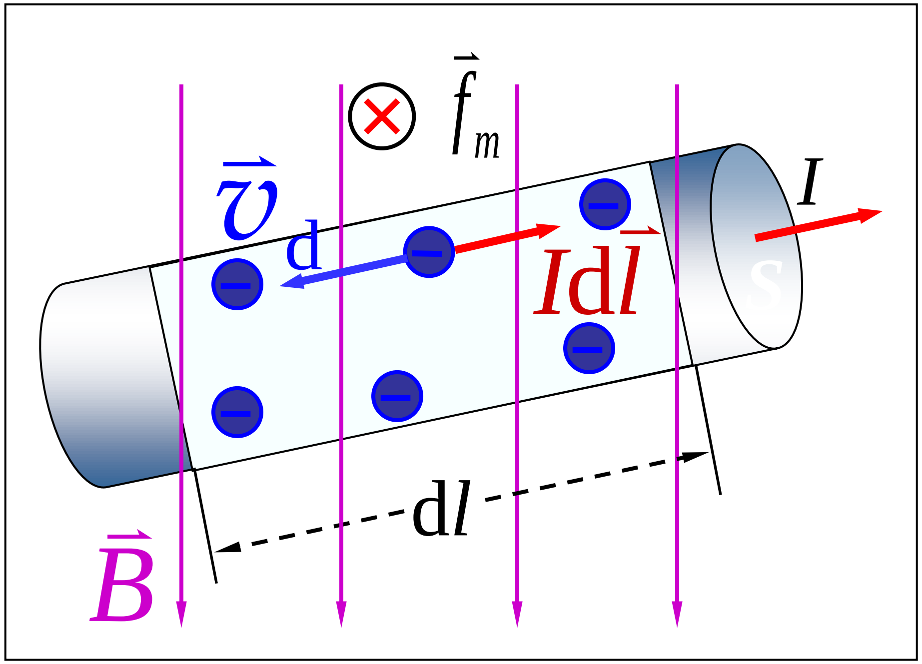
§ 8-6 磁场对载流导线的作用

磁场对载流导线的作用

一、安 培 力

洛伦兹力 $\vec{f}_{\mathrm{m}} = -e\vec{v}_{\mathrm{d}} \times \vec{B}$



$$\mathrm{d}\vec{F} = -nS\mathrm{d}le\vec{v}_{\mathrm{d}} \times \vec{B}$$

$$\boxed{I = nev_{\mathrm{d}}S}$$

由于自由电子与晶格之间的相互作用，使导线在宏观上看起来受到了磁场的作用力．

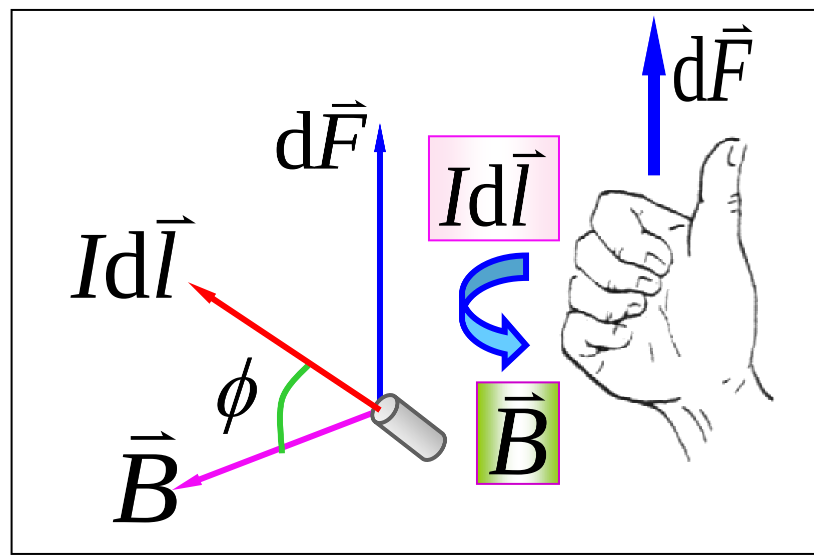
安培定律 磁场对电流元的作用力 $\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$

安培定律 $\boxed{\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}}$ $\quad \mathrm{d}F = I\mathrm{d}lB\sin\phi$

◆ **意义** 磁场对电流元作用的力，在数值上等于电流元 $I\mathrm{d}\vec{l}$ 的大小、电流元所在处的磁感强度 $\vec{B}$ 大小以及电流元和磁感应强度之间的夹角 ϕ的正弦之乘积， $\mathrm{d}\vec{F}$ 垂直于 $I\mathrm{d}\vec{l}$ 和 $\vec{B}$所组成的平面, 且 $\mathrm{d}\vec{F}$ 与 $I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$ 同向 .

◆ 有限长载流导线所受的安培力

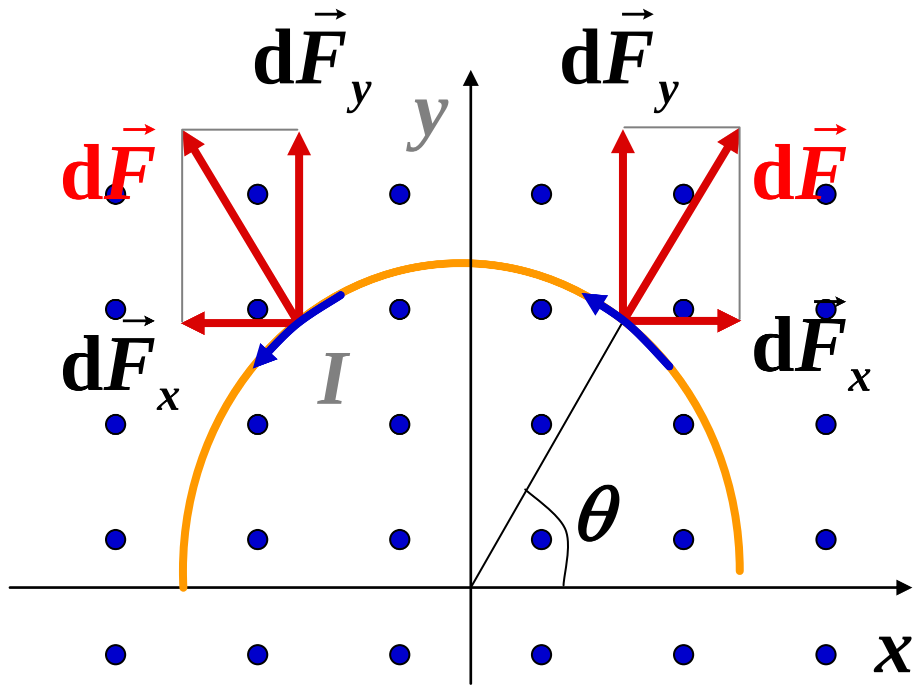
$$\boxed{\vec{F} = \int_l \mathrm{d}\vec{F} = \int_l I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}}$$



例： 在磁感强度为B的均匀磁场中，通过一半径为R的半圆导线中的电流为I。若导线所在平面与B垂直，求该导线所受的安培力。

解:

$$\vec{F} = \vec{i}\int dF_x + \vec{j}\int dF_y$$



由电流分布的对称性分析导线受力的对称性

$$F = \int dF_y$$

由安培定律 $dF_y = dF \cdot \sin\theta = BIdl \cdot \sin\theta$

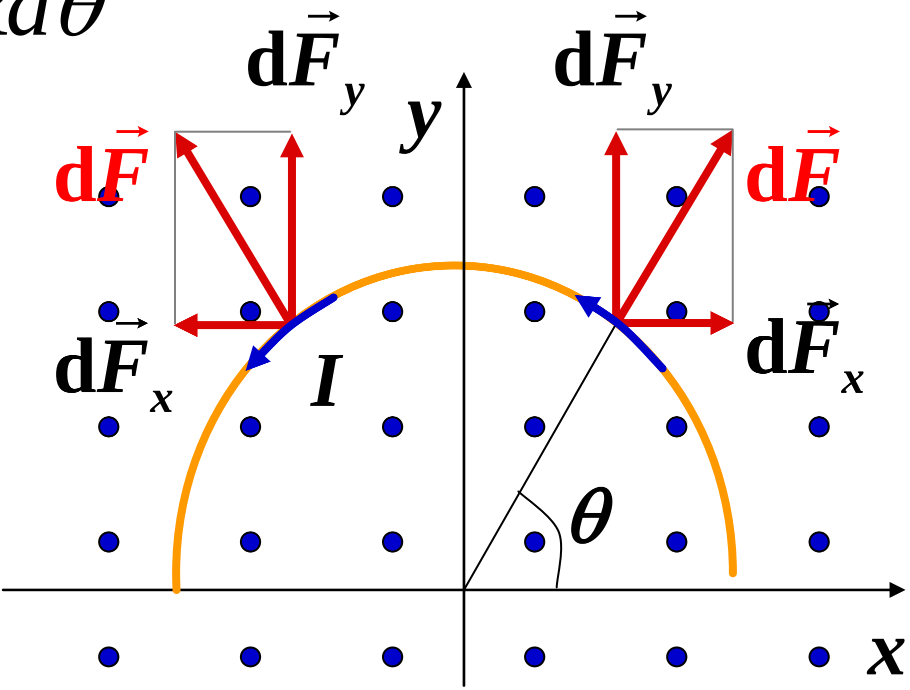
由几何关系 $dl = Rd\theta$

上两式代入

$$F = \int dF_y$$

$$F = BIR\int_0^{\pi} \sin\theta \cdot d\theta$$

$$= 2BIR$$



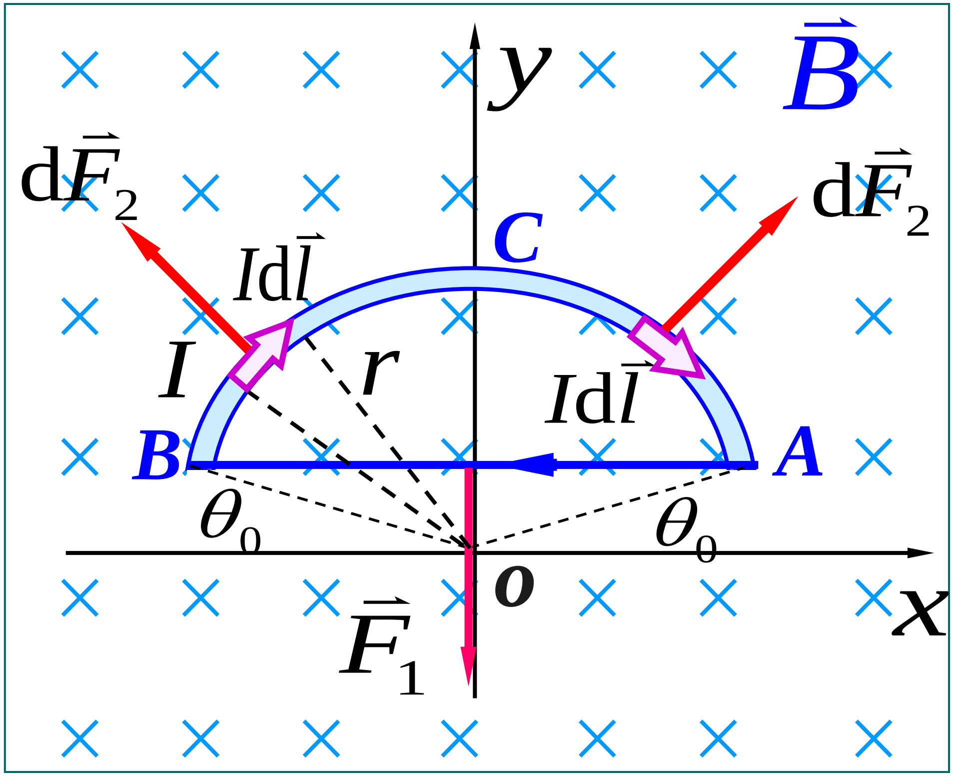
合力F的方向：y轴正方向。

半圆形载流导线上所受的力与其两个端点相连的直导线所受到的力相等。

又例：如图一通有电流 I 的闭合回路放在磁感应强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场中，回路平面与磁感强度 $\vec{B}$ 垂直 . 回路由直导线 AB 和半径为 r 的圆弧导线 BCA 组成，电流为顺时针方向，求磁场作用于闭合导线的力.

解：

$$\vec{F}_1 = -I\,\overline{AB}B\vec{j}$$



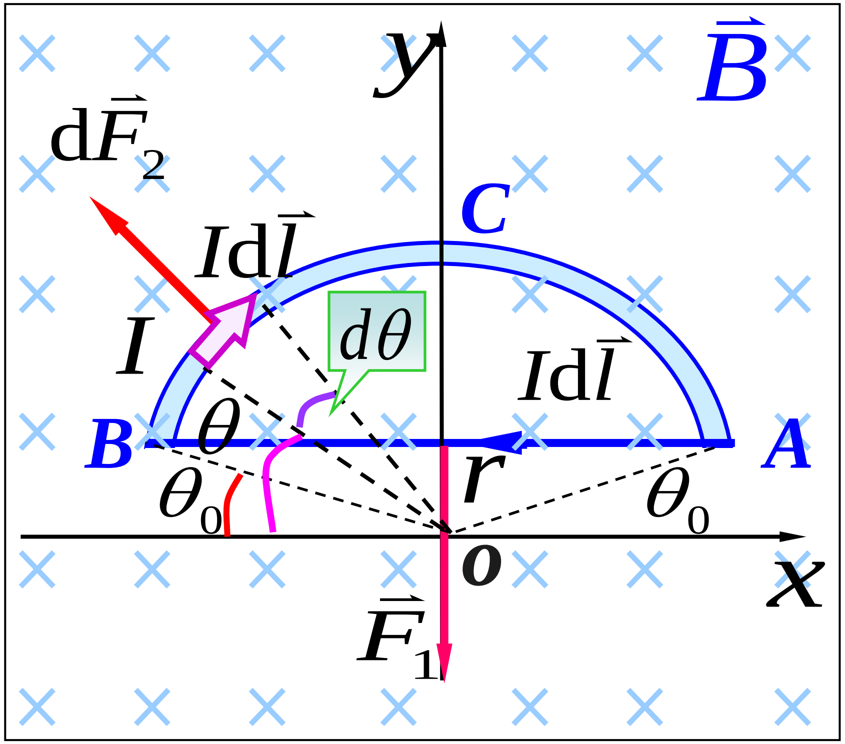
根据对称性分析

$$F_{2x} = 0$$

$$\vec{F}_2 = F_{2y}\vec{j}$$

$$F_2 = \int \mathrm{d}F_{2y} = \int \mathrm{d}F_2 \sin\theta$$

返回 退出



$$F_2 = \int \mathrm{d}F_{2y} = \int \mathrm{d}F_2 \sin\theta$$

$$= \int BI\mathrm{d}l \sin\theta$$

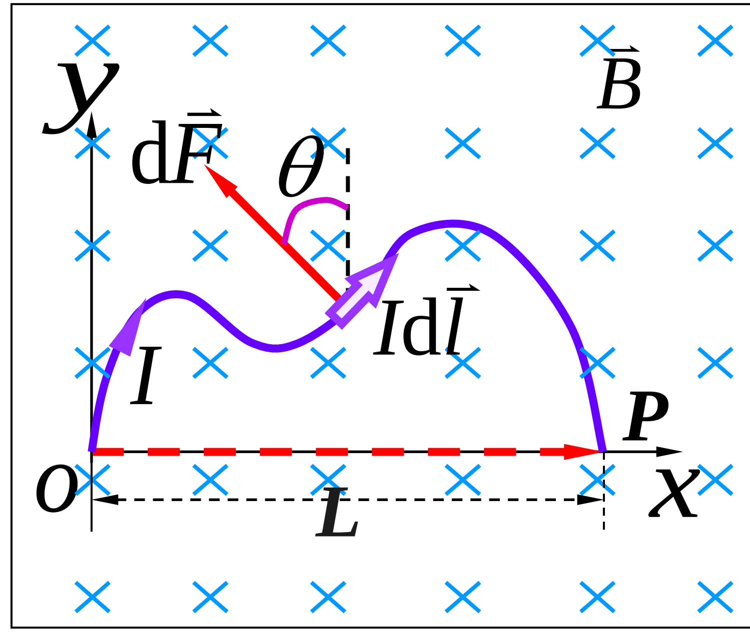
因 $\mathrm{d}l = r\mathrm{d}\theta$

$$F_2 = BIr\int_{\theta_0}^{\pi-\theta_0} \sin\theta \,\mathrm{d}\theta$$

$$\vec{F}_2 = BI(2r\cos\theta_0)\vec{j} = BI\,\overline{AB}\,\vec{j}$$

由于 $\vec{F}_1 = -BI\,\overline{AB}\,\vec{j}$ 故 $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$

再例： 求如图不规则的平面载流导线在均匀磁场中所受的力，已知 $\vec{B}$ 和 $\boldsymbol{I}$.



解 取一段电流元 $I\mathrm{d}\vec{l}$

$$\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$$

$$\mathrm{d}F_x = \mathrm{d}F\sin\theta = BI\mathrm{d}l\sin\theta$$

$$\mathrm{d}F_y = \mathrm{d}F\cos\theta = BI\mathrm{d}l\cos\theta$$

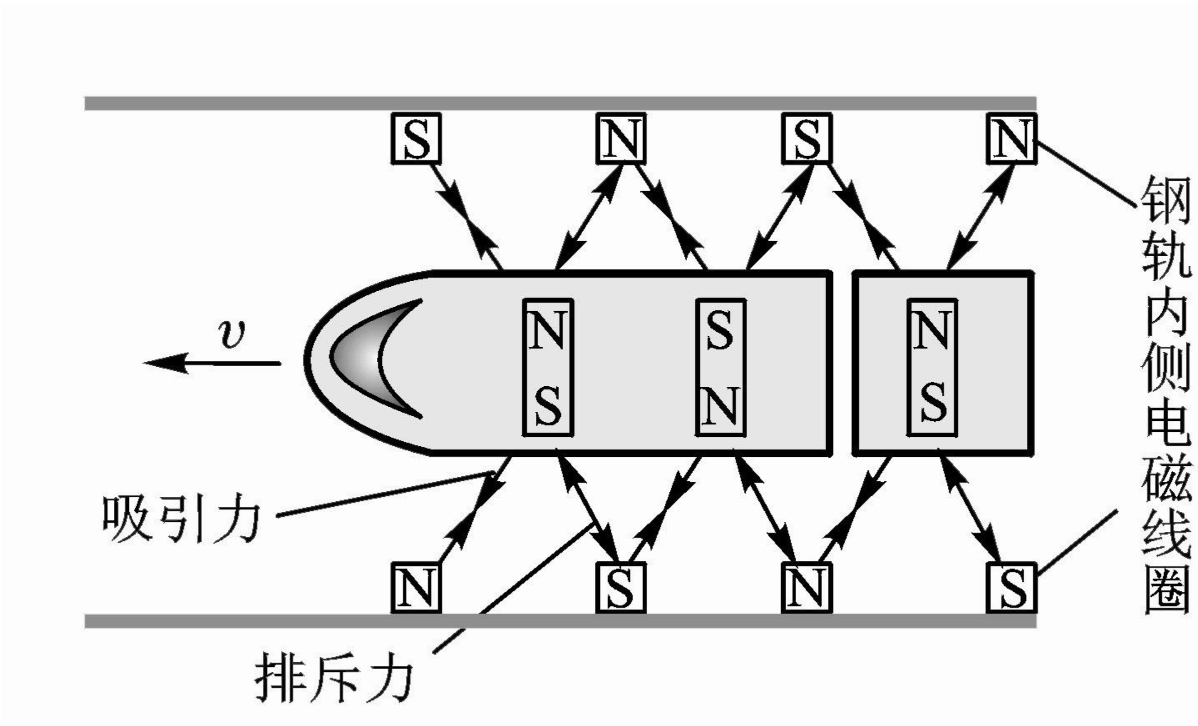
$$F_x = \int \mathrm{d}F_x = BI\int_0^0 \mathrm{d}y = 0$$

$$F_y = \int \mathrm{d}F_y = BI\int_0^l \mathrm{d}x = BIl$$

$$\vec{F} = \vec{F}_y = BIl\vec{j}$$

结论 任意平面载流导线在均匀磁场中所受的力，与其始点和终点相同的载流直导线所受的磁场力相同.

安培力的应用：
磁悬浮列车的电磁驱动力



三、磁场作用于载流线圈的磁力矩

如图 均匀磁场中有一矩形载流线圈*MNOP*

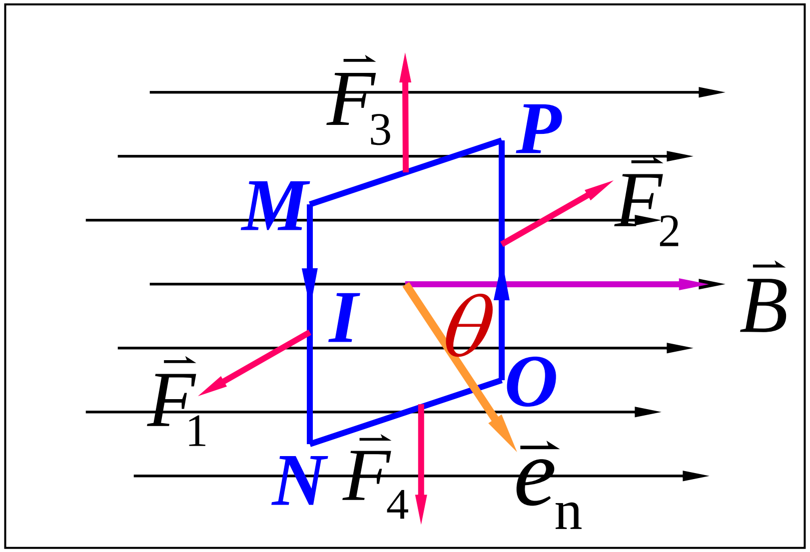
$$MN = l_2 \quad NO = l_1$$

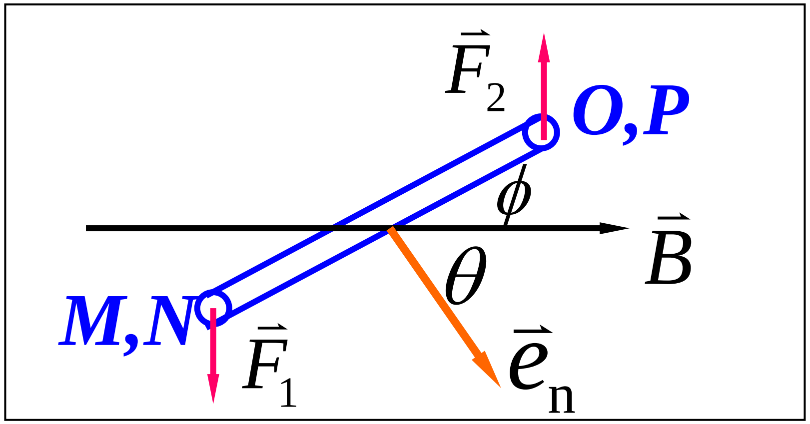
$$F_1 = BIl_2 \qquad \vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

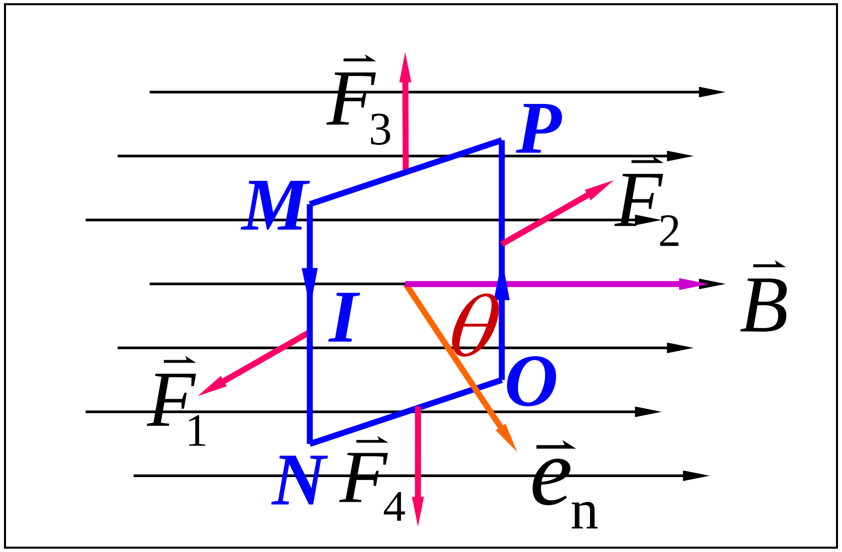
$$F_3 = BIl_1 \sin(\pi - \phi)$$

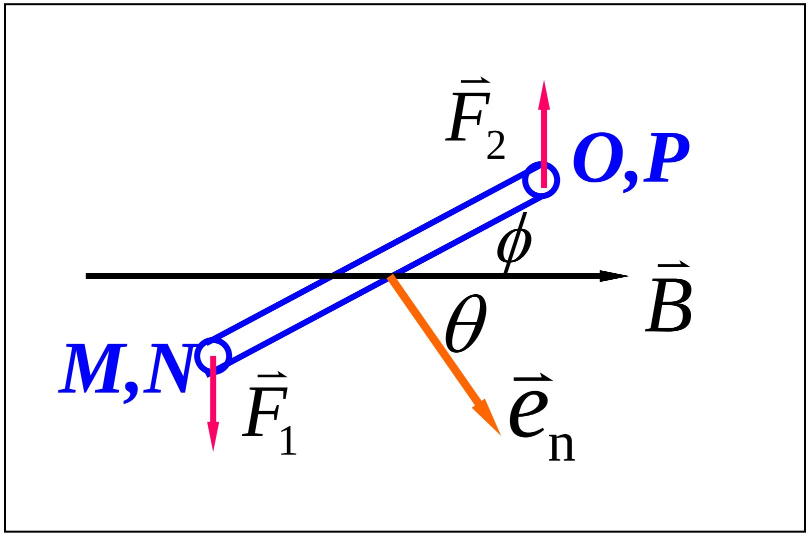
$$\vec{F}_3 = -\vec{F}_4$$

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{4} \vec{F}_i = 0$$









$MN = l_2 \quad NO = l_1 \quad \boldsymbol{M = F_1 l_1 \cos\varphi = B I l_2 l_1 \sin\theta}$

$M = BIS\sin\theta \qquad \vec{M} = \boxed{IS\vec{e}_n} \times \vec{B} = \boxed{\vec{m}} \times \vec{B}$

线圈有N匝时 $\vec{M} = NIS\vec{e}_n \times \vec{B}$

讨论 $\vec{M}=\vec{m}\times\vec{B}$

(1) $\theta=0°$ 时，$M=0$ 线圈处于稳定平衡状态；

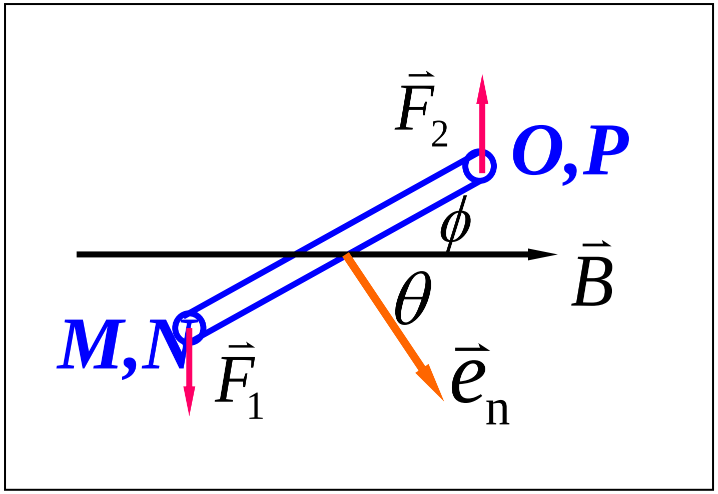
$(\Phi=NBS)$

(2) $\theta=90°$ 时，$M=M_{\max}=NBIS$

$(\Phi=0)$

(3) $\theta=180°$ 时， $M=0$ 线圈处于非稳定平衡状态。

$(\Phi=-NBS)$



➢ 结论：均匀磁场中，任意形状刚性闭合平面通电线圈所受的力和力矩为

$$\boxed{\vec{F}=0, \qquad \overrightarrow{M}=\vec{m}\times\vec{B}}$$

$$\vec{m}\,//\,\vec{B}, \quad \vec{M}=0 \begin{cases} \theta=0 & \text{稳定平衡} \\ \theta=\pi & \text{非稳定平衡} \end{cases}$$

$$\vec{m}\perp\vec{B}, \quad M=M_{\mathrm{max}}=mB, \quad \theta=\pi/2$$

➢ 磁矩 $\boxed{\vec{m}=NIS\vec{e}_{\mathrm{n}}}$ $\boxed{\vec{e}_{\mathrm{n}}\text{与 } I \text{ 成右螺旋}}$

例：边长为0.2m的正方形线圈，共有50 匝 ，通以电流2A，把线圈放在磁感应强度为 0.05T的均匀磁场中. 问在什么方位时，线圈所受的磁力矩最大？磁力矩等于多少？

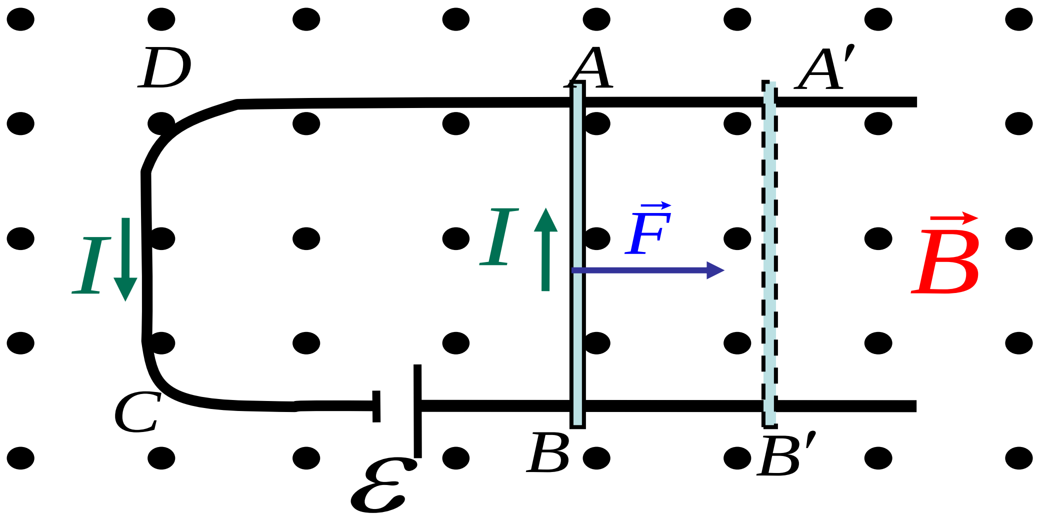
解 $M = NBIS\sin\theta$ 得 $\theta = \frac{\pi}{2}, M = M_{\max}$

$$M = NBIS = 50 \times 0.05 \times 2 \times (0.2)^2\ \mathrm{N \cdot m}$$

$$M = 0.2\ \mathrm{N \cdot m}$$

磁力的功

一、载流导线在磁场中运动时磁力所作的功



匀强磁场$\vec{B}$方向垂直于纸面向外，磁场中有一载流的闭合电路$ABCD$，电路中的导线AB长度为l，可以沿着DA和CB滑动。

$$F = BIl$$

在 $\vec{F}$ 力作用下，AB 将从初始位置沿着 $\vec{F}$ 力的方向移动，当移动到位置 $A'B'$时磁力 $\vec{F}$ 所作的功

$$A = FAA' = BIlAA'$$

导线在初始位置 AB 时和在终了位置 $A'B'$ 时，通过回路的磁通量分别为：

$$\Phi_0 = BlDA \qquad \Phi_t = BlDA'$$

$$\therefore \quad \Delta\Phi = \Phi_t - \Phi_0 = BlDA' - BlDA = BlAA'$$

$\therefore$ 磁力所作的功为：

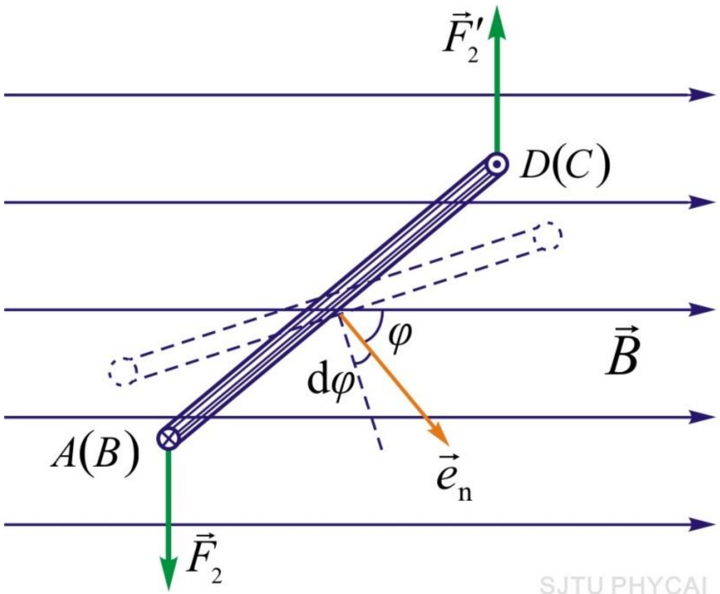
$$A = I\Delta\Phi$$

$$A = I\Delta\Phi$$

表明： 当载流导线在磁场中运动时，如果电流保持不变，磁力所作的功等于电流乘以通过回路所环绕的面积内磁通量的增量，**也即**磁力所作的功等于电流乘以载流导线在移动中所切割的磁感应线数。

恒定磁场不是保守力场，磁力的功不等于磁场能的减少，而且，洛伦兹力是不做功的，磁力所作的功是消耗电源的能量来完成的。

二、载流线圈在磁场内转动时磁力所作的功



设线圈转过极小的角度 $\mathrm{d}\varphi$ **，使** $\vec{e}_n$ **与** $\vec{B}$ **之间的夹角从** φ **增为** $\varphi+\mathrm{d}\varphi$ **，**

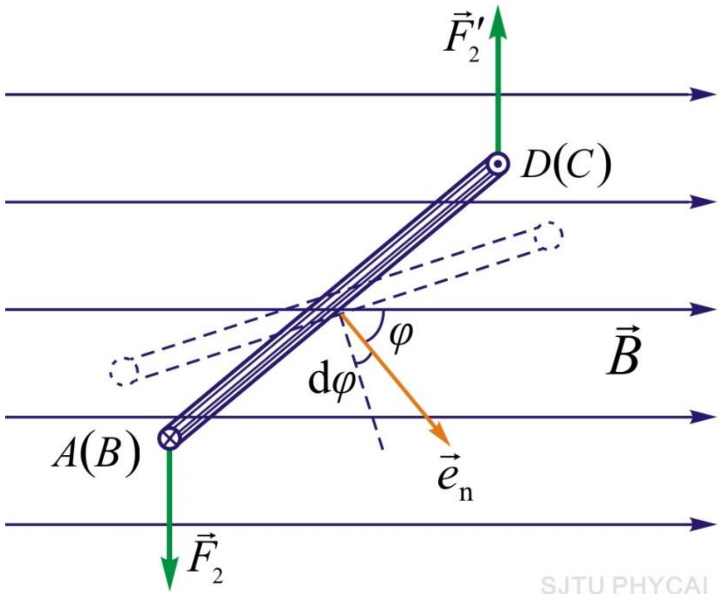
磁力矩 $M = BIS\sin\varphi$

所以磁力矩所作的功为:

$$\mathrm{d}A = -M\mathrm{d}\varphi = -BIS\sin\varphi\,\mathrm{d}\varphi$$

$$= BIS\,\mathrm{d}(\cos\varphi) = I\,\mathrm{d}(BS\cos\varphi)$$

负号“-”表示磁力矩作正功时将使 φ **减小。**



$$\mathrm{d}A = I\,\mathrm{d}(BS\cos\varphi)$$

$\mathrm{d}(BS\cos\varphi)$ **表示线圈转过** $\mathrm{d}\varphi$ **后磁通量的增量** $\mathrm{d}\Phi$

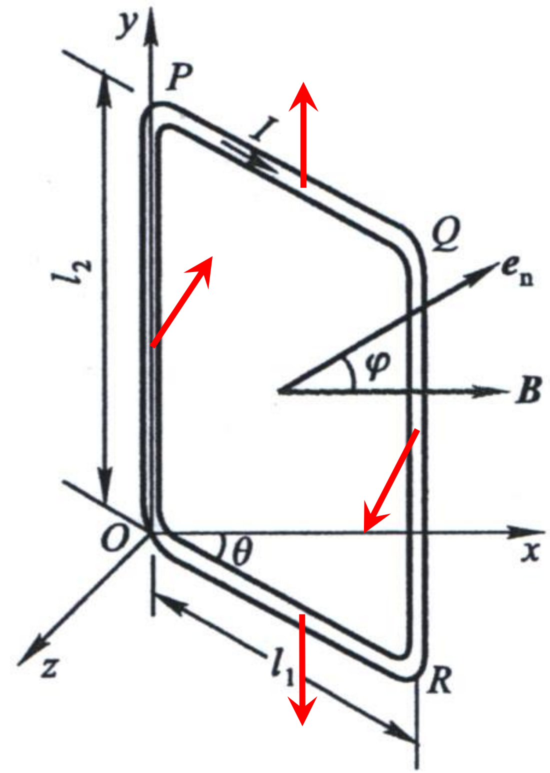
$$\therefore \quad \mathrm{d}A = I\,\mathrm{d}\Phi$$

当上述载流线圈从 φ_1 **转到** φ_2 **时，按上式积分后的磁力矩所作的总功为：**

$$A = \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} I\,\mathrm{d}\Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1) = I\Delta\Phi$$

Φ_1 **与** Φ_2 **分别表示线圈在** φ_1 **和** φ_2 **时通过线圈的磁通量。**

例8-10 如图在均匀磁场中的长方形线圈可绕y轴转动，（1）如果θ=30°，求线圈每边所受的安培力及线圈所受磁力矩；（2）当线圈由此位置转至平衡位置时，求磁场力的功。



解： (1) 根据 $\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$

*PQ*和*RO*段受到的力

$$F_{PQ} = -F_{RO} = IBl_1 \sin 30^\circ = \frac{IBl_1}{2}$$

*QR*和*OP*段受到的力

$$F_{QR} = -F_{OP} = IBl_2 \sin 90^\circ = IBl_2$$

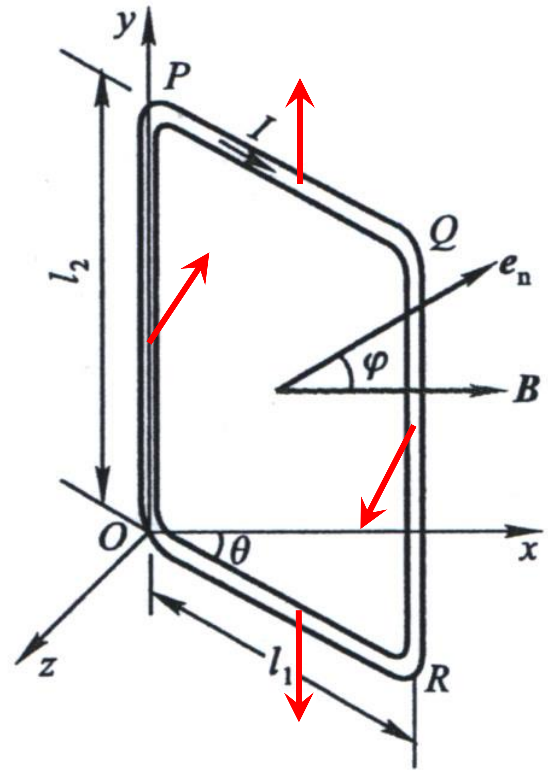
$$M = F_{QR} l_1 \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} IBl_2 l_1$$

也可利用磁力矩公式得

$$M = BIS\sin\varphi = BIl_1l_2\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}BIl_1l_2$$

(2) 线圈在θ=30°时，磁通量

$$\Phi_1 = BS\cos\varphi = \frac{1}{2}Bl_1l_2$$



线圈转至平衡位置时，磁通量

$$\Phi_2 = BS = Bl_1l_2$$

$$\Rightarrow \quad A = I(\Phi_2 - \Phi_1) = \frac{IBl_1l_2}{2}$$

§ 8-7 磁场中的磁介质

磁介质 顺磁质和抗磁质的磁化

一、磁介质

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$$

磁介质中的总磁感强度

真空中的磁感强度

介质磁化后的附加磁感强度

顺磁质 $\vec{B} > \vec{B}_0$ （铝、氧、锰等）

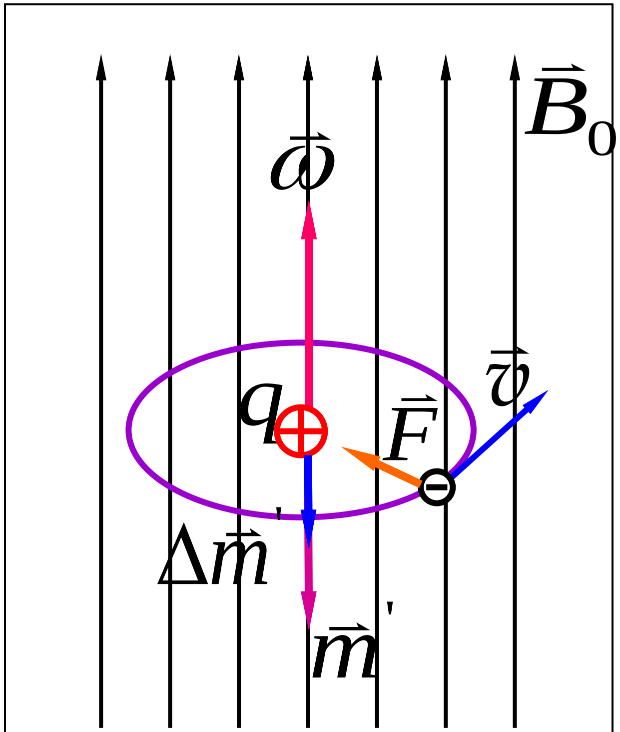
抗磁质 $\vec{B} < \vec{B}_0$ （铜、铋、氢等）

弱磁质

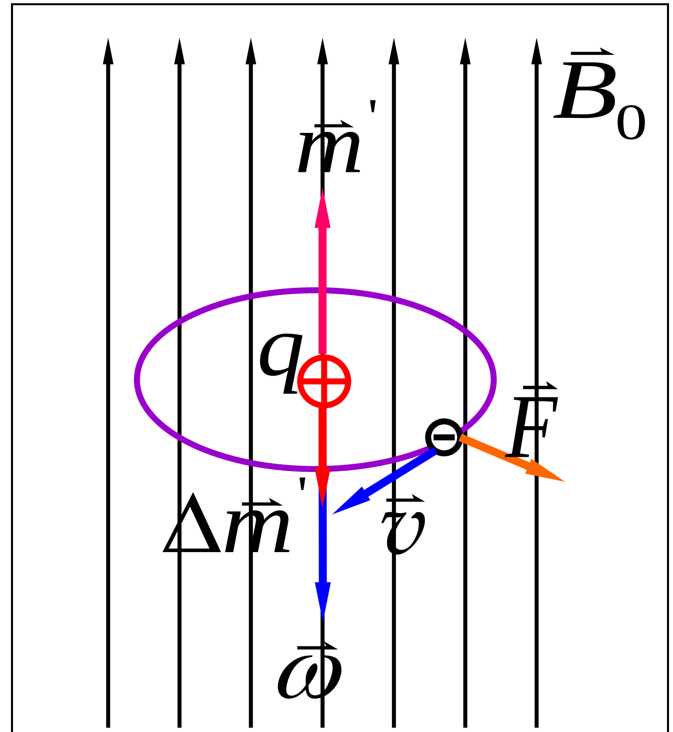
铁磁质 $\vec{B} >> \vec{B}_0$ （铁、钴、镍等）

无外磁场时抗磁质分子磁矩为零 $\boxed{\vec{m}=0}$

抗磁质的磁化



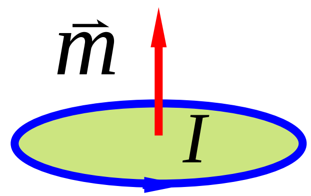
$\vec{\omega},\vec{B}_0$ 同向时



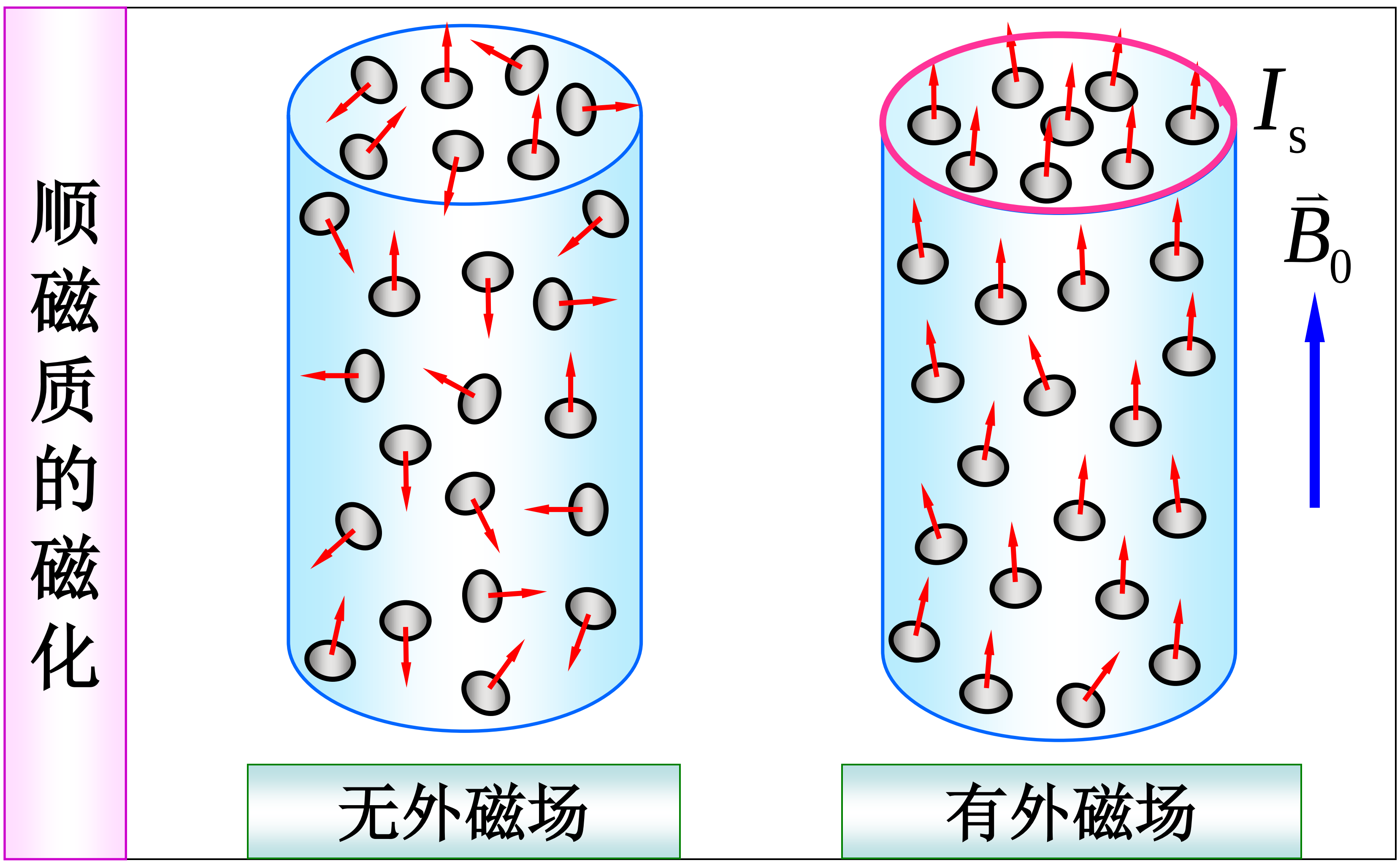
$\vec{\omega},\vec{B}_0$ 反向时

抗磁质内磁场 $B=B_0-B'$

分子圆电流和磁矩



$$B = B_0 + B'$$



§ 8-8 有磁介质时的安培环路定理和高斯定理 磁场强度

一、磁化强度

反映磁介质磁化程度(大小与方向)的物理量。

磁化强度：

$$\vec{M}=\frac{(\sum\vec{m}_{分子}+\sum\Delta\vec{m}_{分子})_{\Delta V}}{\Delta V}$$

单位： A/m

对顺磁质， $\sum\Delta\vec{m}_{分子}$ 可以忽略， $\vec{M}\,//\,\vec{B}_0$。

对抗磁质， $\sum\vec{m}_{分子}=0$ ， $\vec{M}\,//-\vec{B}_0$。

对于真空， $\vec{M}=0$。

二、有磁介质时的安培环路定理

无磁介质时 $$\oint_L \vec{B}_0 \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum_{（L内）} I_0$$

有磁介质时 $$\oint \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_i + \mu_0 I_\mathrm{s}$$

I_i : 传导电流 I_s : 磁化电流

$$\because I_\mathrm{s} = \oint \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$\therefore \oint \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 (\sum I_i + \oint \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l})$$

或 $$\oint (\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}) \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \sum I_i$$

定义：
$$\vec{H}=\frac{\vec{B}}{\mu_0}-\vec{M}$$ 磁场强度

$$\oint\left(\frac{\vec{B}}{\mu_0}-\vec{M}\right)\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\sum I_i$$

$$\Rightarrow \oint \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\sum I_i$$ 有磁介质时的安培环路定理

讨论

磁场强度矢量的环流只和传导电流 I 有关，而在形式上与磁介质的磁性无关。

$$\vec{H}=\frac{\vec{B}}{\mu_0}-\vec{M} \Longrightarrow \vec{B}=\mu_0\vec{H}+\mu_0\vec{M}$$

实验证明：对于各向同性的介质，

$$\vec{M}=\chi_{\mathrm{m}}\vec{H}$$

χ_{m}称为磁介质的磁化率（纯数）

$$\Longrightarrow \vec{B}=\mu_0(\vec{H}+\vec{M})=\mu_0(1+\chi_{\mathrm{m}})\vec{H}$$

$\mu_{\mathrm{r}}=1+\chi_{\mathrm{m}}$ 相对磁导率

$$\Longrightarrow \vec{B}=\mu_0\mu_{\mathrm{r}}\vec{H}=\mu\vec{H}$$

$\mu_{\mathrm{r}}>1 \quad \chi_{\mathrm{m}}>0$ 顺磁质

$\mu=\mu_0\mu_{\mathrm{r}}$ 磁导率

$\mu_{\mathrm{r}}<1 \quad \chi_{\mathrm{m}}<0$ 抗磁质

利用有磁介质时的安培环路定理可计算具有高度对称性分布的磁场。