合 肥 工 业 大 学 试 卷（A） 本页答题无效

2023～2024 学年第 一 学期 课程代码 1400091B 课程名称 概率论与数理统计 学分 3 课程性质：必修 考试形式：闭卷

专业班级（数学班）________ 考试日期 2024.1.24 命题教师 集体 系（所或教研室）主任审批签名________

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 设随机事件 A 与 B 相互独立，且 $P(B)=0.5$，$P(A-B)=0.3$，则 $P(B-A)=$________.

2. 设随机变量 $X\sim B(n,p)$，则随机变量 $Y=n-X$ 服从的分布为________.

3. 设随机变量 $X\sim E(\lambda)$，$\lambda>1$，且 $E[(X-2)(X-1)]=1$，则参数 $\lambda=$________.

4. 设随机变量 $X\sim P(3)$，由切比雪夫不等式估计 $P\{|X-E(X)|<2\}\geq$________.

5. 设总体 $X\sim N(\mu,16)$，若使得 μ 的置信度为 0.95 的置信区间长度 $l\leq 4$，则样本容量 n 至少取________.

（已知 $u_{0.05}=1.645$，$u_{0.025}=1.96$，其中 u_α 为标准正态分布的上侧 α 分为点.）

二、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 设 A 和 B 是两个随机事件，如果 $P(AB)=0$，则（ ）.

（A）A 和 B 互斥　（B）A 和 B 相互独立

（C）AB 未必是不可能事件　（D）$P(A)=0$ 或 $P(B)=0$

2. 设随机变量 X 的密度函数为 $f(x)$，a 为常数，则下列函数中必为密度函数的是（ ）.

（A）$af(ax)$　（B）$f(a+x)$　（C）$2xf(x^2)$　（D）$e^x f(e^x)$

3. 设随机变量 X 和 Y 相互独立，分布函数均为 $F(x)$，则 $\max\{X,2Y\}$ 的分布函数为（ ）.

（A）$2F^2(x)$　（B）$\frac{1}{2}F^2(x)$　（C）$F(x)F(2x)$　（D）$F(x)F(\frac{x}{2})$

4. 对任意两个随机变量 X 和 Y，若 $E(XY)=E(X)E(Y)$，则下列结论正确的是（ ）.

（A）$D(X+Y)=D(X)+D(Y)$　（B）$D(XY)=D(X)D(Y)$

（C）X 和 Y 相互独立　（D）X 和 Y 不相互独立

5. 设随机变量 X 和 Y 都服从标准正态分布，则（ ）.

（A）$X+Y$ 服从正态分布　（B）X^2+Y^2 服从 χ^2 分布

（C）X^2 和 Y^2 都服从 χ^2 分布　（D）$\frac{X^2}{Y^2}$ 服从 F 分布

三、（本题满分 12 分）设有甲、乙两袋球，甲袋中有 4 只白球，6 只红球；乙袋中有 7 只白球，5 只红球. 今从甲袋中任取一球放入乙袋中，再从乙袋中任取出一球.

（1）取出红球的概率是多少？

（2）若已知从乙袋中取出的是红球，问从甲袋中取到红球的概率大，还是白球的概率大？

四、（本题满分 12 分）设随机变量 X 的分布律为 $X\sim\begin{pmatrix}0&1&2\\a&b&c\end{pmatrix}$，且满足条件：

$P\{X^2=X\}=2P\{X>1\}$，$P\{|X-1|=1\}=P\{X=1\}$.

（1）求 X 的分布律；（2）求 X 的分布函数 $F(x)$；（3）求 $P\{|X-1|>a\}$.

五、（本题满分 14 分）设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases}cx, & 0<y<x<1,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$

（1）求常数 c；（2）求 $Z=X-Y$ 的概率密度函数 $f_Z(z)$；（3）求 X 和 Y 的边缘概率密度函数 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$，并判断 X 和 Y 是否相互独立，说明其理由.

六、（本题满分 12 分）设 X，Y 为两个随机变量，且 $E(X)=-2$，$E(Y)=4$，$D(X)=4$，$D(Y)=9$，$\rho_{XY}=-0.5$，$Z=3X^2-2XY+Y^2-3$，求 $E(Z)$.

七、（本题满分 14 分）设总体 X 的概率密度函数为 $f(x;\theta)=\begin{cases}\frac{2\theta^2}{x^3}, & x\geq\theta,\\ 0, & x<\theta,\end{cases}$ 其中 $\theta>0$ 为未知参数，$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ 为来自总体 X 的简单随机样本.

（1）求 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}_M$；（2）求 θ 的极大似然估计量 $\hat{\theta}_L$；（3）证明：$\hat{\theta}_M$ 是 θ 的无偏估计.

八、（本题满分 6 分）设总体 $X\sim N(0,\sigma^2)$，$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ $(n>1)$ 为来自总体 X 的一个简单随机样本，$\overline{X}$，S^2 分别为其样本均值和样本方差，求 $D\left[\overline{X}^2+\left(1-\frac{1}{n}\right)S^2\right]$.