

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 设随机事件 A 与 B 互不相容，且 $P(A)=0.2$ ， $P(B)=0.3$ ，则 $P(A\cup B)=$ _____.

2. 设 $X\sim B(3,0.5)$ ， $Y\sim P(3)$ ，已知 X 与 Y 相互独立，则 $D(2X+Y)=$ _____

3. 已知 T_1, T_2, T_3 和 $aT_1-2aT_2+2T_3$ 均为非零参数 θ 的无偏估计量，则 $a=$ _____.

4. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_{10000}$ 相互独立，均服从区间 $(0, 2)$ 上的均匀分布， $Y=\frac{1}{10000}\sum_{i=1}^{10000}X_i$ ，用中心极限定理求 $P\{Y\leq 1\}=$ _____.

5. 设来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本均值 $\bar{x}=2.8$ ， $s^2=0.05$ ，则未知参数 μ 的置信度为 0.95 的置信区间是_____（ $U_{0.025}=1.96, U_{0.05}=1.645, t_{0.05}(14)=1.761, t_{0.025}(14)=2.145$ ）.

二、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 设随机变量 X 的可能取值为 1，2； Y 的可能取值为 0，1；则“随机变量 X 和 Y 独立”是“随机事件 $\{X=1\}$ 和 $\{Y=0\}$ 独立”的（ ）

(A) 非充分条件，也非必要条件. (B) 充分条件，而非必要条件.

(C) 必要条件，而非充分条件. (D) 充分必要条件.

2. 设随机变量 X 的密度函数为 $f(x)$ ，则下列函数中必为某随机变量密度函数的是（ ）.

(A) $2f(x)$ (B) $f(2x)$ (C) $f(1-x)$ (D) $1-f(x)$

3. 设随机变量 (X, Y) 服从二维正态分布，且 X 与 Y 不相关， $f_X(x), f_Y(y)$ 分别表示 X, Y 的概率密度，则在 $Y=y$ 的条件下， X 的条件概率密度 $f_{X|Y}(x|y)$ 为（ ）.

(A) $f_X(x)$ (B) $f_Y(y)$ (C) $f_X(x)f_Y(y)$ (D) $\frac{f_X(x)}{f_Y(y)}$

4. 设随机变量 X 与 Y 的相关系数为 0.5， $DX=DY=2$ ，则 $Cov(2Y+X, Y)=$ （ ）

(A) 0 (B) 5 (C) 2 (D) 4

5. 设 X_1, X_2, \cdots, X_n 为来自总体 $X\sim N(\mu, \sigma^2)$ 的简单随机样本， $\sigma>0$ 未知， \bar{X} ， S^2 分别为样本均值和样本方差，则假设 $H_0:\mu=\mu_0, H_1:\mu\neq\mu_0$ 的检验统计量为（ ）.

(A) $\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ (B) $\frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$ (C) $\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}$ (D) $\frac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}$

三、(本题满分 10 分) 某工厂由甲、乙、丙三个车间生产同一种产品,每个车间的产量分别占全厂的 25%, 35%，40%，各车间产品的次品率分别为 5%，4%，2%，

求：(1) 全厂产品的次品率；

(2) 若任取一件产品发现是次品,此次品是甲车间生产的概率是多少？

四、（本题满分 12 分）设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} 2x, & 0<x<1, \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$

(1) 求 X 的分布函数 $F(x)$ ； (2) 求 $Y=X^2$ 的密度函数 $f_Y(y)$.

五、(本题满分 14 分) 设随机变量 (X, Y) 服从区域 $D: 0\leq x\leq 1, 0\leq y\leq 2x$ 上的均匀分布. (1) 求 (X, Y) 的边缘密度函数 $f_X(x), f_Y(y)$ ； (2) 问 X 与 Y 是否相互独立？ (3) 求 $P\{X\leq\frac{1}{2}, Y\leq\frac{1}{2}\}$.

六、(本题满 14 分) 设一箱中装有 100 件产品，其中一、二、三等品分别有 80 件、10 件、10 件，现从中随机抽取一件，记：

$$X_i=\begin{cases} 1 & \text{抽取到}i\text{等品} \\ 0 & \text{其它} \end{cases}, i=1,2,3$$

求：(1) X_1, X_2 的联合分布律； (2) X_1 与 X_2 的相关系数 ρ .

七、（本题满分 14 分）设总体 X 的密度函数 $f(x)=\begin{cases} \frac{2x}{\theta}e^{-\frac{x^2}{\theta}}, & x\geq 0, \\ 0, & x<0, \end{cases}$ 其中 $\theta>0$ 为未知参数， (X_1, X_2, \cdots, X_n) 为来自总体 X 的简单随机样本.

求：(1) $E(X^2)$ ； (2) θ 的最大似然估计量 $\hat{\theta}$ ； (3) 问 $\hat{\theta}$ 是否为 θ 的无偏估计？

八、(本题满分 6 分) 设 (X_1, X_2, X_3, X_4) 是来自总体 $X\sim N(0,1)$ 的简单随机样本，记 $Y_1=X_1+X_2, Y_2=X_3-X_4$. 问 $\frac{Y_1^2}{Y_2^2}$ 和 $\frac{Y_1^2+Y_2^2}{2}$ 分别服从何种分布？