第九章　电磁感应 电磁场理论

§ 9-1 电磁感应定律

§ 9-2 动生电动势

§ 9-3 感生电动势 感生电场

§ 9-4 自感应和互感应

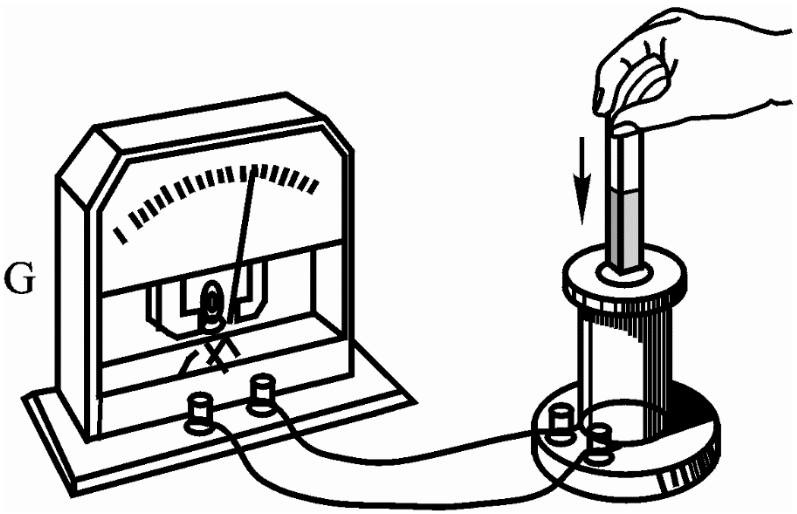
§ 9-5 磁场的能量

§ 9-6 位移电流 电磁场理论

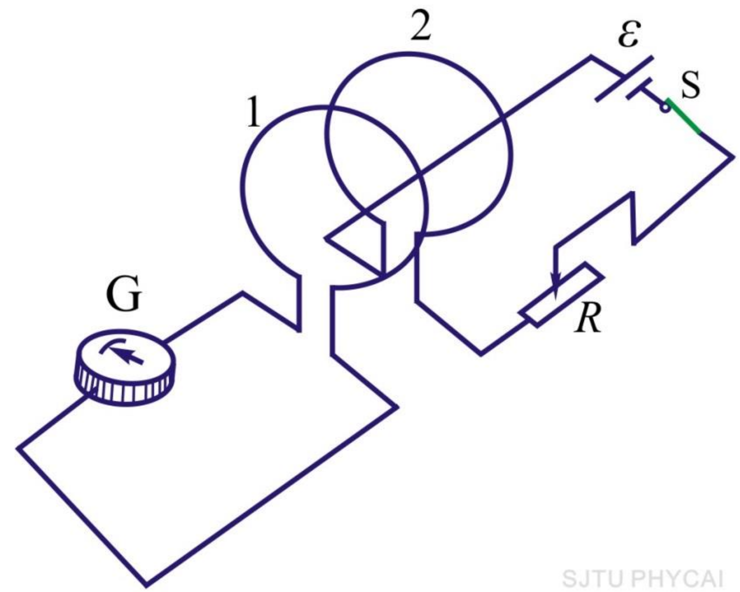
* § 9-7 电磁场的统一性和电磁场量的相对性

§ 9-1 电磁感应定律

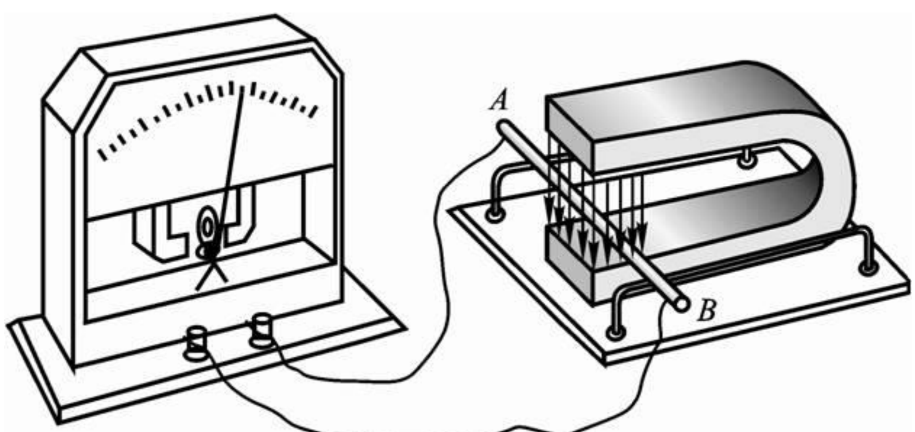
一、电磁感应现象



磁铁棒相对线圈运动



线圈2的电流改变



金属棒在磁场中运动

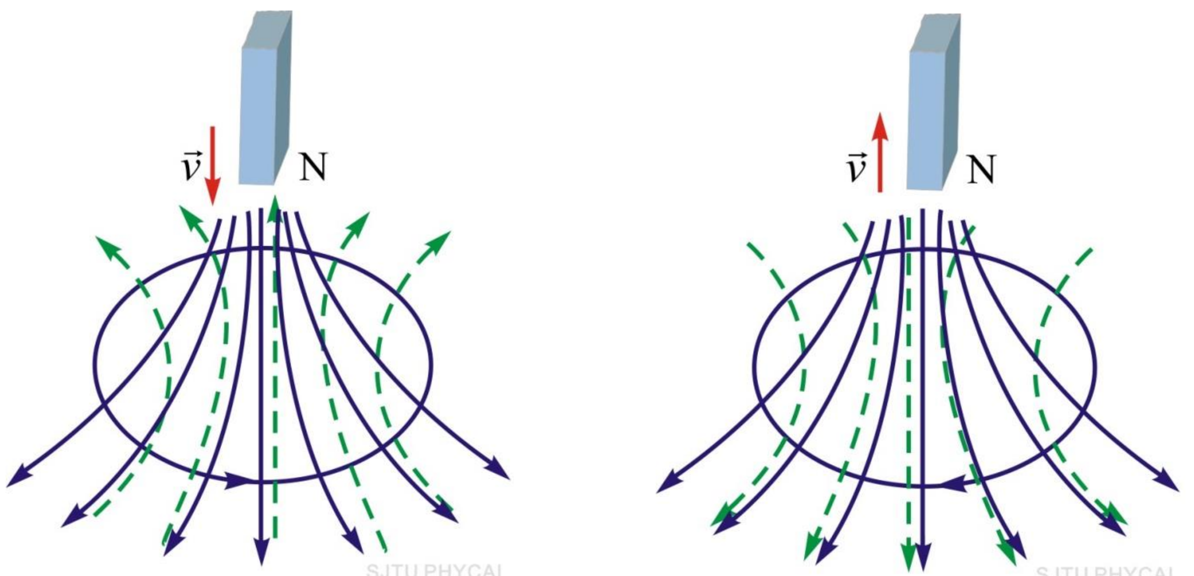
当穿过闭合回路的磁通量发生变化时，不管这种变化是由什么原因的，回路中有电流产生。称为电磁感应现象。

电磁感应现象中产生的电流称为感应电流

相应的电动势称为感应电动势

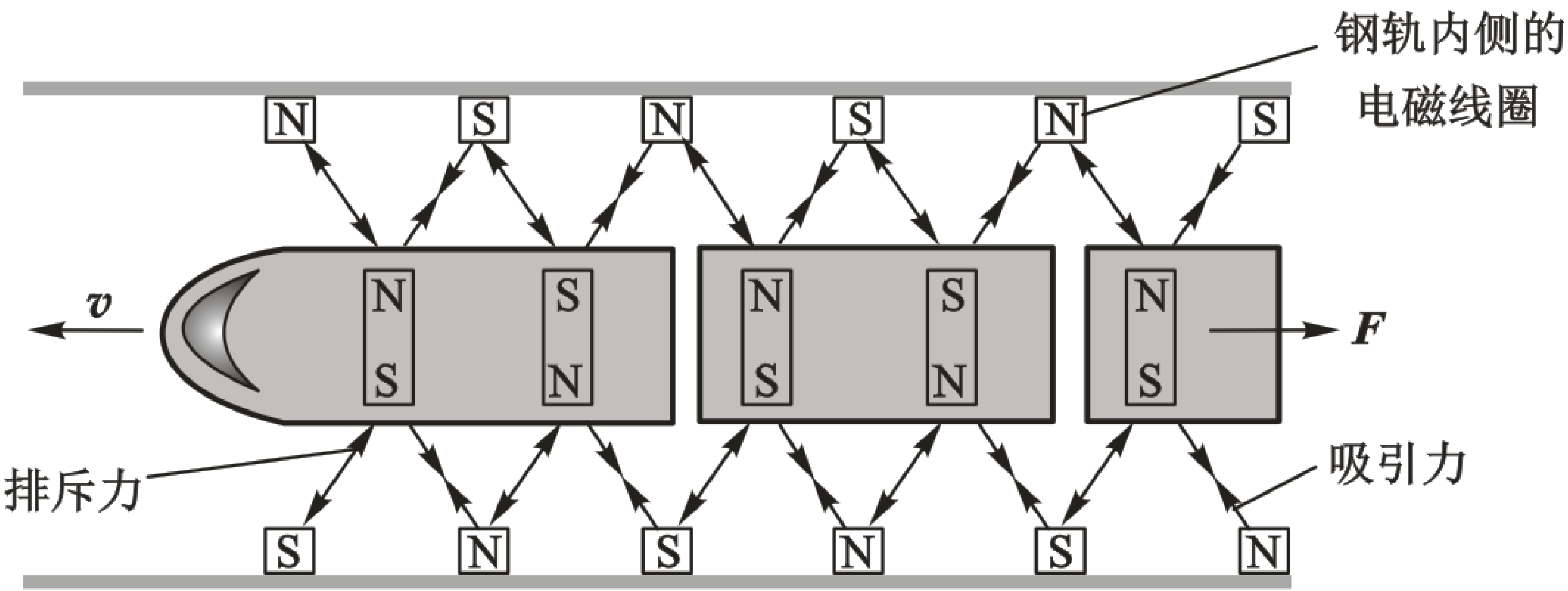
二、楞次定律

楞次定律： 闭合回路中感应电流的方向，总是使得它所激发的磁场来阻止引起感应电流的磁通量的变化。



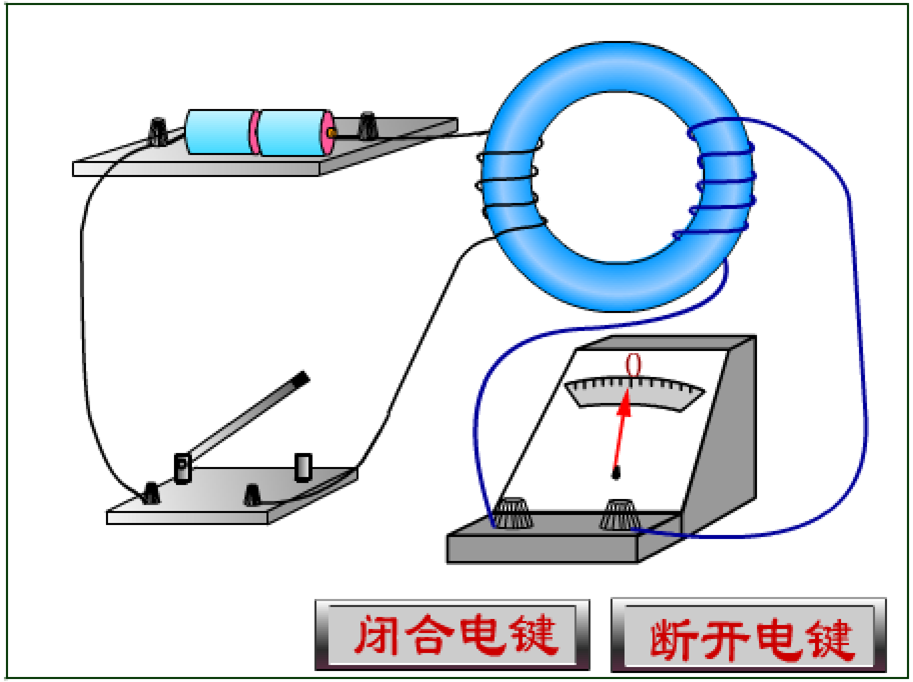
绿线为感应电流的磁场

楞次定律的应用：磁悬浮列车的制动力



3．法拉第电磁感应定律

当穿过闭合回路所围面积的磁通量发生变化时，回路中会产生感应电动势，且感应电动势正比于磁通量对时间变化率的负值.



$$\boxed{\varepsilon_{\mathrm{i}} = -k\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}}$$

国际单位制 $\begin{cases} \varepsilon_{\mathrm{i}} \rightarrow \text{伏特} \\ \Phi \rightarrow \text{韦伯} \end{cases}$ $k=1$

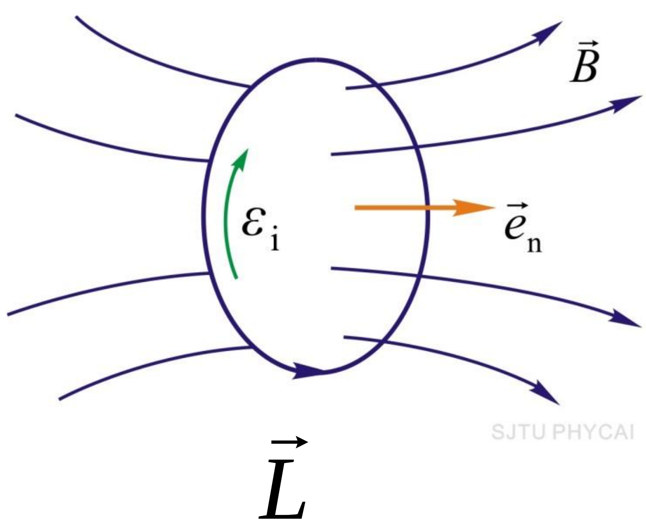
$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

$$\begin{cases} \varepsilon > 0 & \text{表示}\varepsilon\text{与 }\vec{L}\text{绕向相同} \\ \varepsilon < 0 & \text{表示}\varepsilon\text{与 }\vec{L}\text{绕向相反} \end{cases}$$

$\Phi > 0$

$\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} > 0$

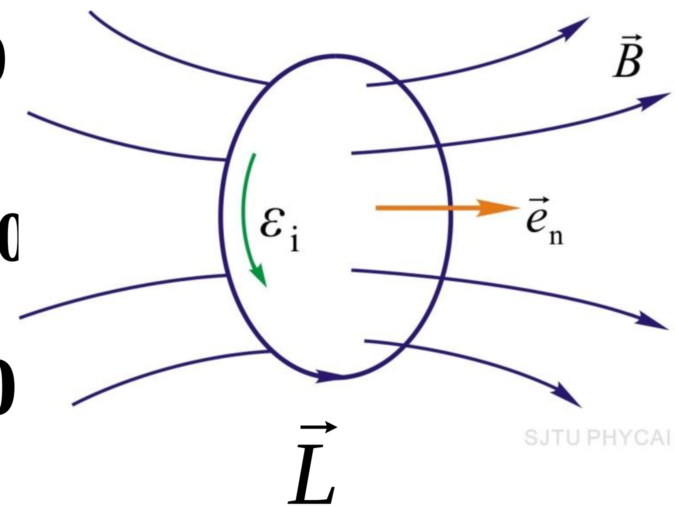
$\varepsilon_i < 0$



$\Phi > 0$

$\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} < 0$

$\varepsilon_i > 0$

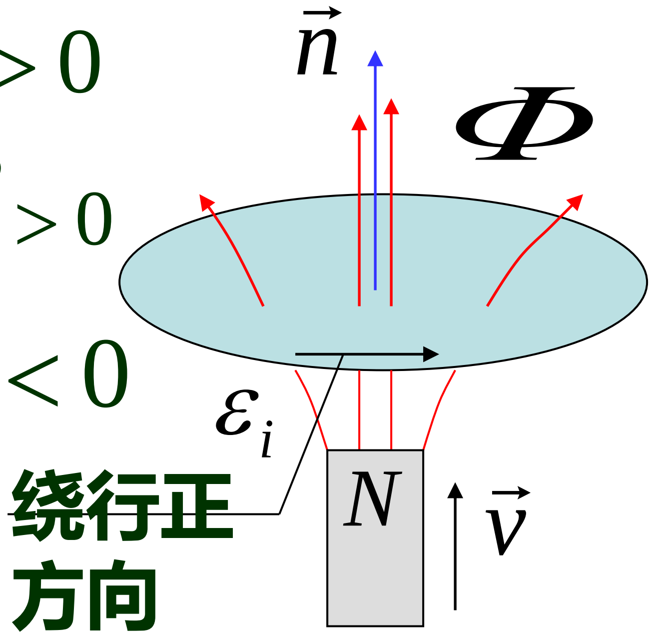


判断ε_i的方向：先规定回路正向，从而确定磁通量(及变化率)的正负，再得感应电动势的正负。若ε为正，则与规定的回路方向相同。若ε为负，则相反。

$\Phi > 0$

$\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} > 0$

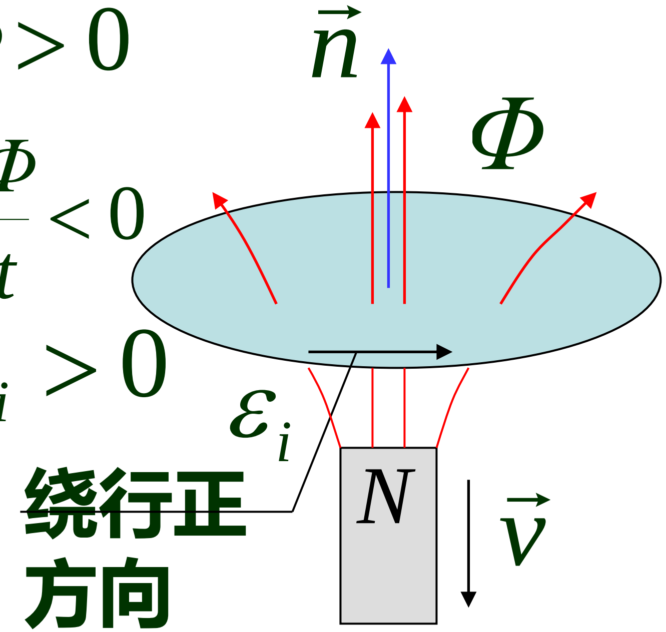
$\varepsilon_i < 0$



$\Phi > 0$

$\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} < 0$

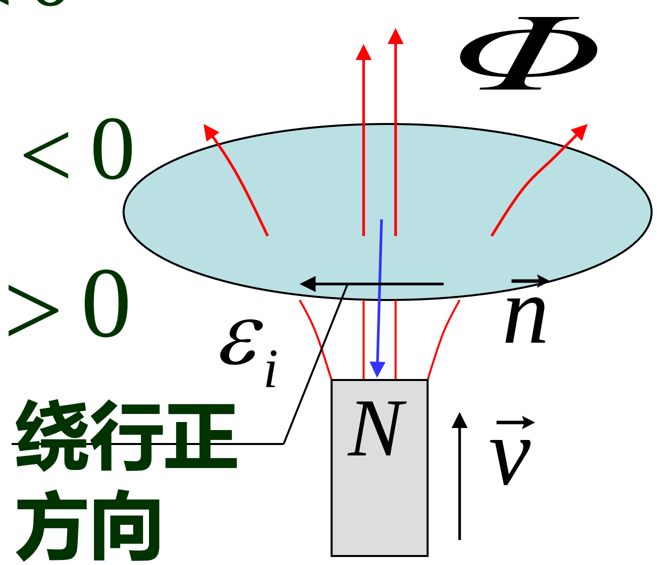
$\varepsilon_i > 0$



$\Phi < 0$

$\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} < 0$

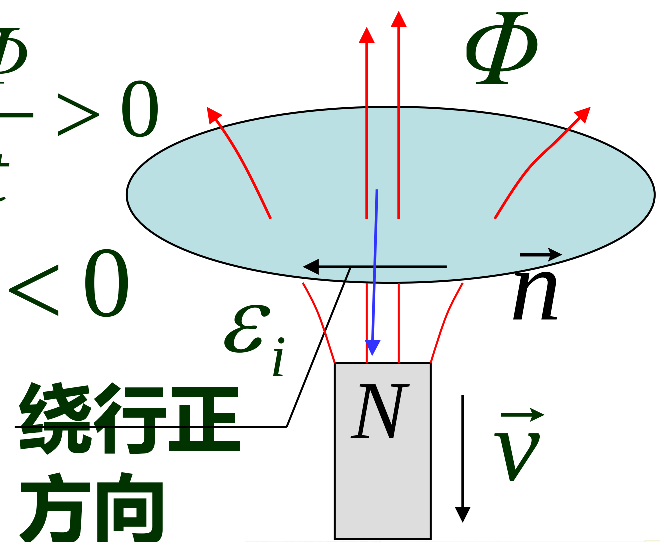
$\varepsilon_i > 0$



$\Phi < 0$

$\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} > 0$

$\varepsilon_i < 0$



法拉第电磁感应定律

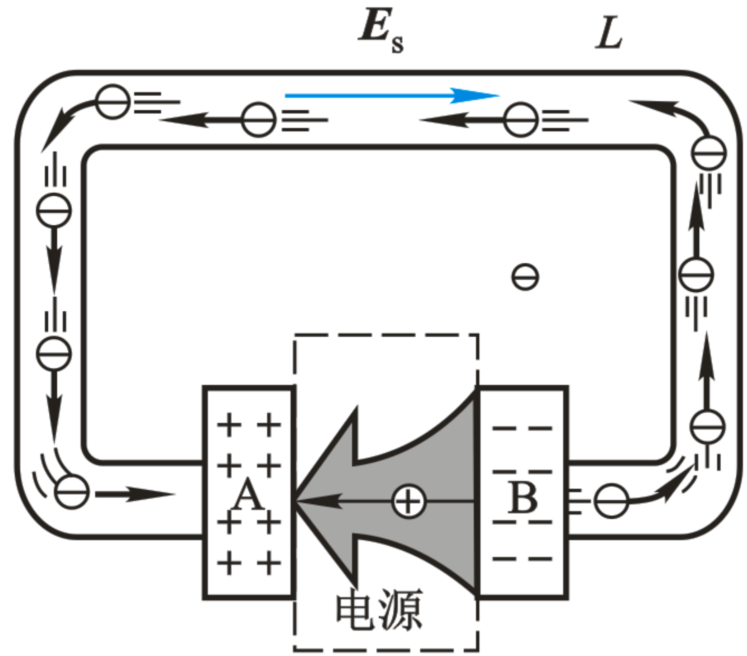
$$\varepsilon_i = -N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}t}$$

式中 $\Psi = N\Phi$ 磁通匝链数（简称磁链）或全磁通，表示通过 N 匝线圈的总磁总量。

二、电源的电动势

导体内形成持续电流的条件：

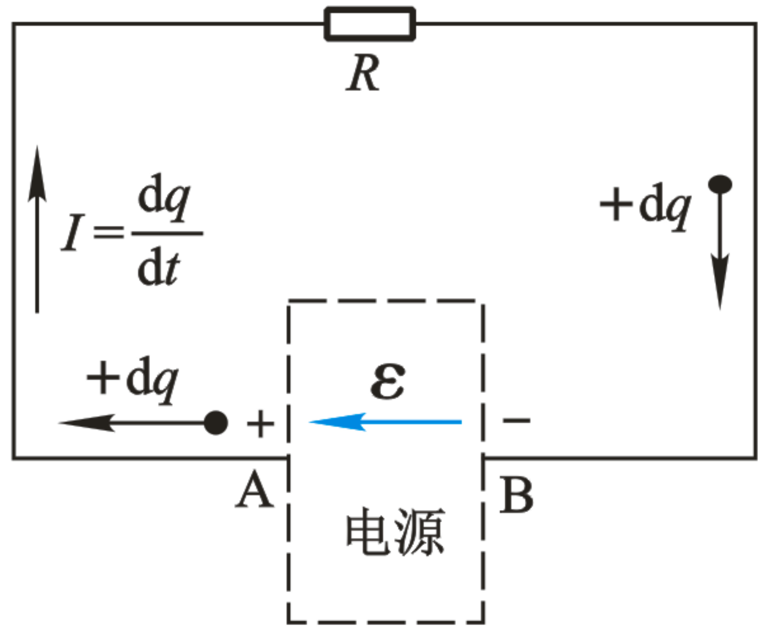
载流子、电势差



电源——提供非静电力的装置，把正电荷从电势低的地方（电源负极）移到到电势高的地方（电源正极）。

电源把其它形式的能量转化为电势能。如化学电池、发电机、热电偶、硅（硒）太阳能电池、核反应堆等。

电动势： $\varepsilon = \dfrac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}q}$

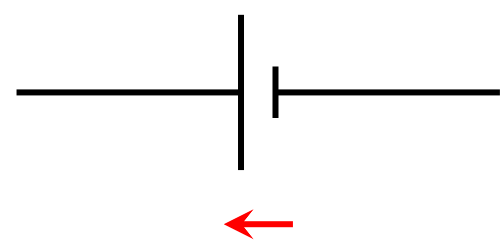


电动势 ε 等于将单位正电荷从电源负极沿内电路移到正极过程中非静电场力做的功。

非静电场的场强：$\vec{E}_{\mathrm{k}} = \dfrac{\vec{F}_{\mathrm{k}}}{q}$

$\int_{-}^{+} \vec{E}_{\mathrm{k}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \varepsilon$ 标量，方向

(内电路)



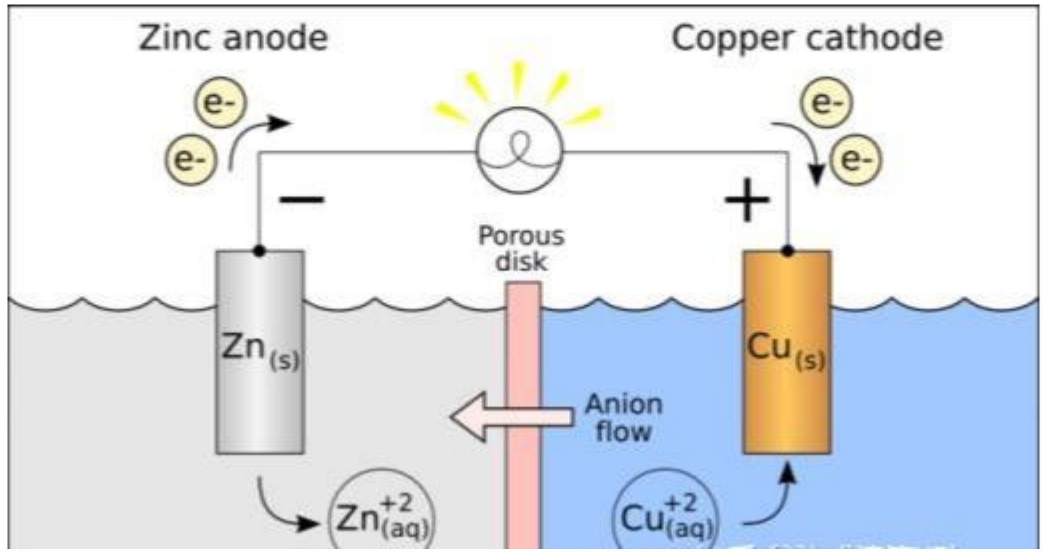
电源外 $\vec{E}_{\mathrm{k}} = 0$ $\Rightarrow$ $\oint_{l} \vec{E}_{\mathrm{k}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_{-}^{+} \vec{E}_{\mathrm{k}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \varepsilon$

化学电池

丹聂耳电池

$$\mathbf{Zn} \rightarrow \mathbf{Zn}^{+2}$$

$$\mathbf{Cu}^{+2} \rightarrow \mathbf{Cu}$$



$\mathbf{ZnSO_4}$ $\mathrm{Cu}\mathbf{SO_4}$

$$\boldsymbol{U}_{\boldsymbol{C}\mathrm{u}} > \boldsymbol{U}_{\text{溶液}} > \boldsymbol{U}_{\boldsymbol{Zn}}$$

◀ ▶ 返回 退出

如果用$\vec{E}_k$表示等效的**非静电性**场强，则感应电动势ε_i可表为

$$\varepsilon_i = \oint \vec{E}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$\because \Phi = \iint_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$\boxed{\therefore \oint \vec{E}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\iint_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S}}$$

若闭合回路的总电阻为 R，感应电流为

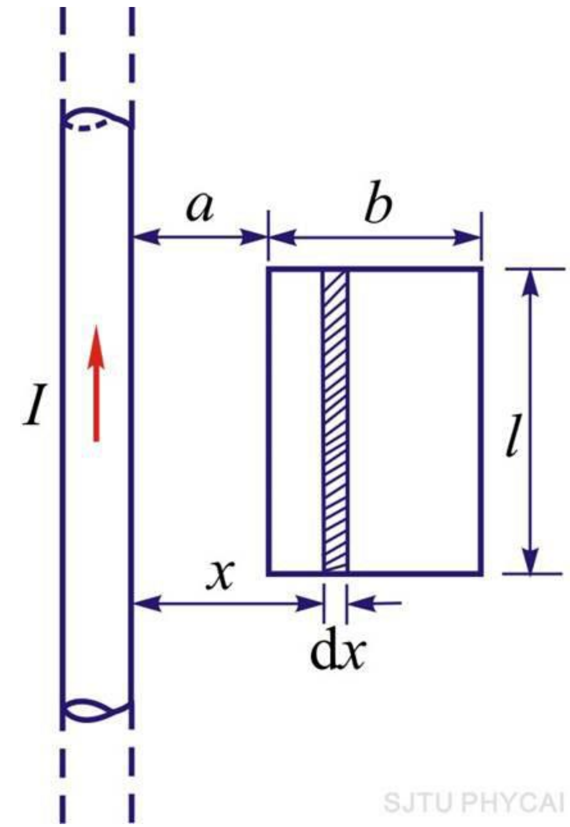
$$I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = -\frac{1}{R}\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

$\Delta t = t_2 - t_1$ 时间内，流过回路的电荷

$$q_i = \int_{t_1}^{t_2} I_i \mathrm{d}t = -\frac{1}{R}\int_{\Phi_1}^{\Phi_2} \mathrm{d}\Phi = \frac{1}{R}(\Phi_1 - \Phi_2)$$

例9-1 一长直导线通以电流 $I = I_0 \sin\omega t$，旁边有一个共面的矩形线圈*abcd*。求：线圈中的感应电动势。

解： 选顺时针为绕行方向



$$\Phi = \oint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_a^{a+b} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} l\,\mathrm{d}x$$

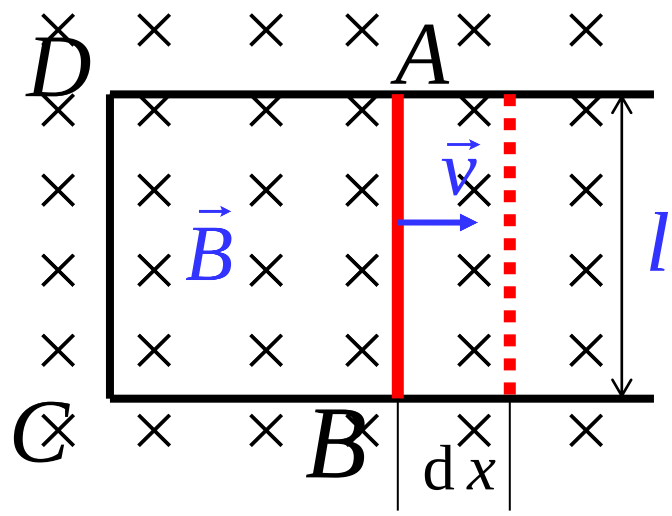
$$= \frac{\mu_0 I_0 l}{2\pi} \sin\omega t \ln\frac{a+b}{a}$$

$$\varepsilon_{\mathrm{i}} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

$$= -\frac{\mu_0 I_0}{2\pi} l\omega \cos\omega t \ln\frac{a+b}{a}$$

动生电动势的非静电力场来源 $\Longrightarrow$ 洛伦兹力

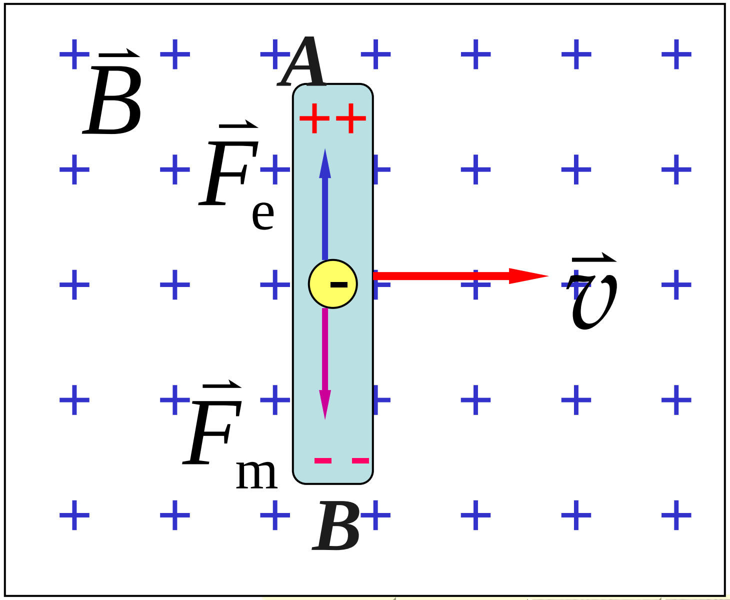
$$\vec{F}_m = -e\vec{v}\times\vec{B}$$



若以 $\vec{E}_k$ 表示非静电场强，则有

$$-e\vec{E}_k = -e\vec{v}\times\vec{B}$$

$$\Longrightarrow \quad \vec{E}_k = \vec{v}\times\vec{B}$$



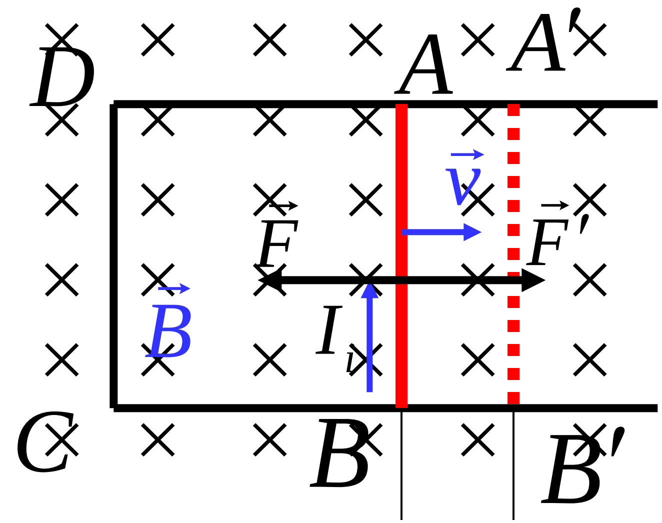
$$\boldsymbol{\varepsilon_i} = \oint \vec{\boldsymbol{E}}_k \cdot \overrightarrow{\mathbf{d}\,\boldsymbol{l}} = \int_B^A \vec{\boldsymbol{E}}_k \cdot \overrightarrow{\mathbf{d}\,\boldsymbol{l}}$$

$$= \int_B^A (\vec{\boldsymbol{v}}\times\vec{\boldsymbol{B}})\cdot\overrightarrow{\mathbf{d}\,\boldsymbol{l}} = \boldsymbol{lvB}$$

返回 退出

设电路中感应电流为I，
则感应电动势做功的功率为

$$P = I_i \varepsilon_i = I_i Blv$$



通电导体棒AB在磁场中受到的安培力大小为

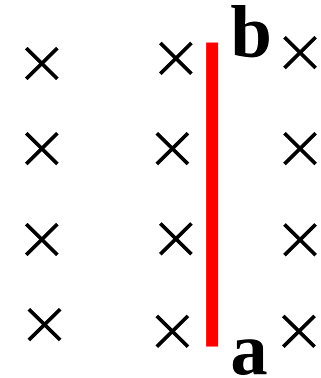
$F_m = IlB$，方向向左。为了使导体棒匀速向右运动，必须有外力$F_{外}$与F_m平衡，它们大小相等，方向相反。因此，外力的功率为

$$P = F'v = I_i lBv$$

这正好等于上面求得的感应电动势做功的功率。

在一般情况下，磁场可以不均匀,导线在磁场中运动时各部分的速度也可以不同，$\vec{v}$ 、$\vec{B}$ 和 $\vec{l}$ 也可以不相互垂直，这时运动导线内总的动生电动势为

$$\varepsilon_i = \int_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$



$$\text{或}\begin{cases} \varepsilon_{ab} = \int_a^b (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l} \\ \varepsilon_{ab} > 0 \quad \text{则} \quad \mathrm{U_a} < \mathrm{U_b} \\ \varepsilon_{ab} < 0 \quad \text{则} \quad \mathrm{U_a} > \mathrm{U_b} \end{cases}$$

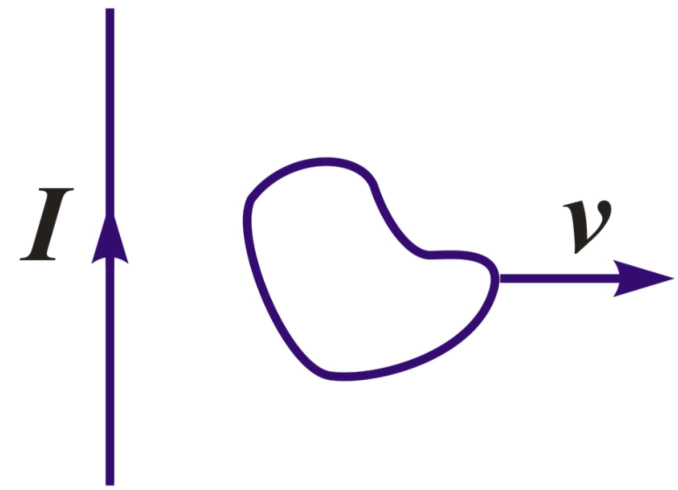
对于闭合回路 $\varepsilon_i = \oint_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$

动生电动势的计算

（1）对于导体回路

a. $\varepsilon = \oint (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$

b. $\varepsilon_{\mathrm{i}} = -\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$

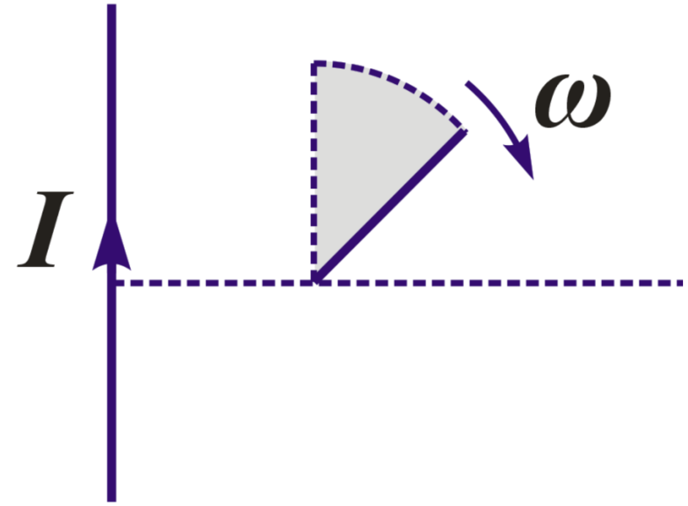


（2）对于一段导体

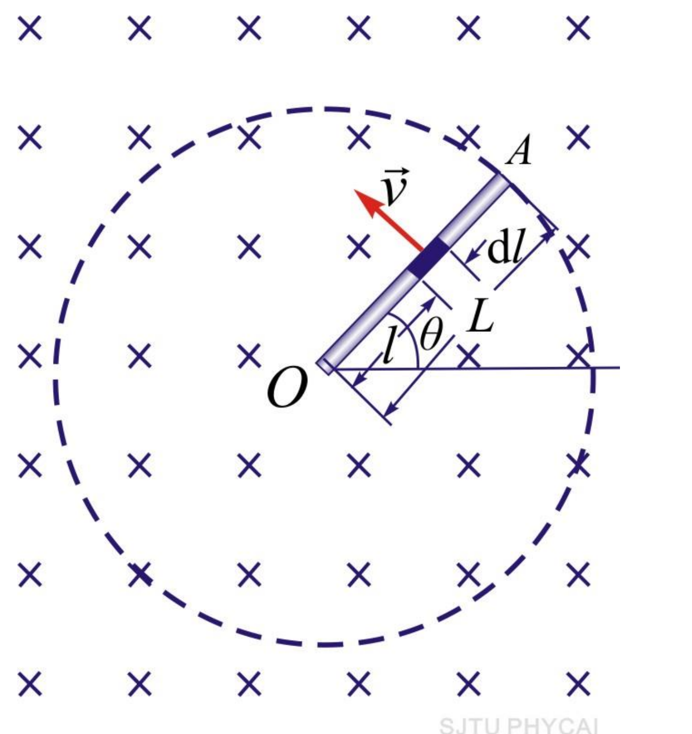
a. $\varepsilon_{ab} = \int_a^b (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$

b. 设想构成一个回路，则

$$\varepsilon_{ab} = \varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$



例9-2 长为L的铜棒，在磁感强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场中以角速度ω在与磁场方向垂直的平面内绕棒的一端O匀速转动，求棒中的动生电动势。



解： 取线元$\overrightarrow{\mathrm{d}l}$，方向沿$O$指向$A$

$$v=\omega l$$

$$\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{i}}=(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\overrightarrow{\mathrm{d}l}=-vB\,\mathrm{d}l$$

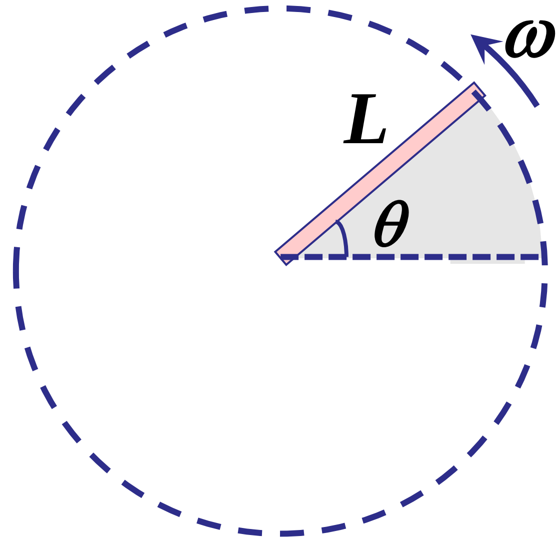
金属棒上总电动势为

$$\varepsilon_{\mathrm{i}}=-\int_0^L Bv\,\mathrm{d}l=-\int_0^L B\omega l\,\mathrm{d}l=-\frac{1}{2}B\omega L^2$$

方向为$A\rightarrow O$，即O点电势较高。

另解:

$$\mathrm{d}S = \frac{1}{2}L^2\mathrm{d}\theta$$

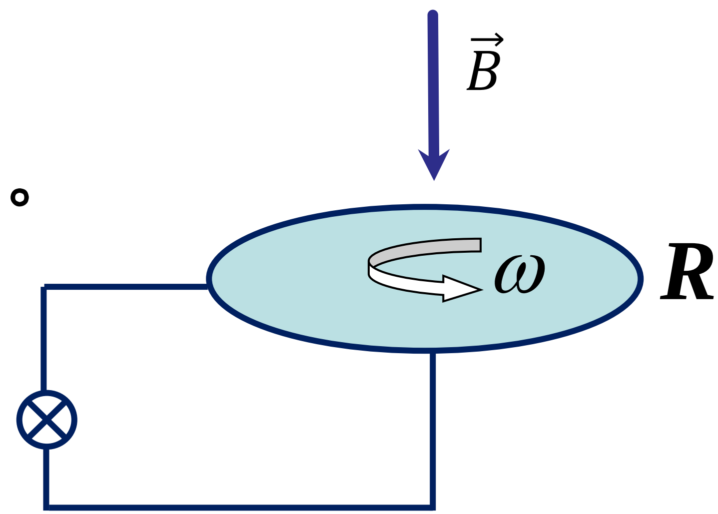


$$\mathrm{d}\Phi = B\mathrm{d}S$$

$$\varepsilon_{\mathrm{i}} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{2}BL^2\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{2}BL^2\omega$$

讨论 法拉第圆盘发电机

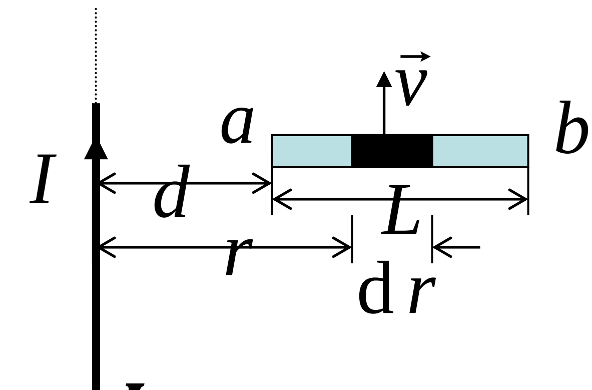
——铜盘在磁场中转动。



铜棒并联 $\varepsilon = \dfrac{1}{2}R^2\omega B$

例9-3 直导线*ab*以速率 V 沿平行于长直载流导线的方向运动，*ab*与直导线共面，且与它垂直，如图所示。设直导线中的电流强度为I，导线*ab*长为L，*a* 端到直导线的距离为*d*，求导线*ab*中的动生电动势，并判断哪端电势较高。

解 （1）应用 $\varepsilon_{ab}=\int_a^b(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}$ 求解



距长直载流导线 r 处取一线元dr，方向向右。

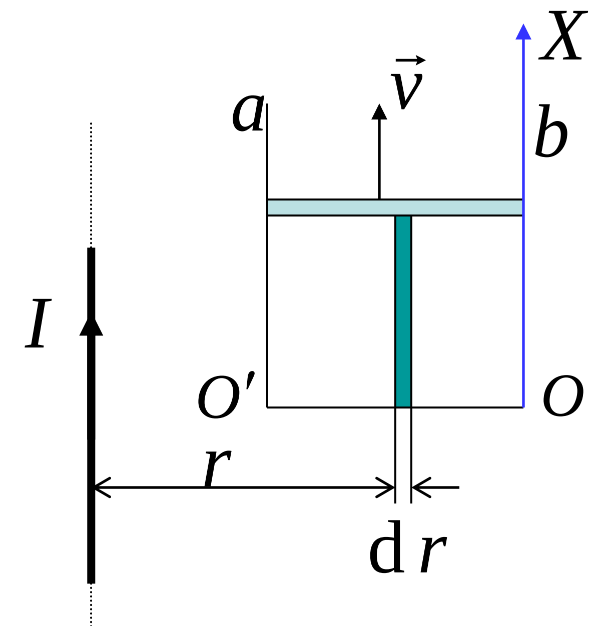
$$\mathrm{d}\,\varepsilon_i=(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\overrightarrow{\mathrm{d}r}=-vB\,\mathrm{d}r=-\frac{\mu_0 Iv}{2\pi r}\mathrm{d}r$$

$$\varepsilon_{ab}=\int_a^b\mathrm{d}\,\varepsilon=\int_d^{d+L}-\frac{\mu_0 Iv}{2\pi r}\mathrm{d}r=-\frac{\mu_0 Iv}{2\pi}\ln\frac{d+L}{d}$$

由于$\varepsilon_{ab}<0$,表明电动势的方向由b 指向a,a 端电势较高。

(2) 应用电磁感应定律求解

设某时刻导线ab到U形框底边的距离为x，取顺时针方向为回路的正方向,则该时刻通过回路 $aboo'a$ 的磁通量为



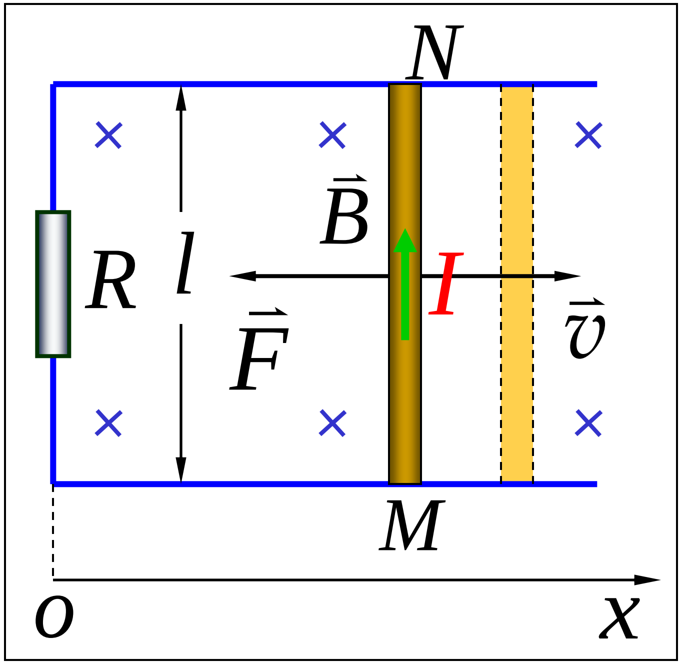
$$\Phi = \iint_s \vec{B} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}S} = \int_d^{d+L} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} x \, \mathrm{d}r = \frac{\mu_0 I x}{2\pi} \ln \frac{d+L}{d}$$

$$\varepsilon_{ab} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(\frac{d+L}{d}\right) \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mu I v}{2\pi} \ln \frac{d+L}{d}$$

表示电动势的方向与所选回路正方向相反,即沿逆时针方向。因此在导线ab上,电动势由 b 指向 a，a 端电势较高。

例 一导线矩形框的平面与磁感强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场相垂直.在此矩形框上,有一质量为 **m** 长为 l 的可移动的细导体棒 **MN** ；矩形框还接有一个电阻 **R** ,其值较之导线的电阻值要大得很多.若开始时,细导体棒以速度 $\vec{v}_0$ 沿如图所示的矩形框运动,试求棒的速率随时间变化的函数关系.

解 如图建立坐标



棒中 $\varepsilon_{\mathrm{i}} = Blv$ 且由 $M \longrightarrow N$

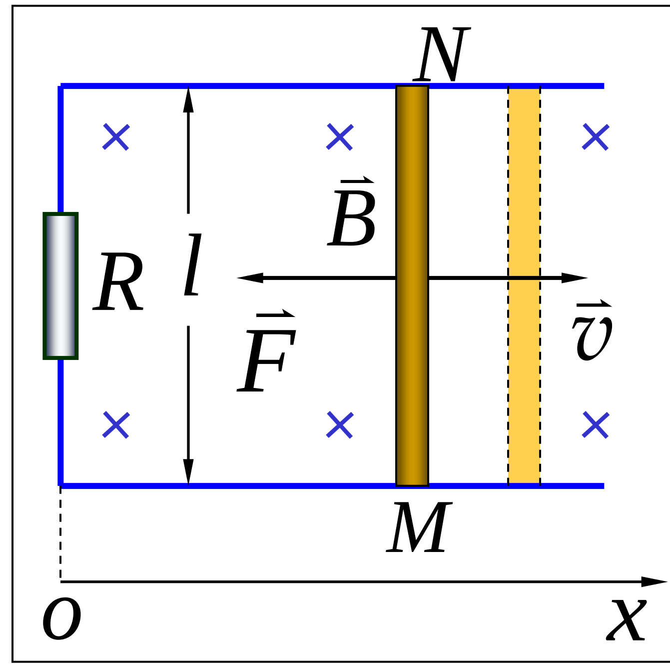
棒所受安培力

$$F = IBl = \frac{B^2 l^2 v}{R}$$

方向沿 ox 轴反向

返回 退出

$$F = IBl = \frac{B^2 l^2 v}{R}$$ 方向沿 ox 轴反向



棒的运动方程为

$$m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -\frac{B^2 l^2 v}{R}$$

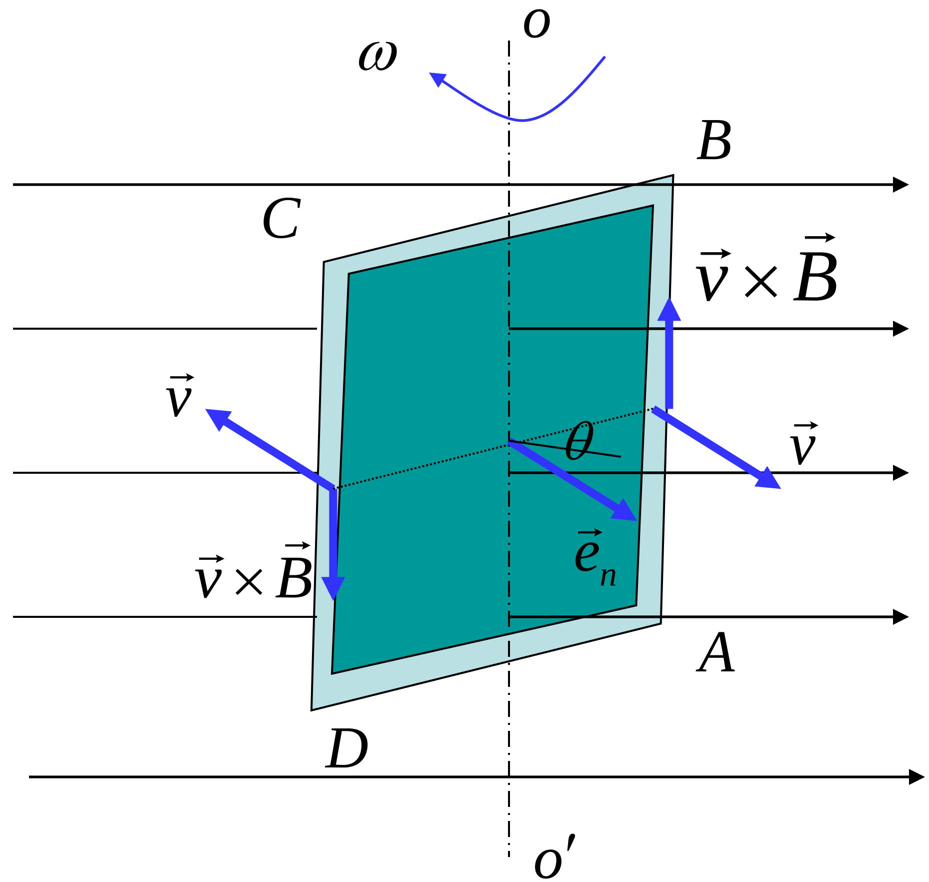
则 $$\int_{v_0}^{v}\frac{\mathrm{d}v}{v} = -\int_0^t \frac{B^2 l^2}{mR}\mathrm{d}t$$

计算得棒的速率随时间变化的函数关系为

$$v = v_0 \mathrm{e}^{-(B^2 l^2 / mR)t}$$

2. 在磁场中转动的线圈内的感应电动势

设矩形线圈*ABCD* 的匝数为*N*,面积为*S*，使这线圈在匀强磁场中绕固定的轴线 OO' 转动，磁感应强度 $\vec{B}$ 与轴 OO' 垂直。当 $t=0$ 时，$\vec{e}_n$ 与 $\vec{B}$ 之间的夹角为零，经过时间 t, 与 $\vec{B}$ 之间的夹角为 θ 。



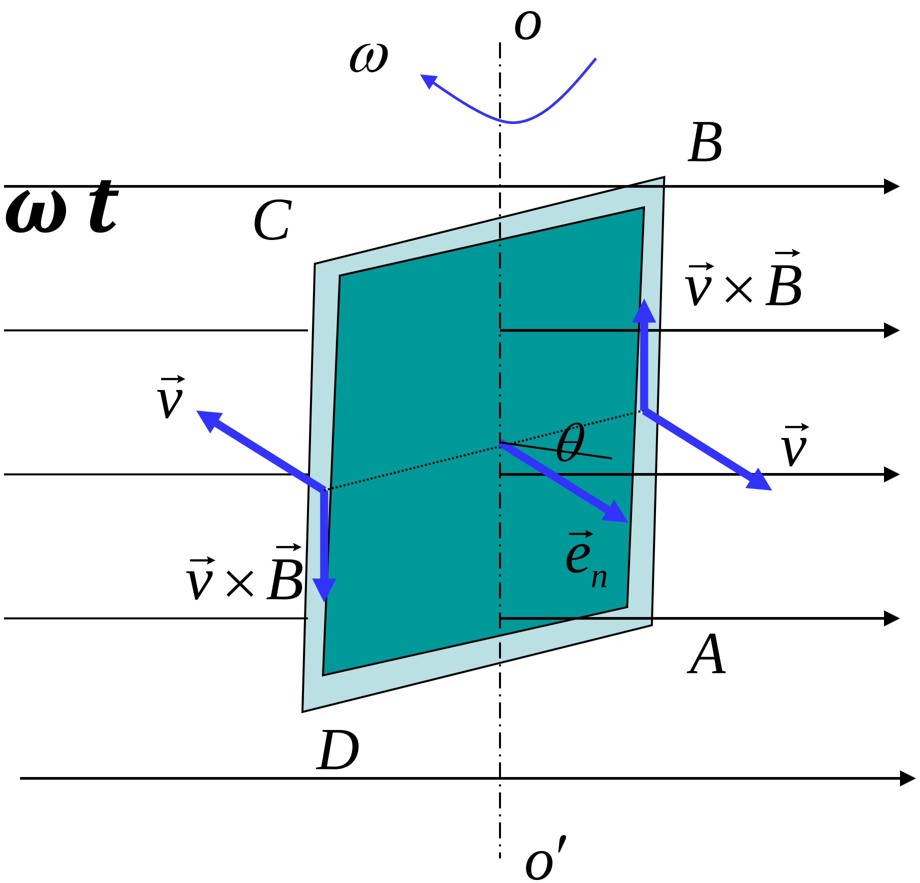
$$\Phi = BS\cos\theta \qquad \varepsilon_i = -N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = NBS\sin\theta\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$$

$$\because \theta = \omega t$$

$$\therefore \varepsilon_i = NBS\omega \sin \omega t$$

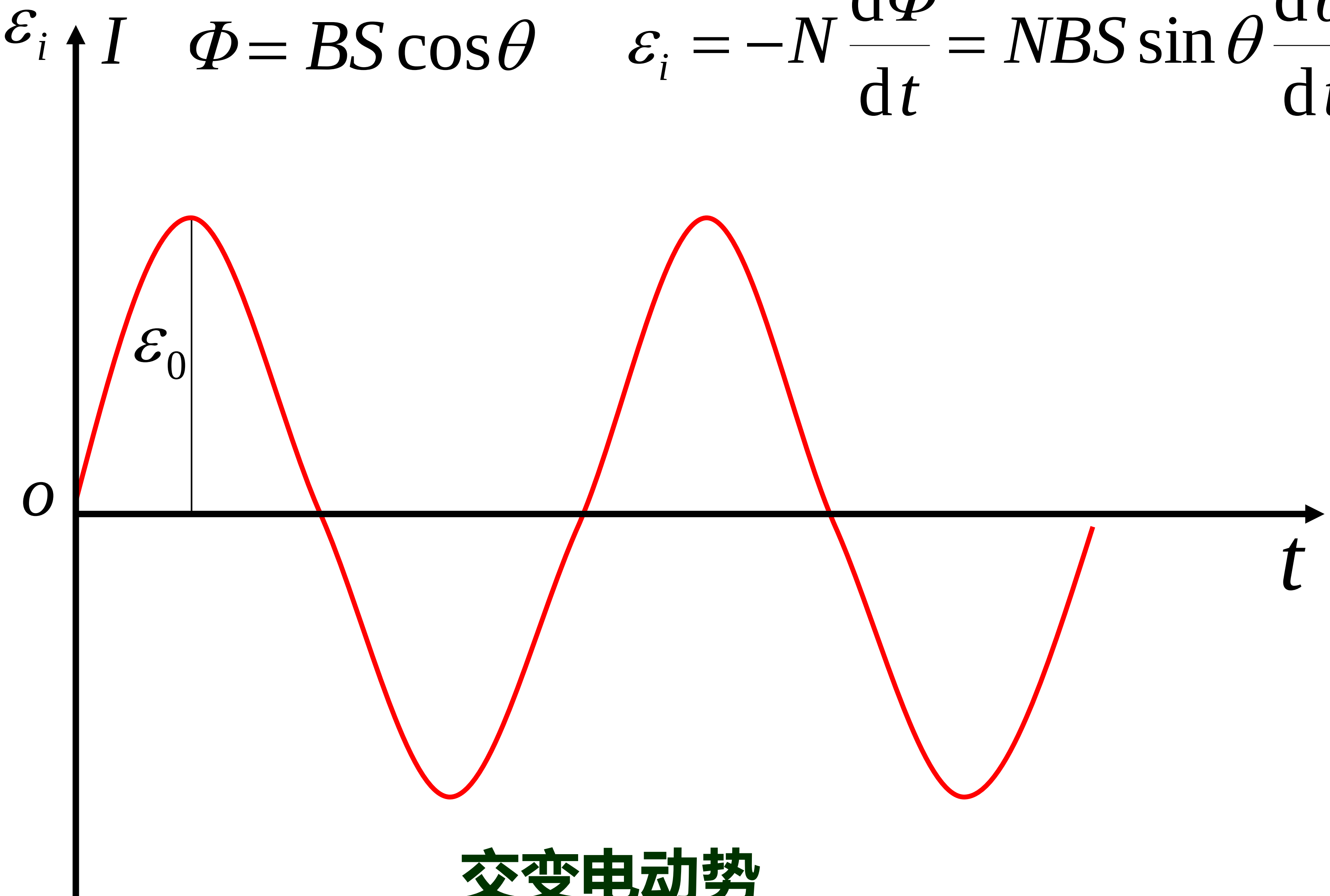
$$令 NBS\omega = \varepsilon_0$$

$$则 \varepsilon_i = \varepsilon_0 \sin \omega t$$



在匀强磁场内转动的线圈中所产生的电动势是随时间作周期性变化的，这种电动势称为交变电动势。在交变电动势的作用下，线圈中的电流也是交变的，称为交变电流或交流。

$$\Phi = BS\cos\theta \qquad \varepsilon_i = -N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = NBS\sin\theta\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$$



交变电动势

感生电动势　有旋电场

1. 感生电场

当导体回路不动，由于磁场变化引起磁通量改变而产生的感应电动势，叫做**感生电动势**。

麦克斯韦假设 变化的磁场在其周围空间激发一种电场,这个电场叫感生电场 。

闭合回路中的感生电动势

$$\varepsilon_{\mathrm{i}} = \oint_L \overrightarrow{E_i} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

$$\because \Phi = \iint_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

$$\Rightarrow \oint_L \overrightarrow{E_i} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \iint_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

由法拉第电磁感应定律：

$$\varepsilon_{\mathrm{i}}=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_S \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=-\int_S\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

$$\Rightarrow\quad \oint_L \vec{E}_{\mathrm{i}}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=-\iint_S\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

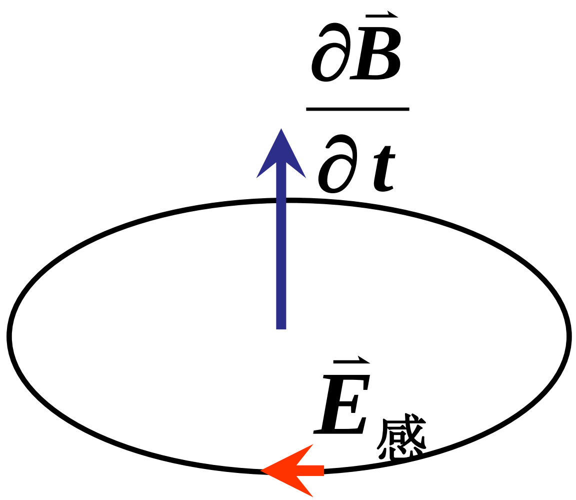
讨论

（1）变化的磁场能够在周围空间(包括无磁场区域)激发感应电场。

（2）感应电场的环流不等于零，表明感应电场为涡旋场，所以又称为“涡旋电场”。

$$\varepsilon_{\mathrm{i}} = \oint_L \vec{E}_{\mathrm{i}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

式中负号表示感应电场与磁场增量的方向成左手螺旋关系。



感应电场与静电场的比较

	静电场 $\vec{E}_{\mathrm{s}}$	感应电场 $\vec{E}_{\mathrm{i}}$
场源	静电荷	变化的磁场
环流	$\oint_l \vec{E}_{\mathrm{s}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$ 无旋场	$\oint_l \vec{E}_{\mathrm{i}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$ 有旋场
通量	$\oiint_S \vec{E}_{\mathrm{s}} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$ 有源场	$\oiint_S \vec{E}_{\mathrm{i}} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$ 无源场
场线	始于正电荷，止于负电荷	闭合曲线

感生电场和感生电动势的计算

1. 感生电场的计算

对具有对称性的磁场分布，磁场变化时产生的感应电场可由

$$\oint_L \vec{E}_{\mathrm{i}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

计算，方法类似于运用安培环路定理计算磁场，关键是选取适当的闭合回路L。

2. 感生电动势的计算

（1）导体为闭合回路 $\varepsilon_{\mathrm{i}}=-N\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$

（2）非闭合回路

a. $\vec{E}_i$ 已知

$$\varepsilon_{\mathrm{i}}=\int_a^c \vec{E}_{\mathrm{i}}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

b. $\vec{E}_{\mathrm{i}}$ 未知，设法构成回路

$$\varepsilon_{\mathrm{i}}=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

若既有动生电动势，又有感生电动势

$$\varepsilon_{\mathrm{i}}=\int_a^b(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}+\int_a^b\vec{E}_{\mathrm{i}}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

或

$$\varepsilon_{\mathrm{i}}=-N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

例9-4 半径为*R* 的无限长螺线管内部的磁场B随时间作线性变化（d*B*/d*t* =常量）。 求管内外的感生电场。

解： 根据对称性取顺时针方向同心圆为回路

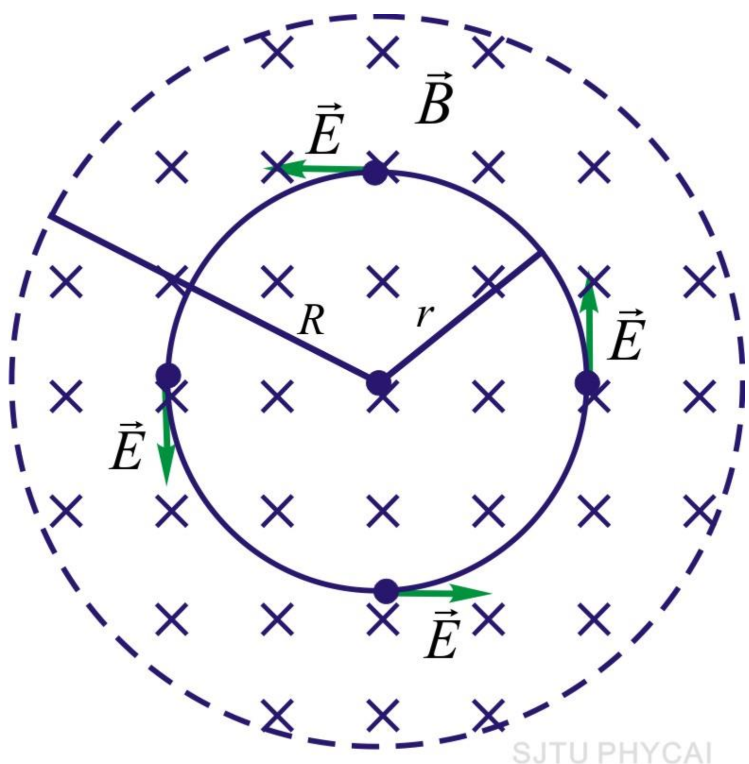
$r < R$ 时：

$$\Phi = BS = B\pi r^2$$

$$\varepsilon_{\mathrm{i}} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = \oint_L \vec{E}_{\mathrm{i}} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$-\left(\pi r^2\right)\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} = E_{\mathrm{i}} \cdot 2\pi r$$

$$\Rightarrow \quad E_{\mathrm{i}} = -\frac{r}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$



负号表示感生电场为逆时针方向（$\frac{dB}{dt} > 0$）（如图）

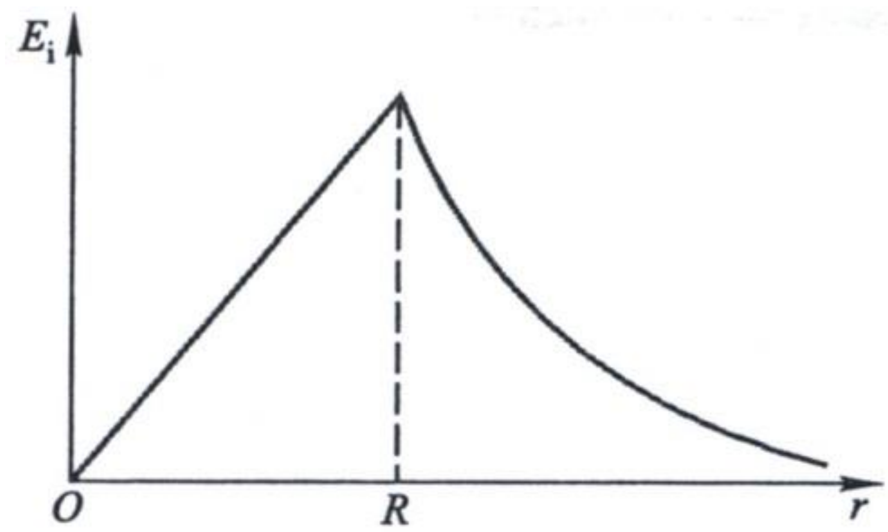
$r \geq R$ 时：

$$\Phi = B \cdot \pi R^2$$

$$\varepsilon_{\mathrm{i}} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = \oint_L \vec{E}_{\mathrm{i}} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

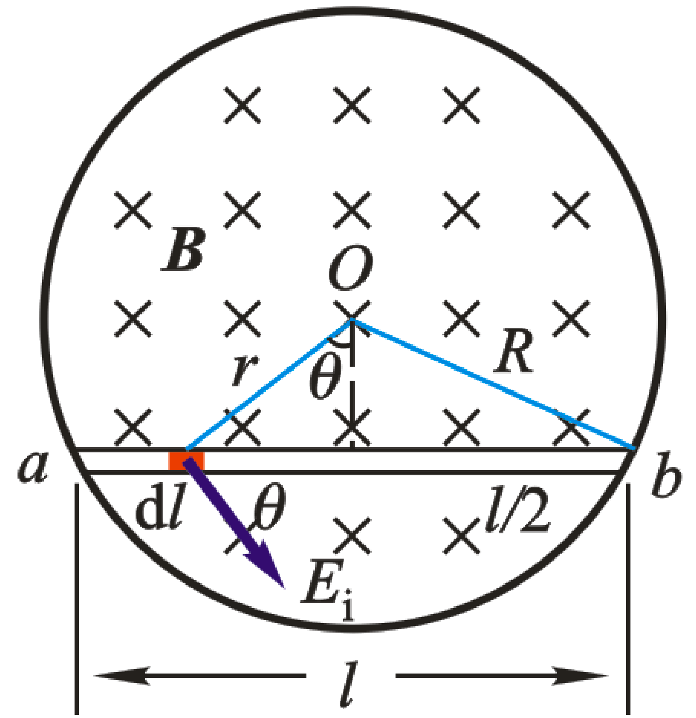
$$-\pi R^2 \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} = E_{\mathrm{i}} 2\pi r$$

$$\Longrightarrow \quad E_{\mathrm{i}} = -\frac{R^2}{2r}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$



感应电场分布为 $$E_{\mathrm{i}} = \begin{cases} -\dfrac{r}{2}\dfrac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} & r < R \\ -\dfrac{R^2}{2r}\dfrac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} & r \geq R \end{cases}$$

例9-5 半径为R 的圆柱形体积内充满磁感应强度$B(t)$的均匀磁场，有一长为 L 的金属棒放在其中，设 $\mathrm{d}B/\mathrm{d}t$ 已知，求棒两端的感生电动势。



解： 利用前面的结果

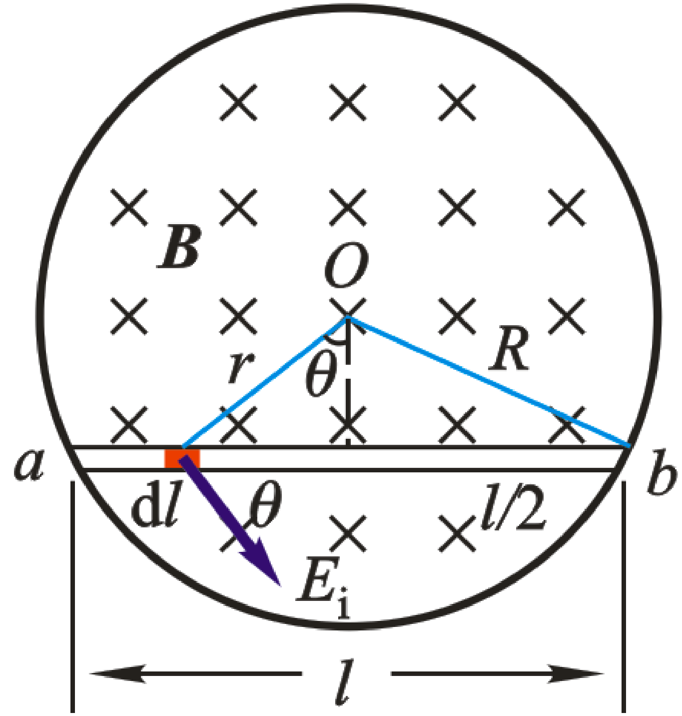
$$E_\mathrm{i} = -\frac{r}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$

金属棒两端的感生电动势

$$\varepsilon_{ab} = \int_a^b \vec{E}_\mathrm{i} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_a^b E_\mathrm{i} \cos\theta \, \mathrm{d}l$$

代入

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{R^2-(L/2)^2}}{r}$$



解得

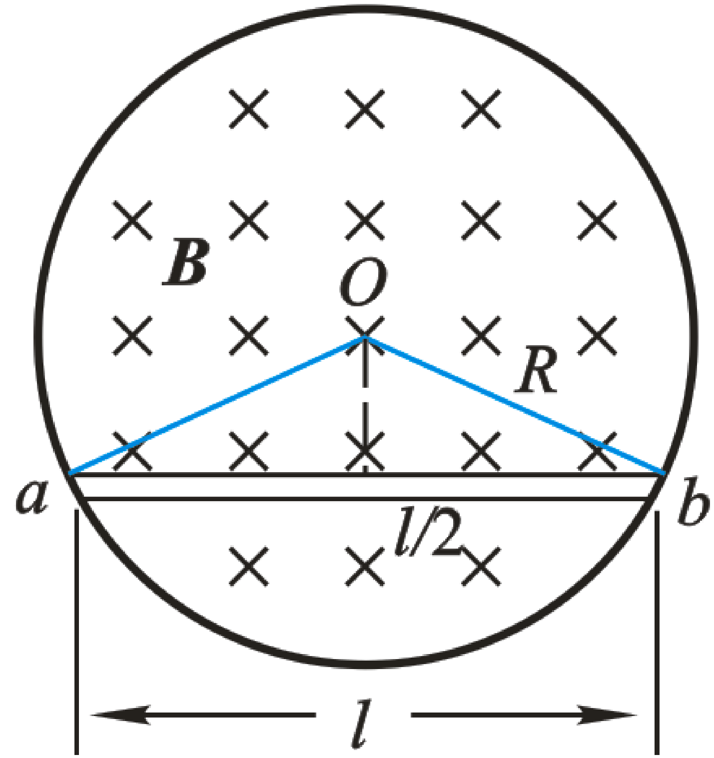
$$\varepsilon_{ab} = \int_a^b \frac{1}{2} r \frac{dB}{dt} \frac{\sqrt{R^2-L^2/4}}{r} dl$$

$$= \frac{L}{2}\sqrt{R^2-\left(\frac{L}{2}\right)^2}\frac{dB}{dt}$$

方向： $a \rightarrow b$

另解：

作辅助线，构成一个闭合回路aob



$$\Phi = B \cdot \frac{L}{2}\sqrt{R^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2}$$

$$\varepsilon_{\mathrm{i}} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{L}{2}\sqrt{R^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$

方向Oab

$$\varepsilon_{Oab} = \oint_L \vec{E}_{\mathrm{i}} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$\varepsilon_{ab} = \frac{L}{2}\sqrt{R^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$

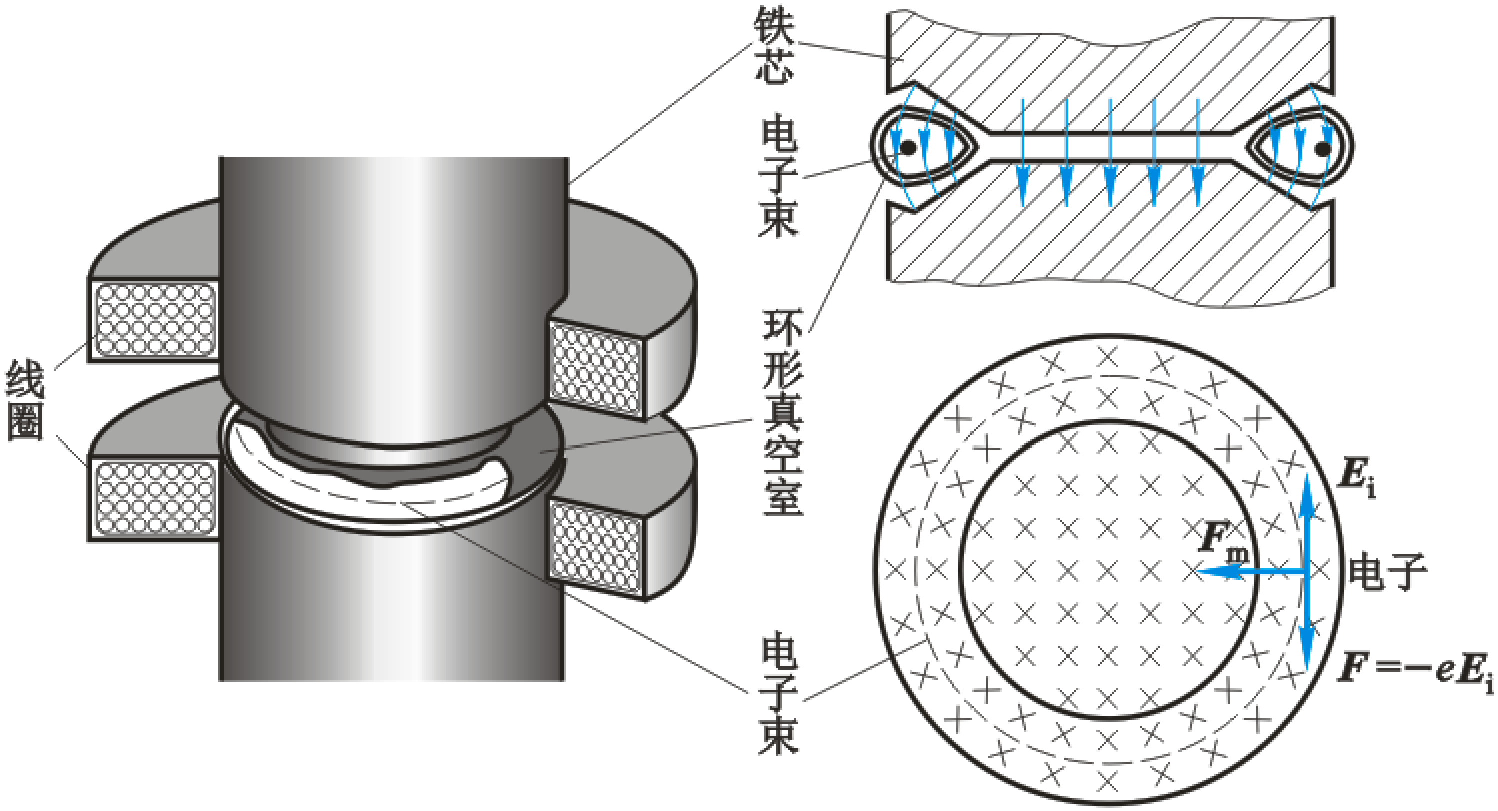
$\because \quad \varepsilon_{Oa} = 0,\ \varepsilon_{bO} = 0$

方向：$a \rightarrow b$

返回 退出

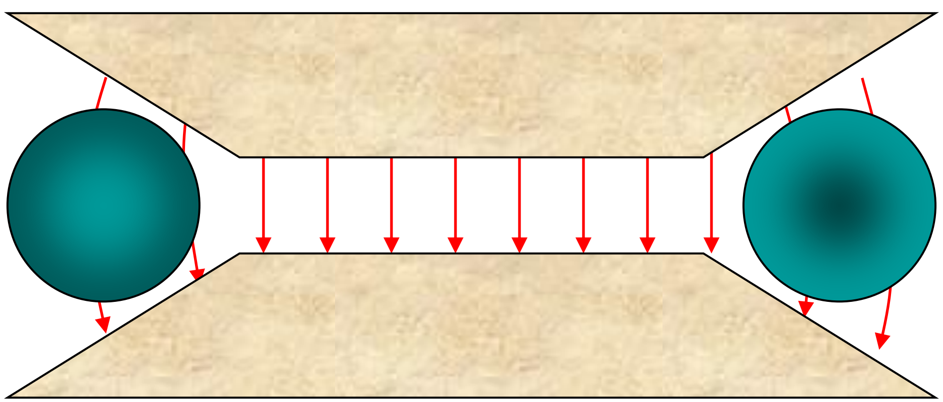
*二、电子感应加速器

电子感应加速器是利用感应电场来加速电子的一种设备。

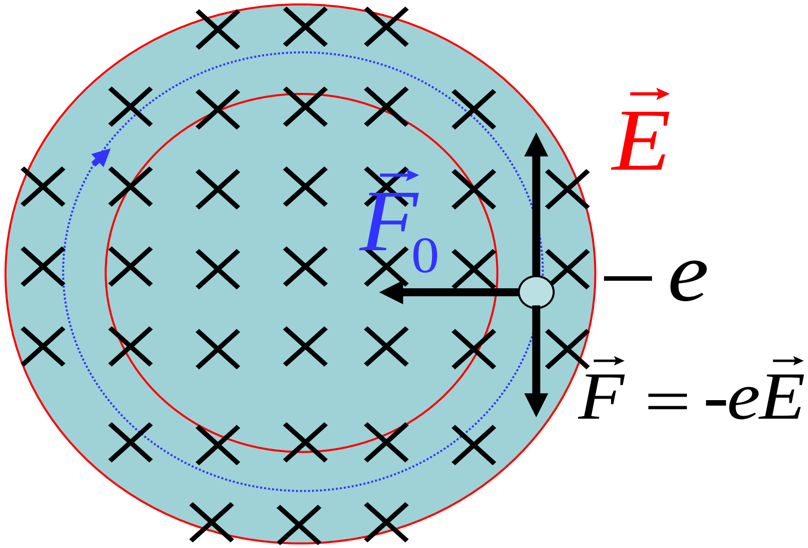


(a) 结构示意图　　(b) 磁极及真空室中电子的轨道

它的柱形电磁铁在两极间产生磁场。在磁场中安置一个环形真空管道作为电子运行的轨道。当磁场发生变化时，就会沿管道方向产生感应电场。射入其中的电子就受到这感应电场的持续作用而被不断加速。



为了使电子在环形真空室中按一定的轨道运动，电磁铁在真空室处的磁场的B 值必须满足



$$R=\frac{mv}{eB}=常量$$

将R式两边对 t 进行微分

$$\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}=\frac{1}{eR}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(mv)$$

$$-eE_i=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(mv)$$

$$\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}=-\frac{E_i}{R}$$

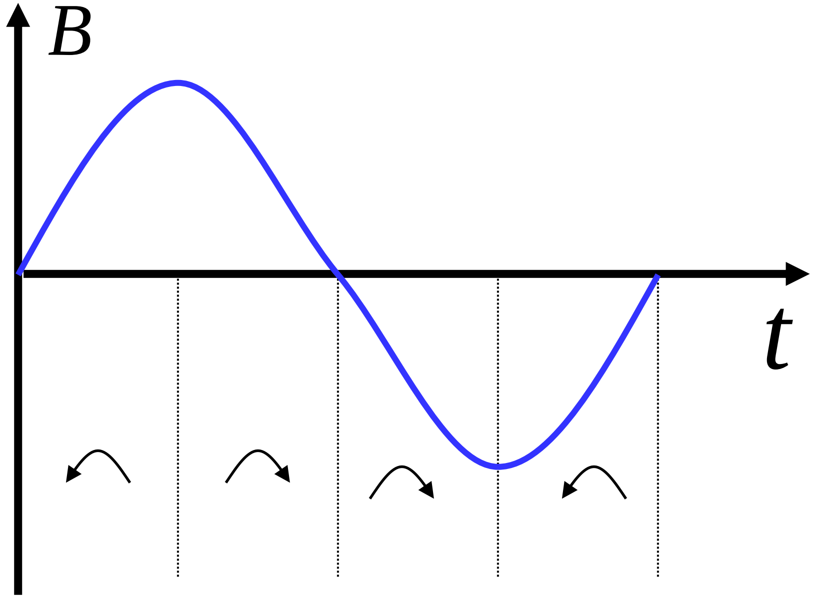
$$E_i=-\frac{1}{2\pi R^2}\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

$$\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}=\frac{1}{2\pi R^2}\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

$$\Phi = \pi R^2 \overline{B} \Rightarrow \frac{dB}{dt} = \frac{1}{2}\frac{d\overline{B}}{dt}$$

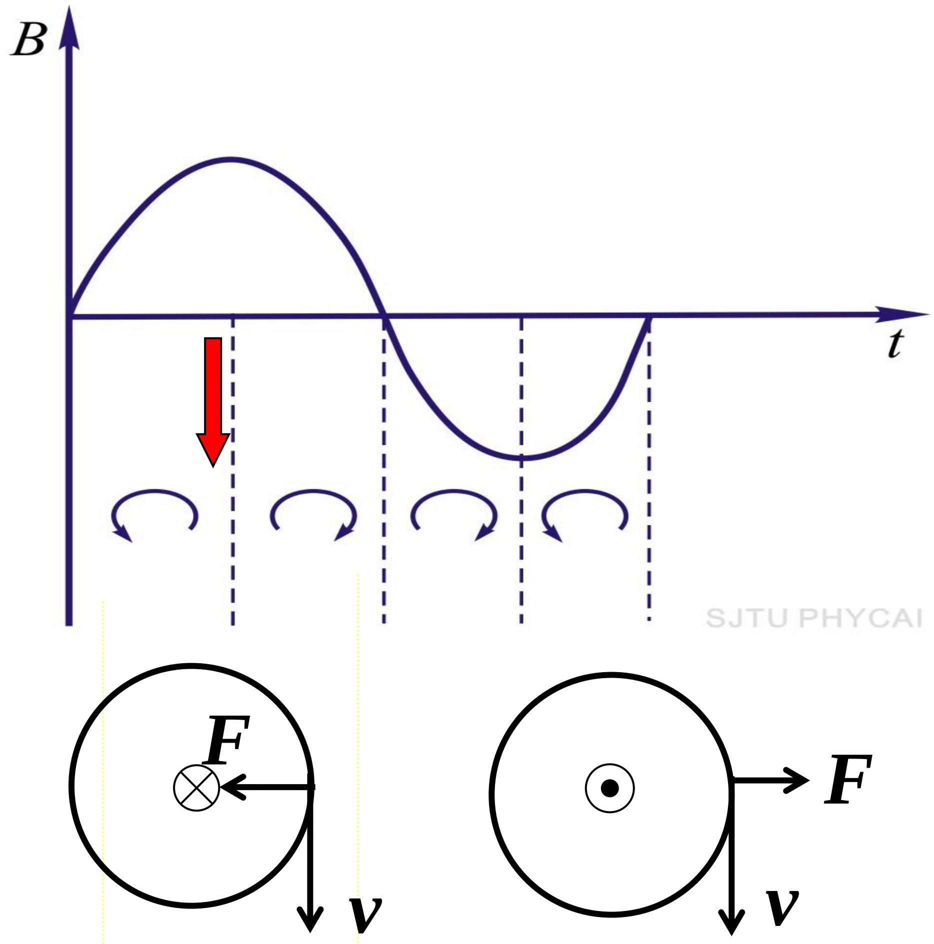
$$B = \frac{1}{2}\overline{B}$$

这是使电子维持在恒定的圆形轨道上加速时磁场必须满足的条件。



一个周期内感生电场的方向

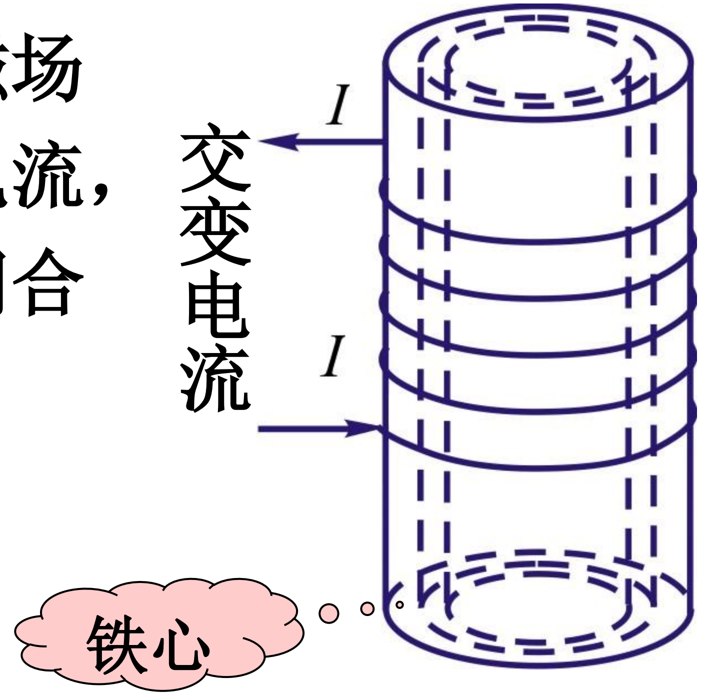
一个周期内感生电场的方向



只有在磁场变化的第一个1/4周期，电子才被加速而沿圆形轨道运动

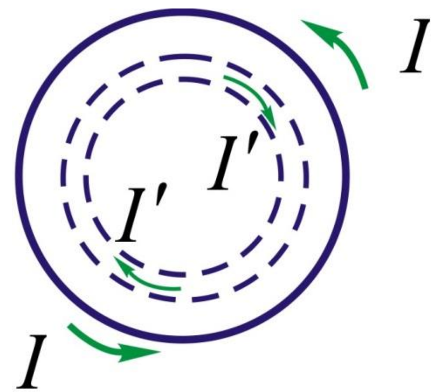
*三、涡电流

当大块导体放在变化的磁场中，在导体内部会产生感应电流，由于这种电流在导体内自成闭合回路故称为**涡电流**。



$$I' \propto \varepsilon' \propto \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \propto \frac{\partial B}{\partial t} \propto \omega$$

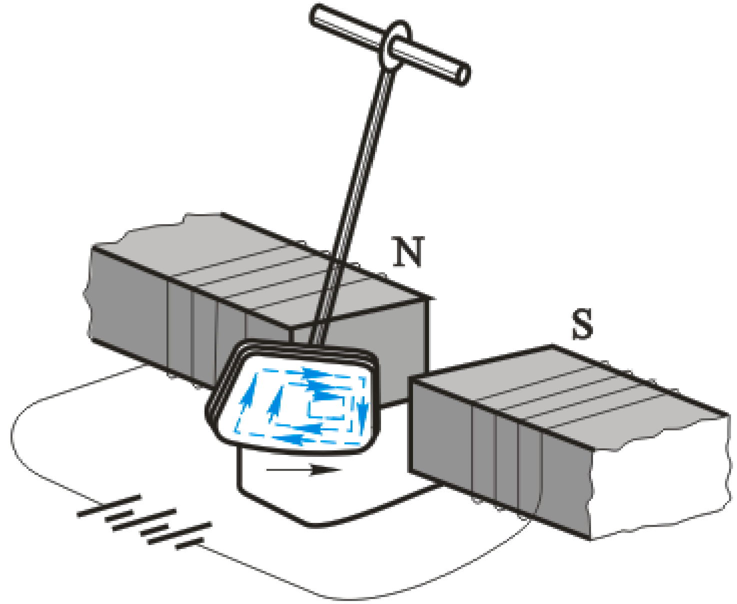
$$P' \propto \omega^2$$



涡电流I'

感应加热：冶炼金属，电磁炉

利用涡电流电磁阻尼摆



减小涡流损耗