# 合 肥 工 业 大 学试 卷（A） 共 1 页第 1 页

**2018～2019 学年第 一 学期 课程代码 1400071B 课程名称 线性代数 学分 2.5 课程性质：必修☑、选修☐、限修☐ 考试形式:开卷☐、闭卷☑**

专业班级（教学班）______________ 考试日期 2018.11.21 命题教师 集体 系（所或教研室）主任审批签名______________

一、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

1. 设3阶行列式$D$的第一行元素为$1,2,3$，且对应的余子式为$3,-3,1$，则$D=$__________.

2. 设$A=\begin{pmatrix}1&2\\1&1\end{pmatrix}$，且$B=A^2-2A+E$，则$B^n=$__________.

3. 设向量$\beta=\begin{pmatrix}0\\3\\a\end{pmatrix}$可由向量组$\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}-1\\2\\3\end{pmatrix}$线性表示，则$a=$__________.

4. 设$\eta_1,\eta_2$为非齐次线性方程组$A\vec{x}=\beta$的两个特解，$a,b$为实数，若$a\eta_1-b\eta_2$为对应齐次线性方程组$A\vec{x}=\vec{0}$的解，而$a\eta_1+b\eta_2$仍为非齐次方程组$A\vec{x}=\beta$的解，则$2a+4b=$__________.

5. 设二次型$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+2x_2^2+x_3^2+2x_1x_2+2tx_1x_3$为正定二次型，则参数$t$的取值范围为__________.

二、选择题（每小题 4 分，共 20 分）

1. 设$A,B$为$n$阶可逆矩阵，则下列等式中正确的是（ ）.

A. $A^TB^T=(AB)^T$ B. $A^{-1}B^{-1}=(AB)^{-1}$ C. $A^*B^*=(AB)^*$ D. $|A|\cdot|B|=|AB|$

2. 设$A,B$为3阶非零矩阵，满足$AB=O$，且$R(B)=2$，则$R(A)=$（ ）.

A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

3. 设$A$为$3\times4$的矩阵，且$r(A)=3$，则$A$的（ ）.

A. 行向量组线性相关，列向量组线性无关

B. 行向量组线性无关，列向量组线性相关

C. 行、列向量组均线性相关

D. 行、列向量组均线性无关.

4. $A$为3阶方阵，将$A$的第一行和第二行对换得到$B$，再将$B$的第二列加到第一列得到$C$，令$P=\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}$，$Q=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$则$A,C$的关系为（ ）.

A. $QAP=C$ B. $QPA=C$ C. $PAQ=C$ D. $APQ=C$

5. 设$\lambda=2$是矩阵$A$的特征值，$|A|=4$，则矩阵$A^*+A^2-3E$有特征值（ ）.

A. 3 B. $-3$ C. $\frac{3}{2}$ D. $-\frac{3}{2}$

三、（本题满分 10 分）已知矩阵$A=\begin{pmatrix}1&0\\0&2\end{pmatrix}$和$B=\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}$，若矩阵$X$和$Y$满足：$A(X+Y)B=2E$，$X^2+XY=E$，求矩阵$X$和$Y$.

四、（本题满分 10 分）向量组$\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\1\\2\\-1\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}1\\2\\-1\\1\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}2\\3\\-5\\4\end{pmatrix},\alpha_4=\begin{pmatrix}1\\-1\\\lambda\\-1\end{pmatrix}$，当参数$\lambda$为何值时线性相关，相关时求其最大线性无关组，并将其余向量用该最大线性无关组线性表示.

五、（本题满分 12 分）设线性方程组$\begin{cases}(2-\lambda)x_1+2x_2-2x_3=1\\2x_1+(5-\lambda)x_2-4x_3=2\\2x_1+4x_2+(\lambda-5)x_3=\lambda+1\end{cases}$，

（Ⅰ）求系数行列式$|A|$；

（Ⅱ）问常数$\lambda$分别为何值时，线性方程组有惟一解、无解及无穷多解？并在无穷多解时求其通解.

六、（本题满分 10 分）设$A$为3阶实对称矩阵，其特征值为$\lambda_1=-1,\lambda_2=\lambda_3=1$，且$\lambda_1=-1$对应的特征向量为$\alpha_1=(0,1,1)^T$，求$A$的所有特征值和其对应的特征向量，并求$A$.

七、（本题满分 12 分）设有二次型$f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2+2x_2^2+6x_3^2+10x_1x_2$，求正交变换$\vec{x}=Q\vec{y}$，使二次型化为标准形.

八、（本题满分 6 分）设$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$是齐次线性方程组的基础解系，$\beta_1=\alpha_1+\alpha_2$，$\beta_2=\alpha_2+\alpha_3$，$\beta_3=\alpha_3+\alpha_1$，证明$\beta_1,\beta_2,\beta_3$可作为该方程组的基础解系.