$

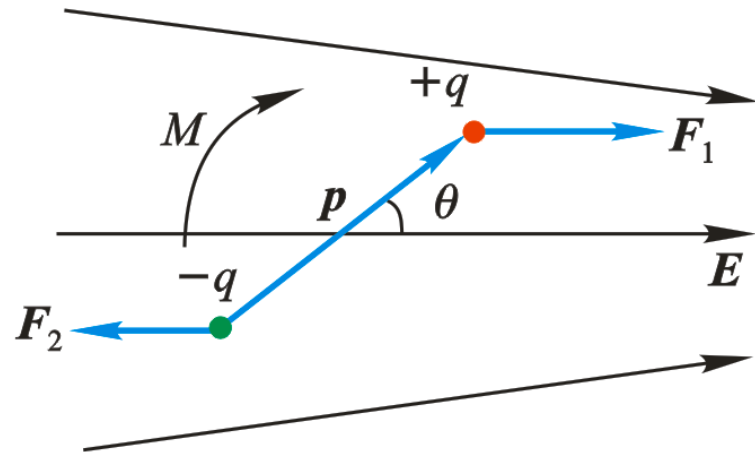
$$\Rightarrow \vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$$

电偶极子在均匀外电场中转动。



在非均匀外电场中

电偶极子所受合力不为零，力矩不为零。



$$\vec{F} = q\vec{E}_+ + (-q)\vec{E}_-$$

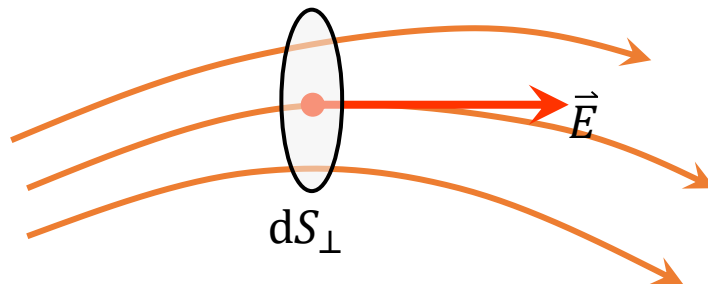
电偶极子在非均匀外电场中既转动又平动。

## 六、电场线 电场强度通量

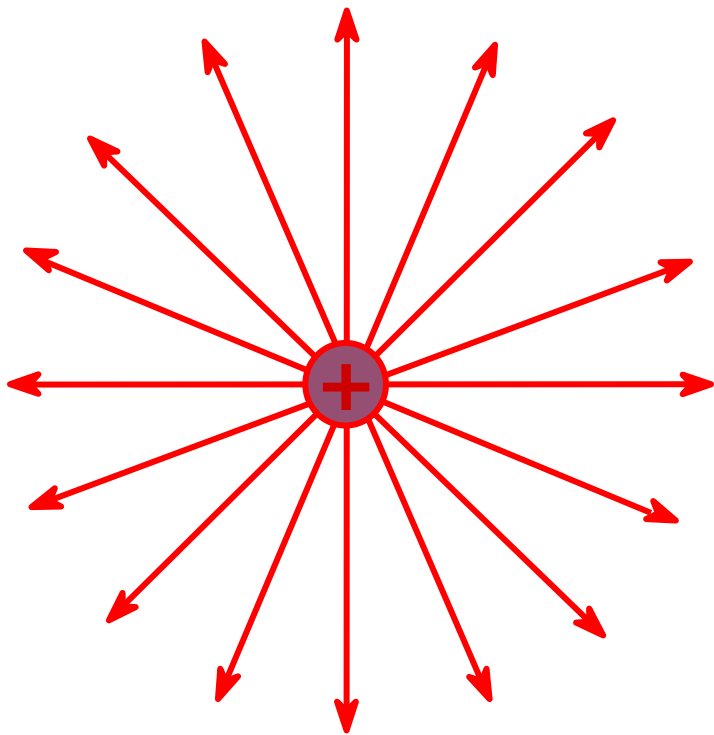
**电场线：** 形象描述电场在空间分布的一系列有向曲线。

1. 曲线上每一点的**切线方向**表示该点电场强度 $\vec{E}$ 的方向
2. 曲线的**疏密**表示该点处场强 $\vec{E}$ 的**大小**。即：通过垂直单位面积的电场线条数，在数值上就等于该点处电场强度的大小

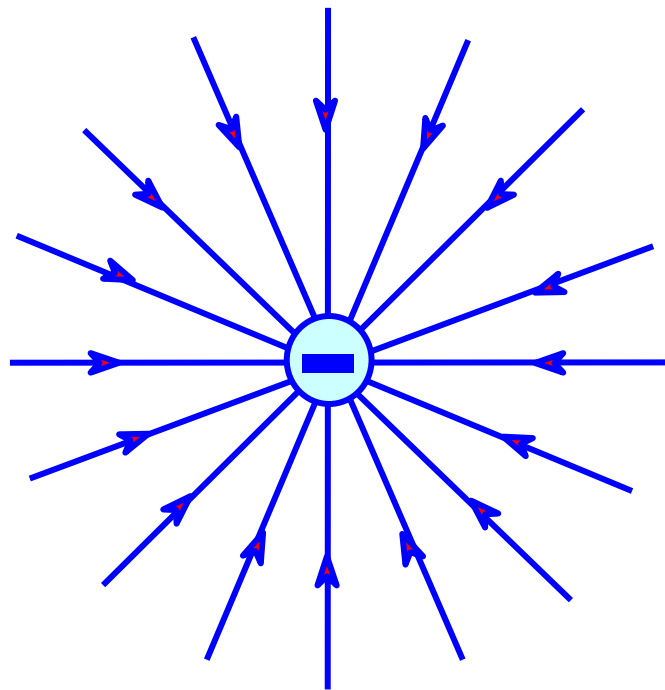
$$E = \frac{dN}{dS_{\perp}}$$



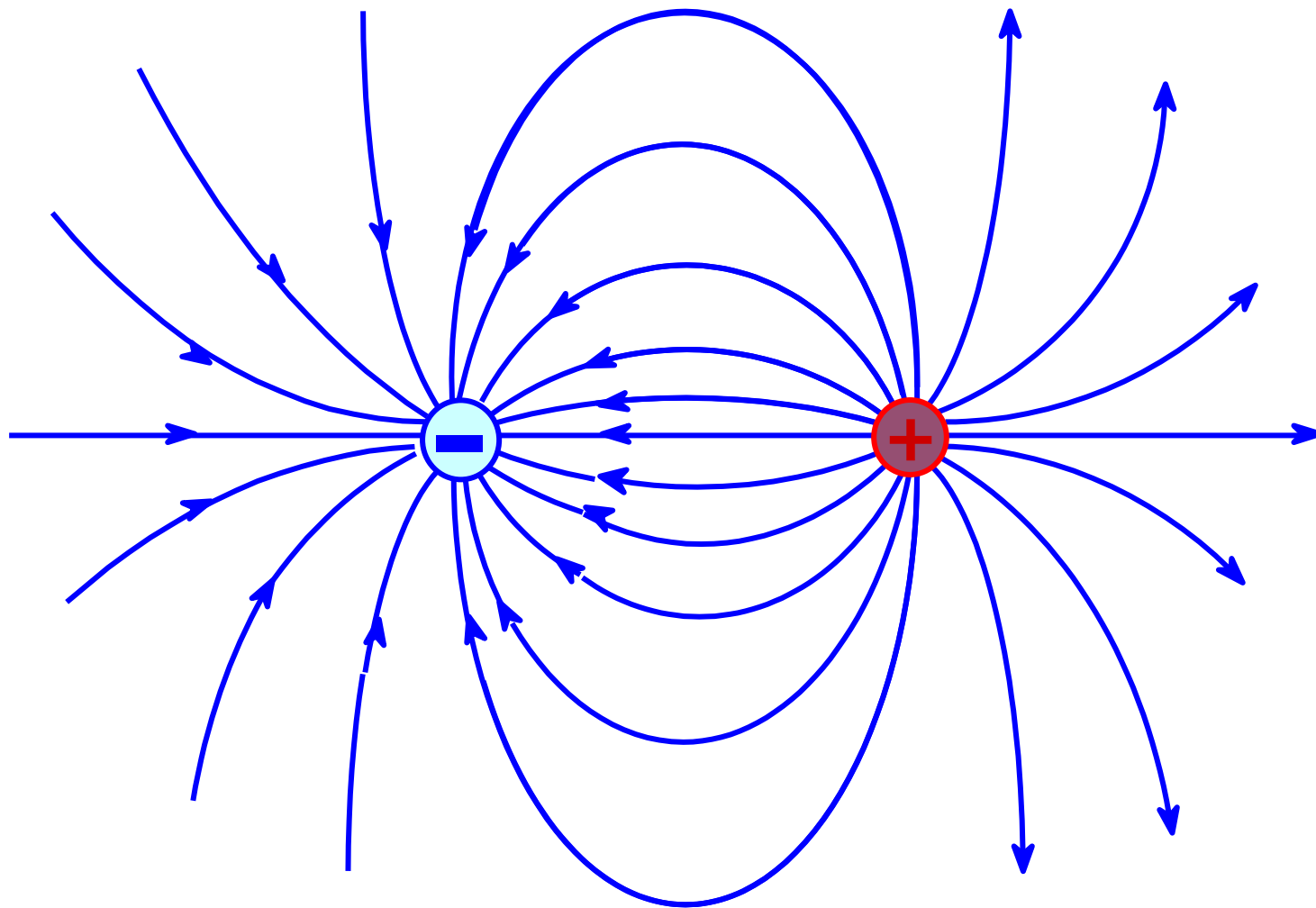
正点电荷



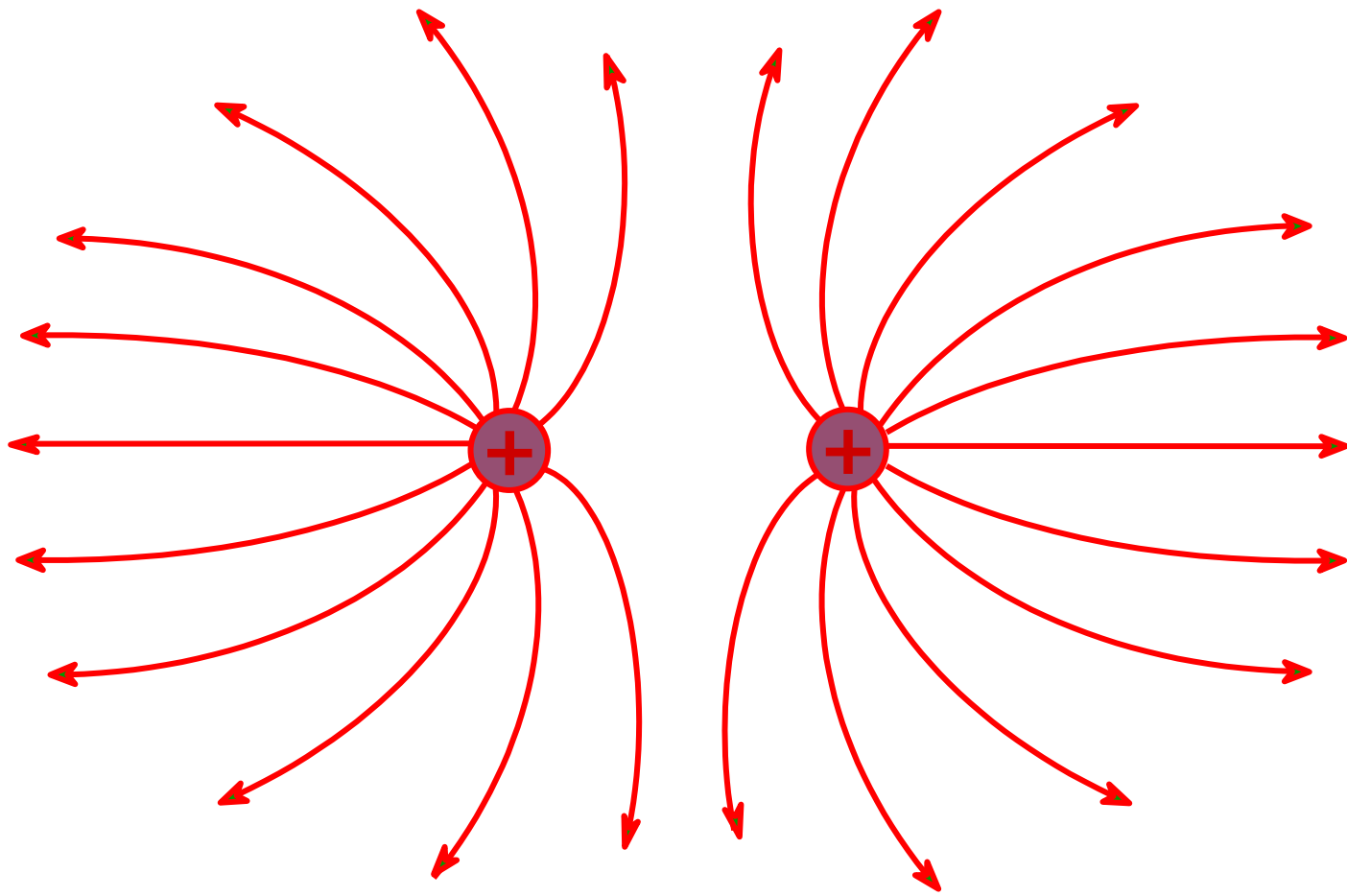
负点电荷

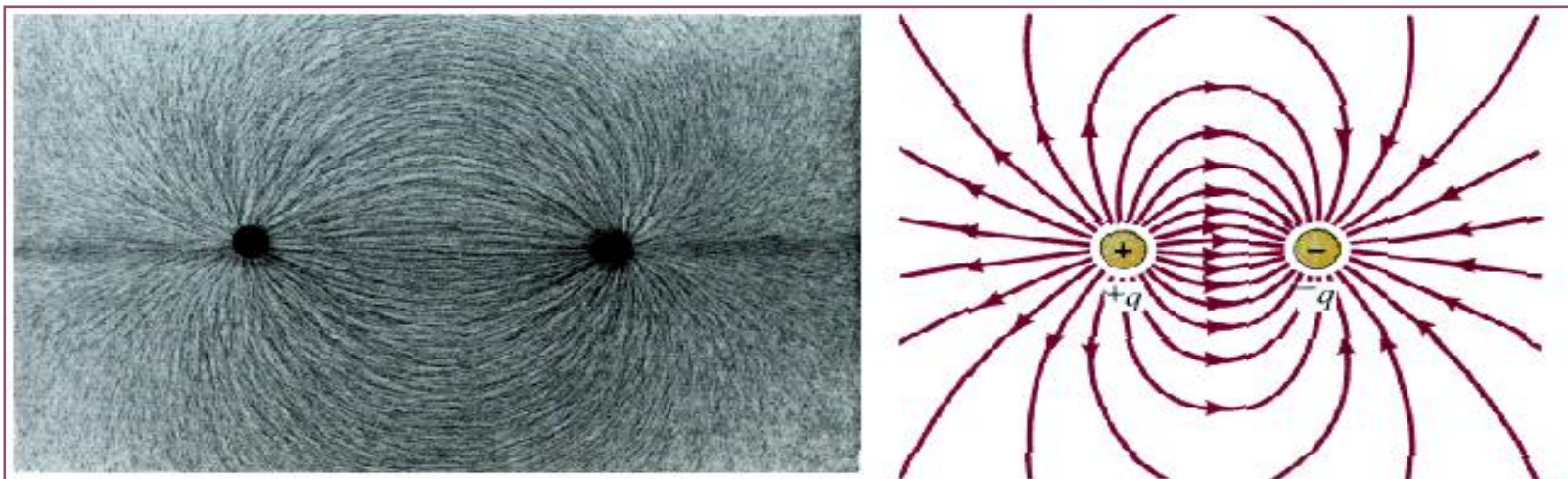


## 一对等量异号点电荷的电场线

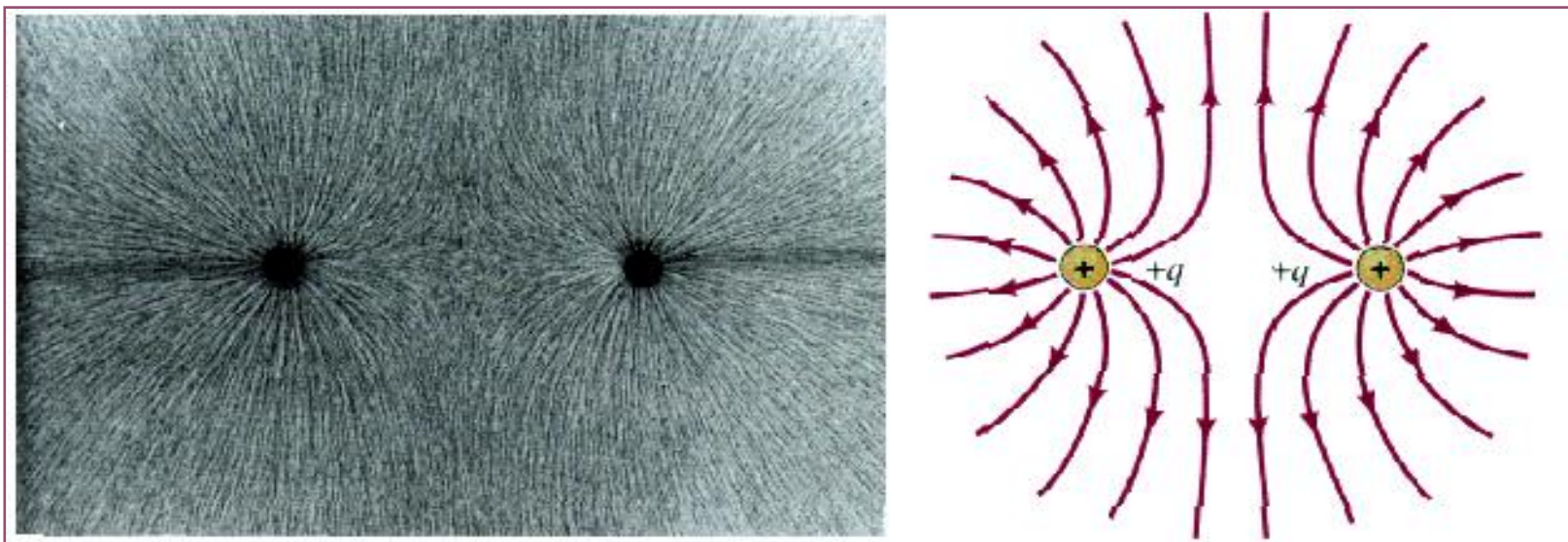


# 一对等量正点电荷的电场线



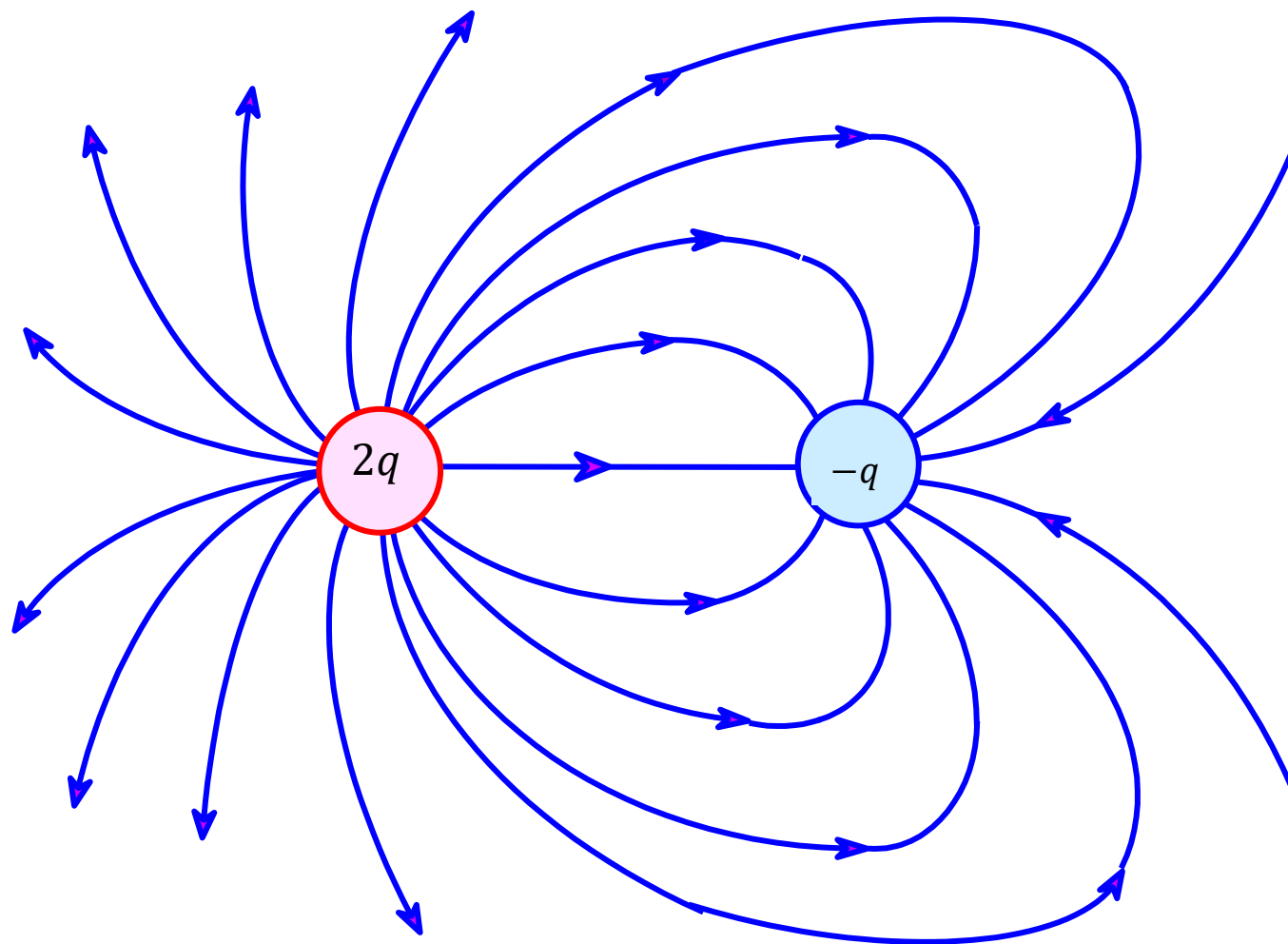


**电偶极子的电场线**



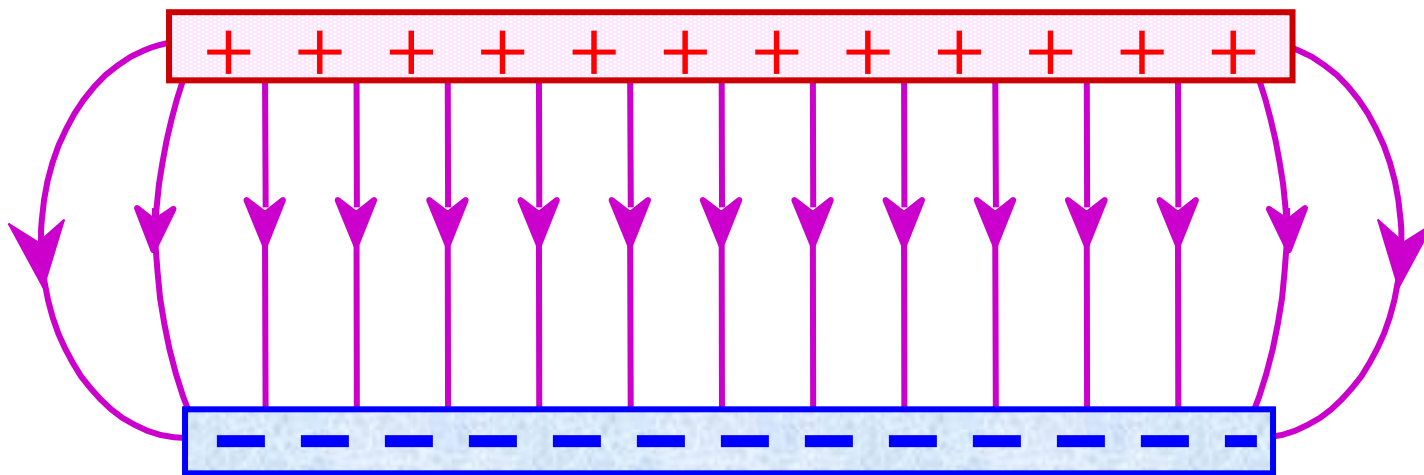
**一对正电荷的电场线**

## 一对不等量异号点电荷的电场线





# 带电平行板电容器的电场线



## 静电场中电场线的特点：

1. 电场线起始于正电荷，终止于负电荷。在没有电荷处不中断。
2. 电场线不闭合，不相交。
3. 电场线密集处电场强，电场线稀疏处电场弱。