

§ 12-5 薄膜干涉

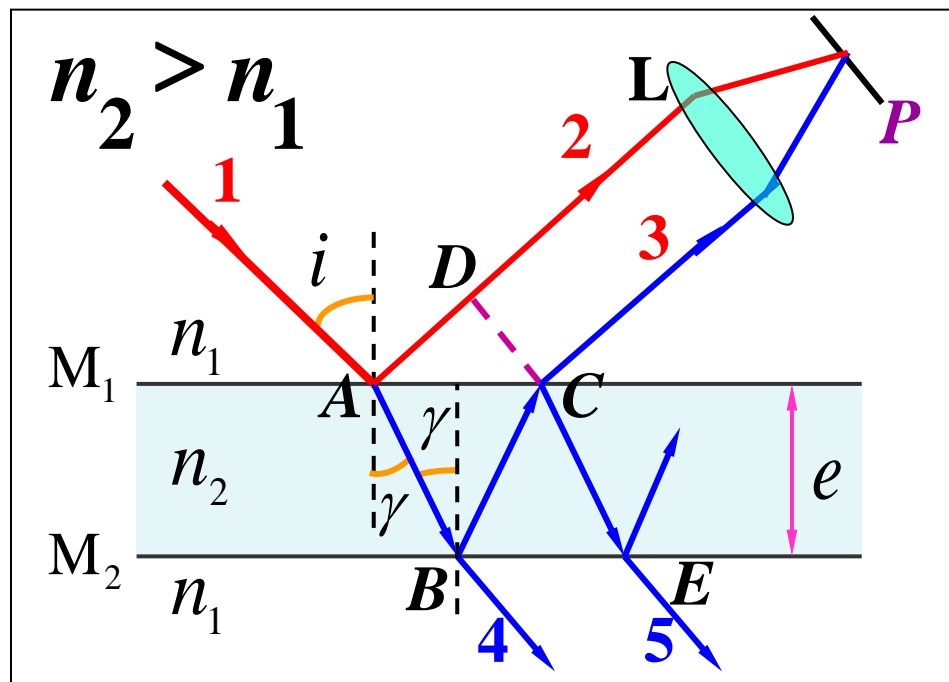
$$\Delta_{\text{反}} = 2e \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \lambda/2$$

薄膜干涉可分成等倾干涉和等厚干涉两类。

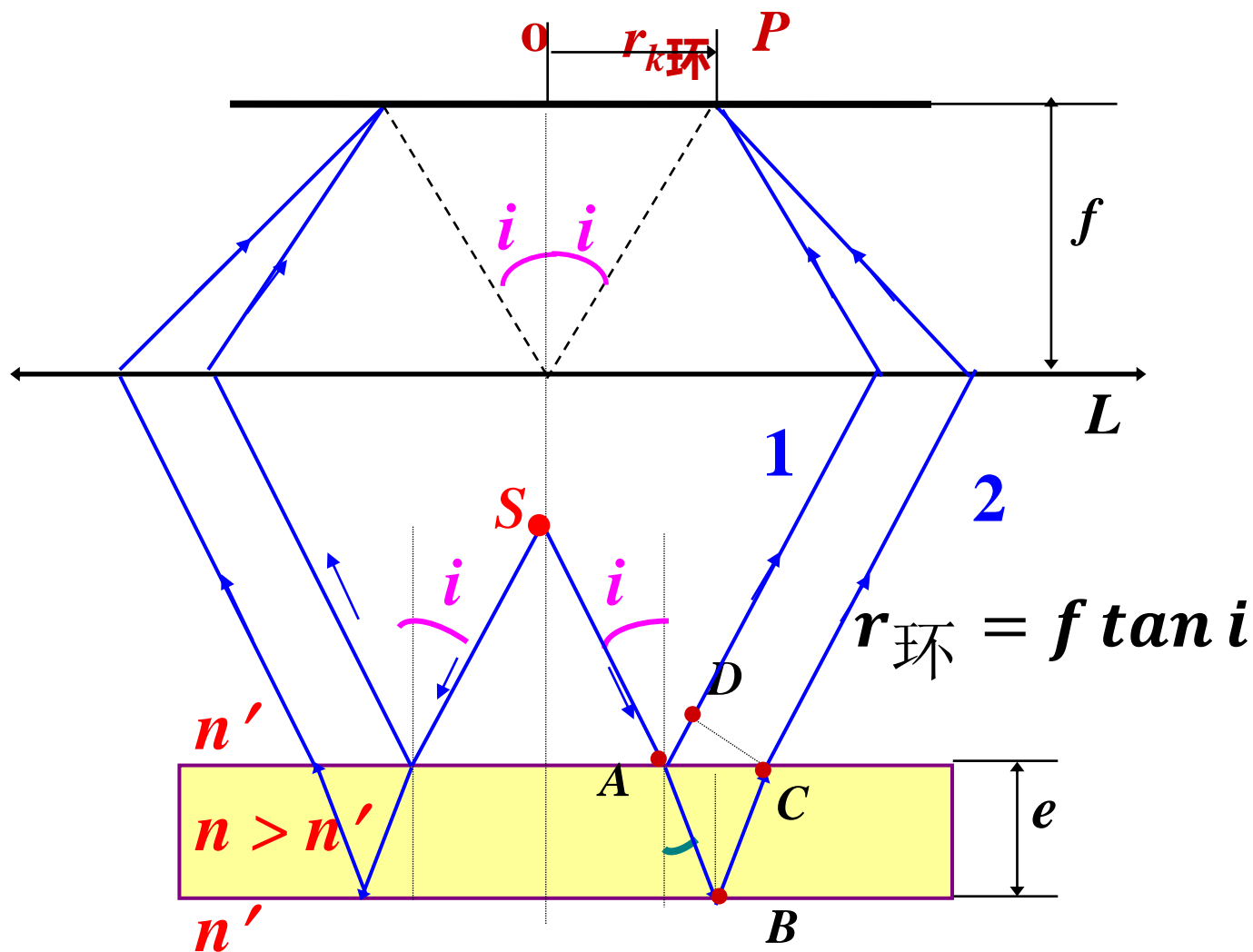
一 等倾干涉条纹

➤ 反射光的光程差 $\delta = 2e \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$

$$= \begin{cases} k\lambda & \text{加强} \\ (k=1,2,\dots) \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & \text{减弱} \\ (k=0,1,2,\dots) \end{cases}$$



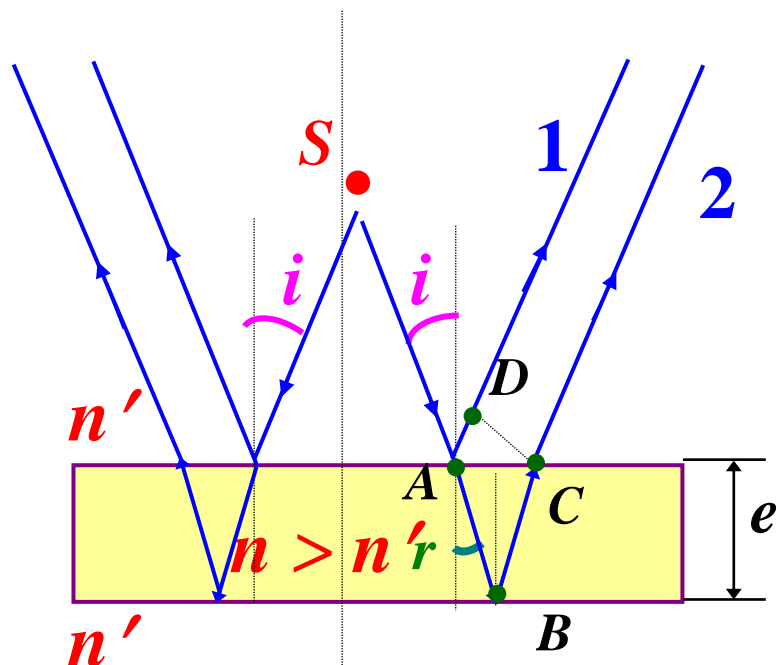
点光源照明时的干涉条纹分析



光束1、2的光程差为：

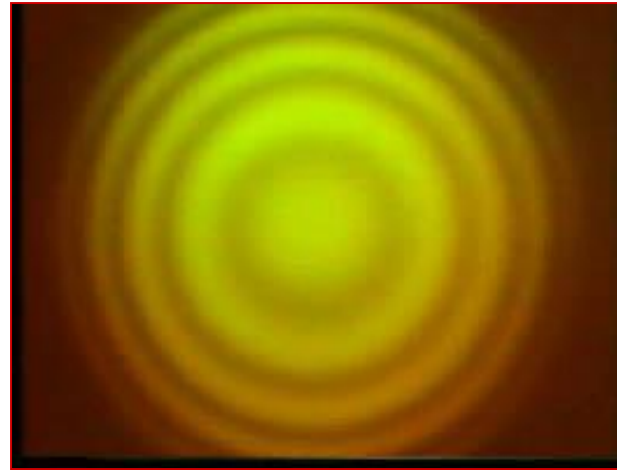
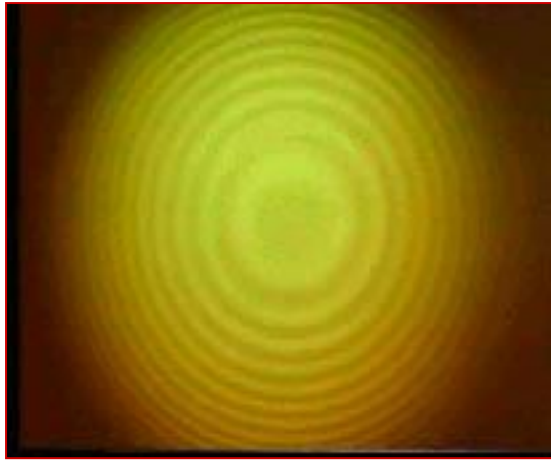
$$\delta = 2e\sqrt{n^2 - n'^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$$

$$= \delta(i) = \begin{cases} k\lambda & (k = 1, 2, \dots) \quad \text{加强} \quad \text{明纹} \\ (2k + 1)\frac{\lambda}{2} & (k = 0, 1, 2, \dots) \quad \text{减弱} \quad \text{暗纹} \end{cases}$$



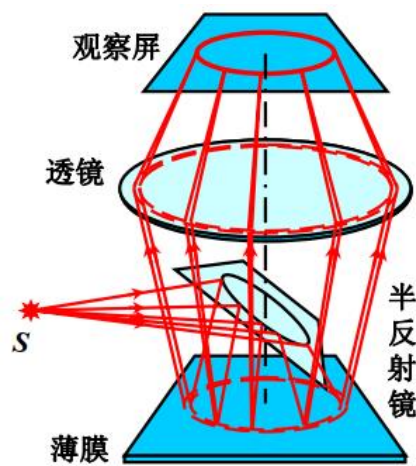
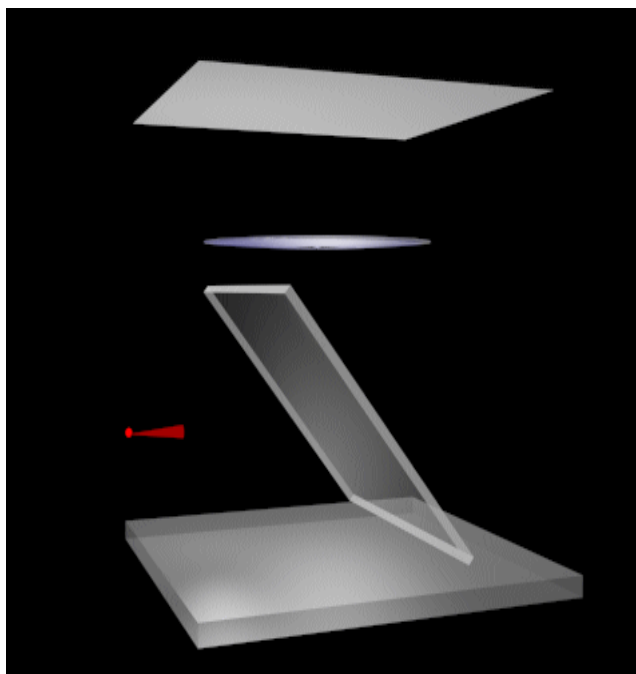
倾角 i 相同的光线对应同一条干涉条纹——等倾干涉条纹。

等倾干涉条纹特点: $\delta = 2e\sqrt{n^2 - n'^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$

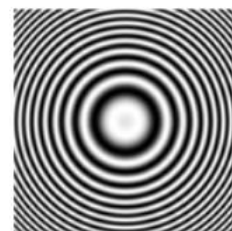


- 形状: 一系列同心圆环 $r_{\text{环}} = f \tan i$
- 条纹间隔分布: 内疏外密
- 条纹级次分布: e 一定时, $k \uparrow \rightarrow \delta \uparrow \rightarrow i \downarrow \rightarrow r_k \downarrow$
- 膜厚变化时, 条纹的移动: k 一定, $e \uparrow \rightarrow i \uparrow \rightarrow r_k \uparrow$
条纹由中央冒出
- 波长对条纹的影响: k, e 一定, $\lambda \uparrow \rightarrow i \downarrow \rightarrow r_k \downarrow$

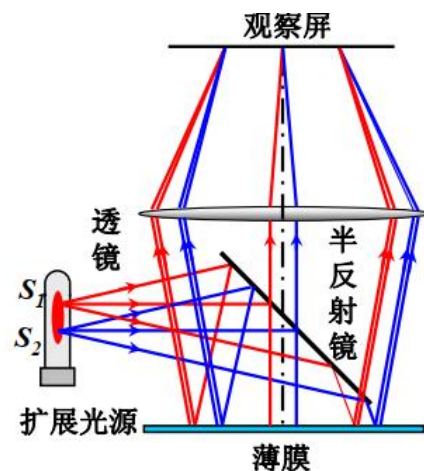
➤ 单色点（扩展）光源照明时的干涉条纹分析



(a) 单色点光源照明



(b) 等倾干涉图样



(c) 单色扩展光源照明

入射角度越大，条纹圆环半径越大

强度相加、干涉条纹明亮

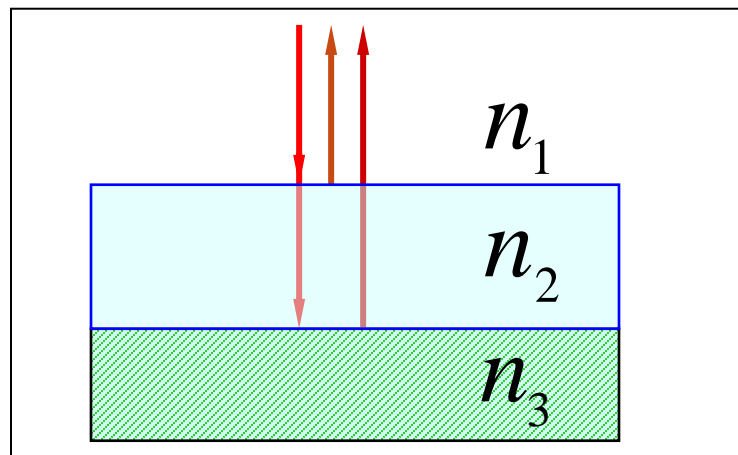
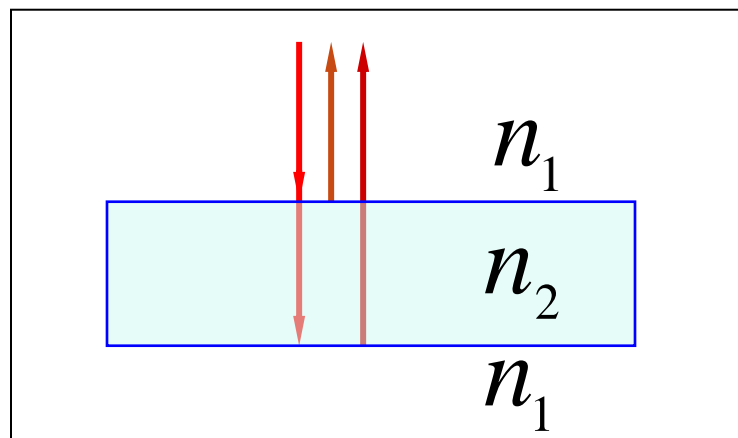
◆ 当光线垂直入射时 $i = 0^\circ$

当 $n_2 > n_1$ 时

$$\Delta_r = 2dn_2 + \frac{\lambda}{2}$$

当 $n_3 > n_2 > n_1$ 时

$$\Delta_r = 2dn_2$$



例 一油轮漏出的油(折射率 $n_1=1.20$)污染了某海域, 在海水($n_2=1.30$)表面形成一层薄薄的油污.

(1) 如果太阳正位于海域上空, 一直升飞机的驾驶员从机上向下观察, 他所正对的油层厚度为460nm, 则他将观察到油层呈什么颜色?

(2) 如果一潜水员潜入该区域水下, 又将看到油层呈什么颜色?

解 (1) $\Delta_r = 2dn_1 = k\lambda \quad \lambda = \frac{2n_1d}{k}, \quad k = 1, 2, \dots$

$$k = 1, \quad \lambda = 2n_1d = 1104\text{nm}$$

$$k = 2, \quad \lambda = n_1d = 552\text{nm} \quad \boxed{\text{绿色}}$$

$$k = 3, \quad \lambda = \frac{2}{3}n_1d = 368\text{nm}$$

(2) 透射光的光程差 $\Delta_t = 2dn_1 + \lambda/2$

$$k = 1, \quad \lambda = \frac{2n_1d}{1-1/2} = 2208\text{nm}$$

$$k = 2, \quad \lambda = \frac{2n_1d}{2-1/2} = 736\text{nm}$$

红光

$$k = 3, \quad \lambda = \frac{2n_1d}{3-1/2} = 441.6\text{nm}$$

紫光

$$k = 4, \quad \lambda = \frac{2n_1d}{4-1/2} = 315.4\text{nm}$$

紫红色

增透膜和高反射膜

利用薄膜干涉使反射光减小，可以提高光学器件的透光率，这样的薄膜——增透膜。



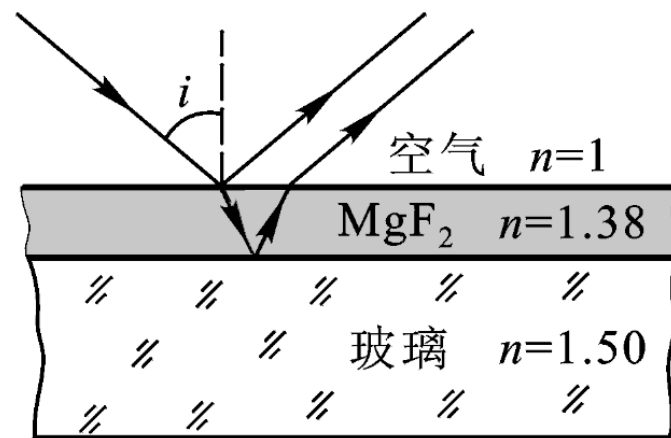
利用薄膜干涉使反射光减小，这样的薄膜称为增透膜。

以垂直入射考虑，上下表面反射都有相位突变 π

$$2nd = (k + \frac{1}{2})\lambda \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

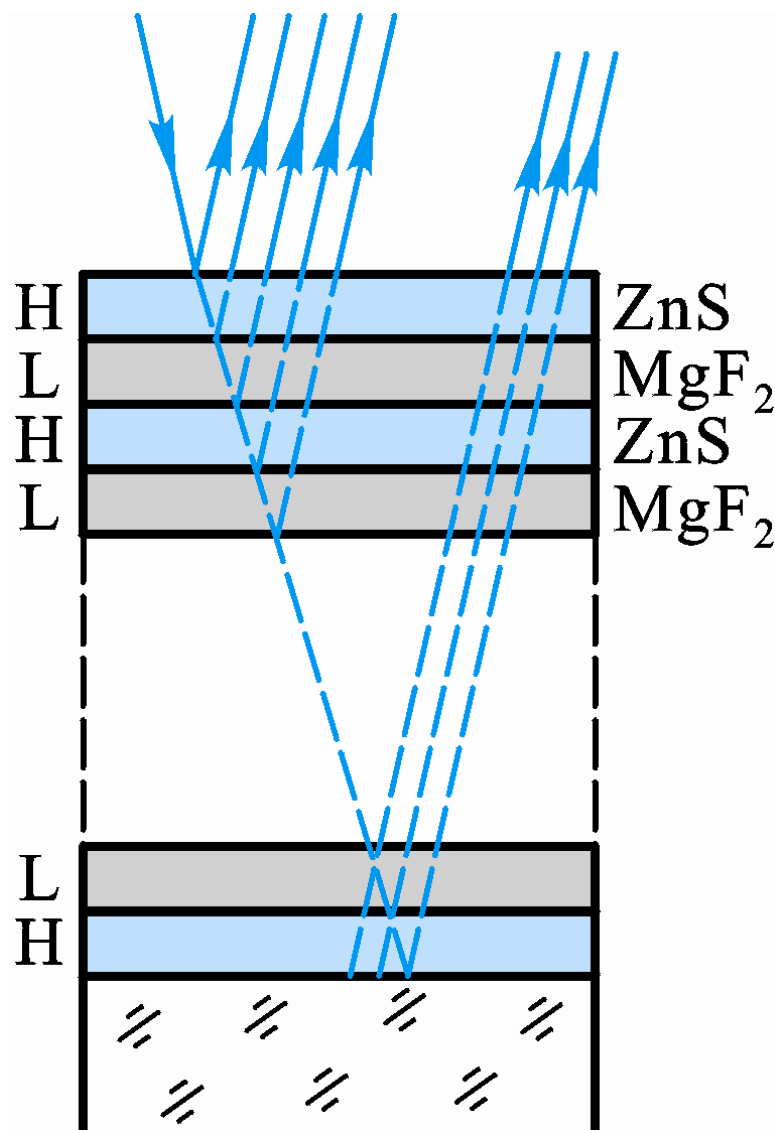
增透膜的最小厚度：

$$d = \frac{\lambda}{4n}$$



高反射膜(HLHLH...)

反射镜表面交替镀上光学厚度均为 $\lambda/4$ 的高折射率ZnS膜和低折射率的MgF₂膜，形成多层高反射膜。



例：在玻璃表面镀上一层 MgF_2 薄膜，使波长为 $\lambda = 5500 \text{ \AA}$ 的绿光全部通过。求：膜的厚度。

解 使反射绿光干涉相消

由反射光干涉相消条件

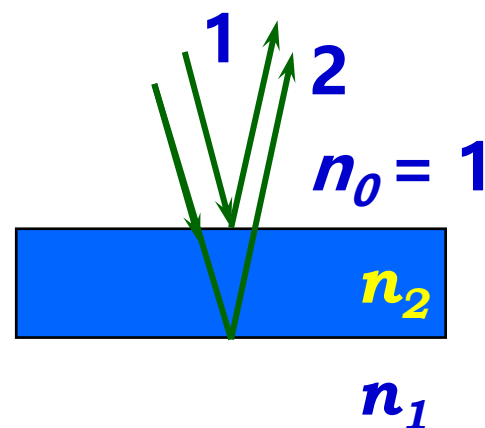
$$\delta = 2 n_2 e = (2k+1) \lambda/2$$

$$e = \frac{(2k+1)\lambda}{4n_2}$$

取 $k=0$

$$e = \frac{\lambda}{4n_2} = \frac{5500}{4 \times 1.38} = 996(\text{\AA})$$

	$n_0 = 1$
MgF_2	$n_2 = 1.38$
玻璃	$n_1 = 1.50$



薄膜干涉—等厚条纹

二 等厚干涉条纹

当一束平行光入射到厚度不均匀的透明介质薄膜上，两反射光线的光程差：

$$\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \delta'$$

当*i*保持不变时，光程差仅与膜的厚度有关，厚度相同的地方光程差相同，从而对应同一条干涉条纹---等厚干涉条纹。

实际应用中，通常使光线 垂直入射膜面，
即，光程差公式简化为：

$$\delta = 2n_2e + \delta' \quad (i = \gamma = 0)$$

$$\delta = 2n_2e + \delta' = \begin{cases} k\lambda & k = 1, 2, 3 \\ (2k + 1)\frac{\lambda}{2} & k = 0, 1, 2 \end{cases}$$

明纹
暗纹

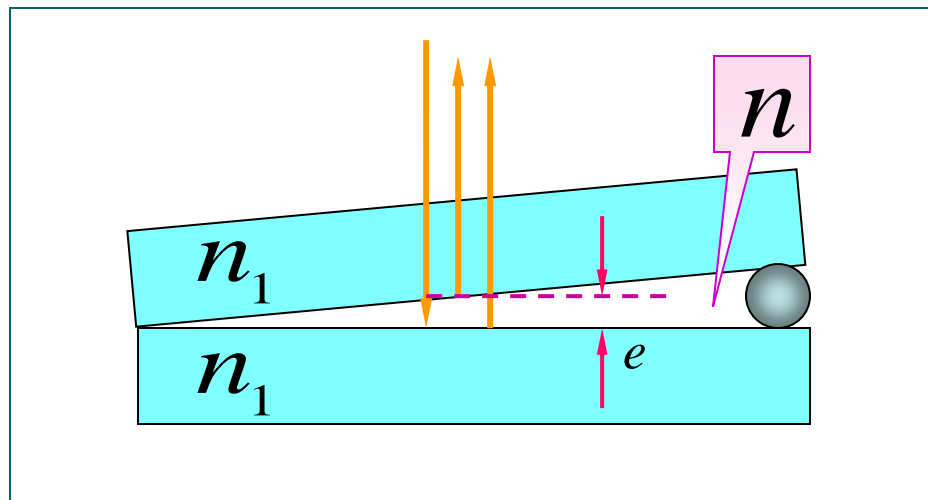
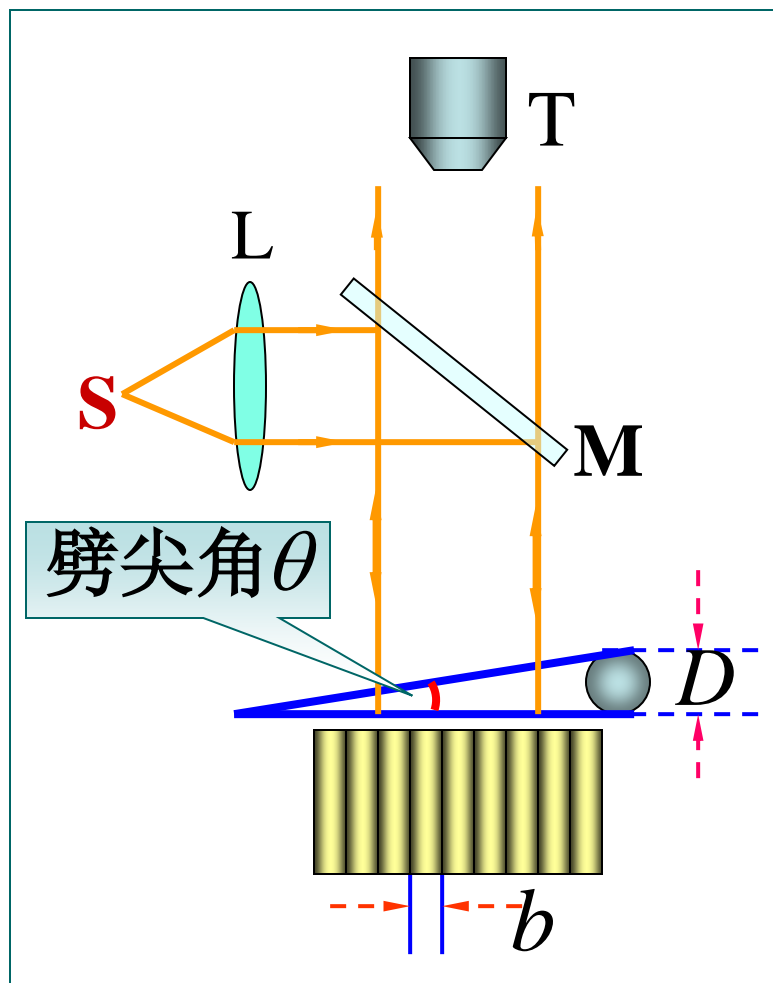
δ' ：为因为半波损失而生产的附加光程差。

$$\delta' = \begin{cases} 0 \\ \frac{\lambda}{2} \end{cases}$$

薄膜上、下表面反射光都存在
或都不存在半波损失

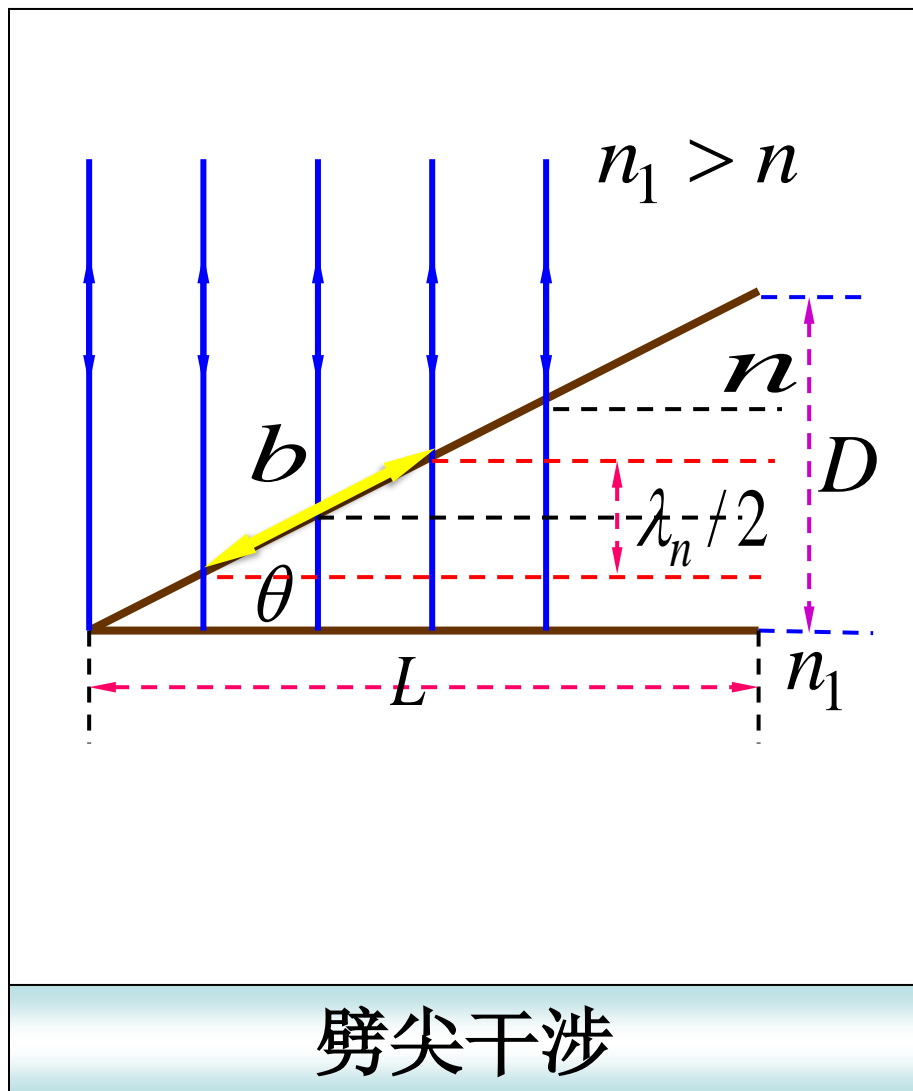
反射光之一存在半波损失

一 劈尖



$$\Delta = 2ne + \frac{\lambda}{2} \quad \leftarrow \because n < n_1$$

$$\Delta = \begin{cases} k\lambda, & k = 1, 2, \dots \quad \text{明纹} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2}, & k = 0, 1, \dots \quad \text{暗纹} \end{cases}$$



讨论

1) 劈尖 $e = 0$

$\Delta = \frac{\lambda}{2}$ 为暗纹.

$$e = \begin{cases} (k - \frac{1}{2}) \frac{\lambda}{2n} & \text{(明纹)} \\ k\lambda/2n & \text{(暗纹)} \end{cases}$$

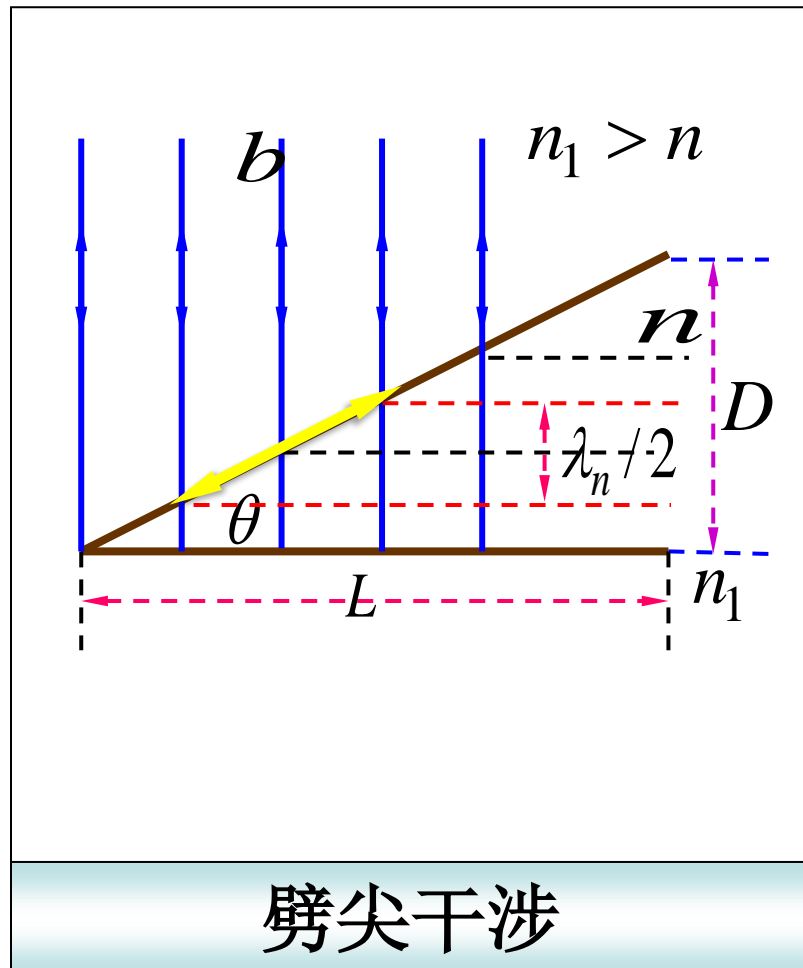
2) 相邻明纹（暗纹）间的厚度差

$$e_{k+1} - e_k = \frac{\lambda}{2n}$$

3) 条纹间距（明纹或暗纹）

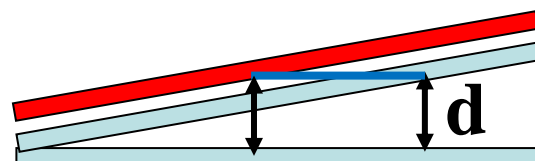
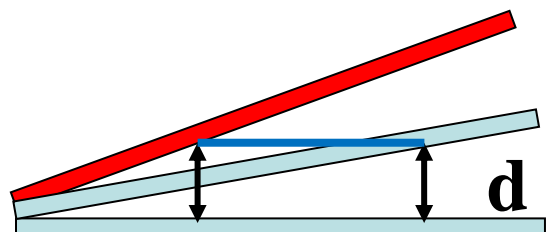
$$b \sin \theta = \frac{\lambda}{2n}$$

$$b = \frac{\lambda}{2n \sin \theta}$$



4) 干涉条纹的移动

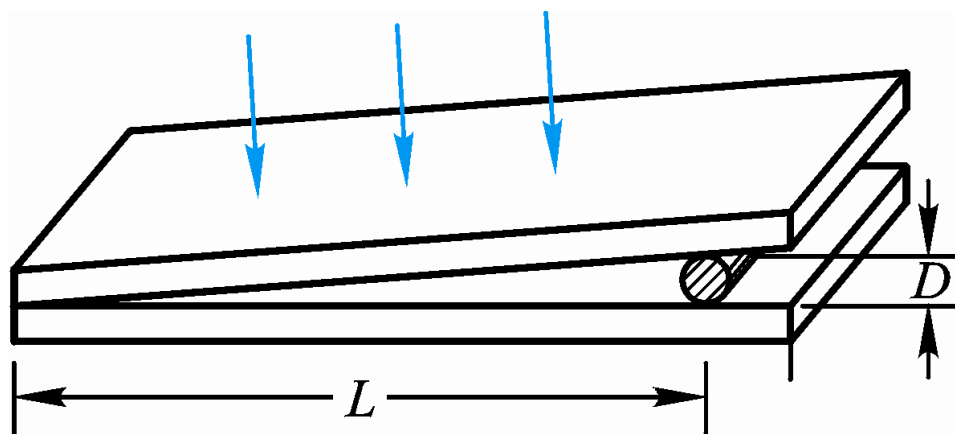
$$b = \frac{\lambda}{2n \sin \theta}$$



θ 增大, 间距变小, 条纹向劈尖棱边移动

向上移动上玻璃片, 条纹间距不变, 条纹向棱边移动

例12-9 为了测量金属细丝的直径，把金属丝夹在两块平玻璃之间，形成劈尖，如图所示，如用单色光垂直照射，就得到等厚干涉条纹。测出干涉条纹的间距，就可以算出金属丝的直径。某次的测量结果为：单色光的波长 $\lambda = 589.3 \text{ nm}$ 金属丝与劈间顶点间的距离 $L = 28.880 \text{ mm}$ ，30条明纹间得距离为 4.295 mm ，求金属丝的直径 D ？



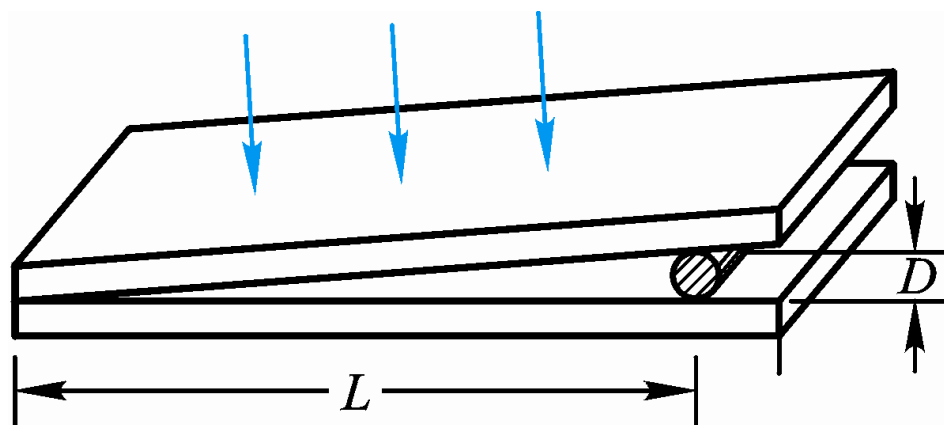
解： 相邻两条明纹间的间距

$$d = \frac{4.295}{29} \text{ mm}$$

$$d \sin \theta = \frac{\lambda}{2} \quad \sin \theta \approx \frac{D}{L}$$

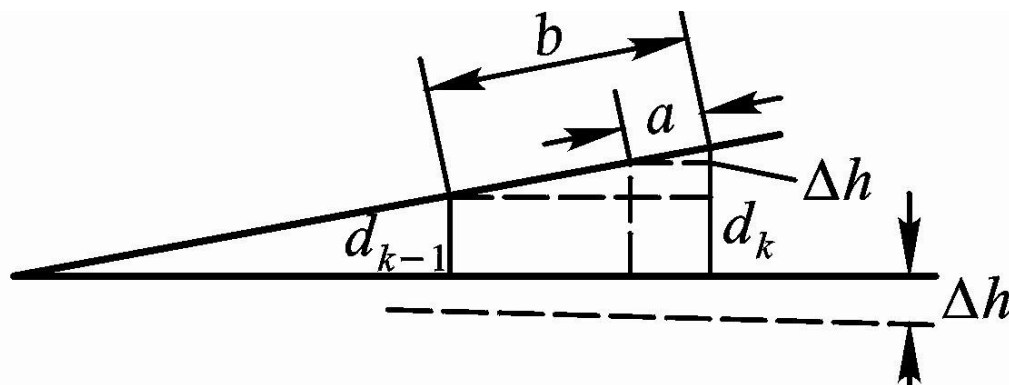
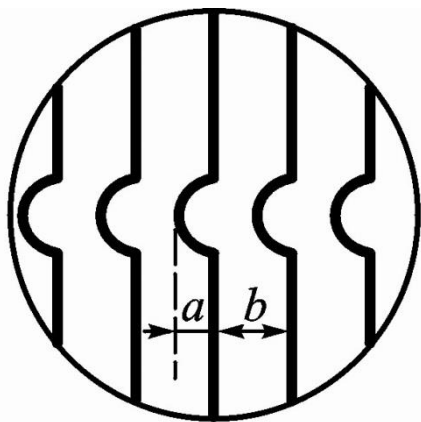
$$\Rightarrow D = \frac{L \lambda}{d 2}$$

$$D = 0.05746 \text{ mm}$$



例12-10 利用空气劈尖的等厚干涉条纹可以检测工件表面存在的极小的加工纹路，在经过精密加工的工件表面上放一光学平面玻璃，使其间形成空气劈形膜，用单色光照射玻璃表面，并在显微镜下观察到干涉条纹，如图所示。试根据干涉条纹的弯曲方向，判断工件表面是凹的还是凸的；并证明凹凸深度可用下式求得

$$\Delta h = \frac{a}{b} \frac{\lambda}{2}$$

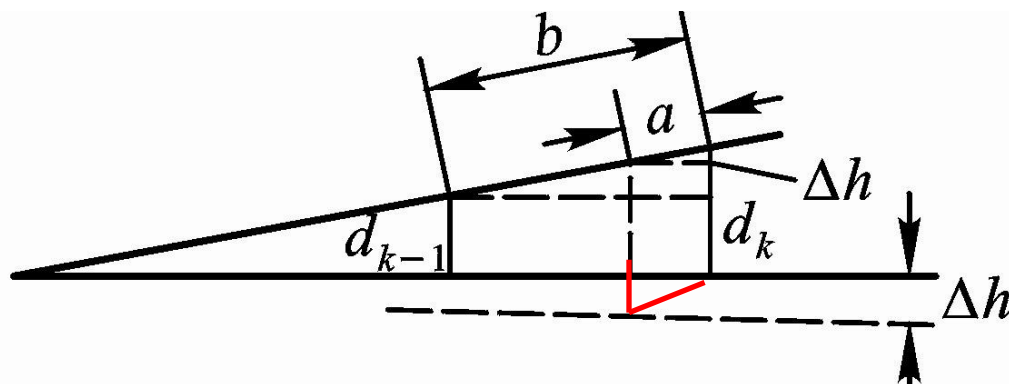
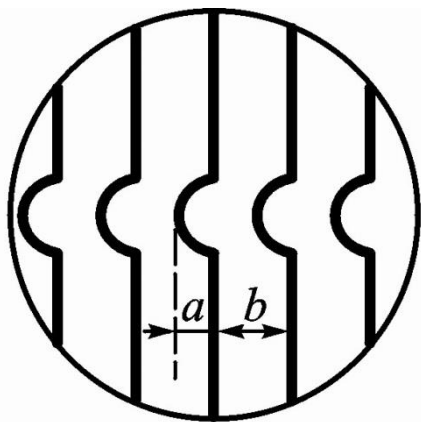
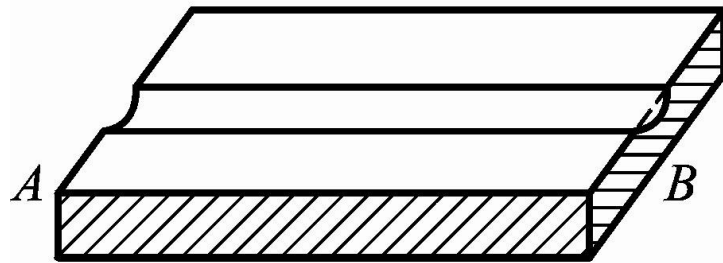


解： 观察到的干涉条纹弯向空气膜的左端，
可判断工件表面是下凹的，如图所示。

由图中相似直角三角形：

$$\frac{a}{b} = \frac{\Delta h}{(d_k - d_{k-1})} = \frac{\Delta h}{\frac{\lambda}{2}}$$

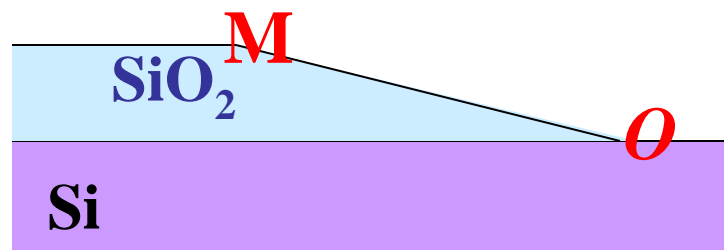
$$\Rightarrow \Delta h = \frac{a}{b} \frac{\lambda}{2}$$



例： 在半导体元件生产中，为了测定硅片上SiO₂薄膜的厚度，将该膜的一端腐蚀成劈尖状，已知SiO₂的折射率 $n = 1.46$ ，用波长 $\lambda = 5893$ 埃的平行钠光垂直照射后，观察到劈尖上出现9条暗纹，且第9条在劈尖斜坡上端点M处，Si的折射率为3.42。试求SiO₂薄膜的厚度

解：由暗纹条件

$$\begin{aligned}\delta &= 2ne \\ &= (2k+1) \lambda / 2 \quad (k=0,1,2\dots)\end{aligned}$$



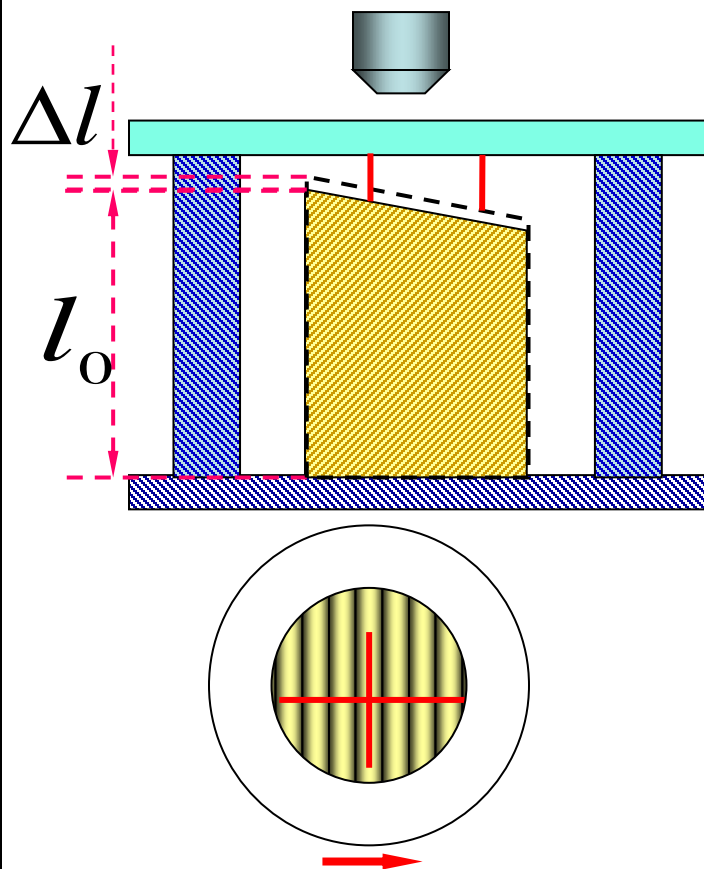
知,第9条暗纹对应于 $k=8$,代入上式得

$$e = (2k+1)\lambda / 4n = 1.72(\mu\text{m})$$

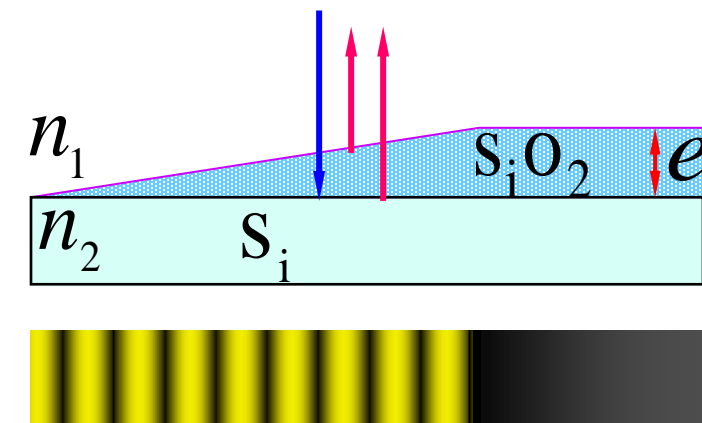
所以SiO₂薄膜的厚度为 $1.72 \mu\text{m}$ 。

◆ 劈尖干涉的应用

1) 干涉膨胀仪

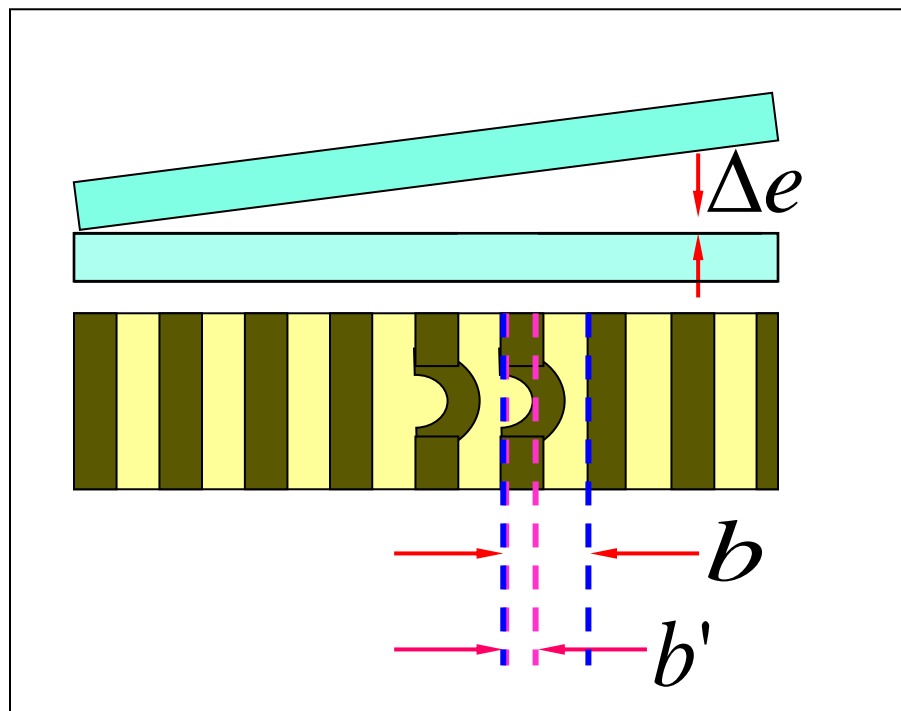


2) 测膜厚



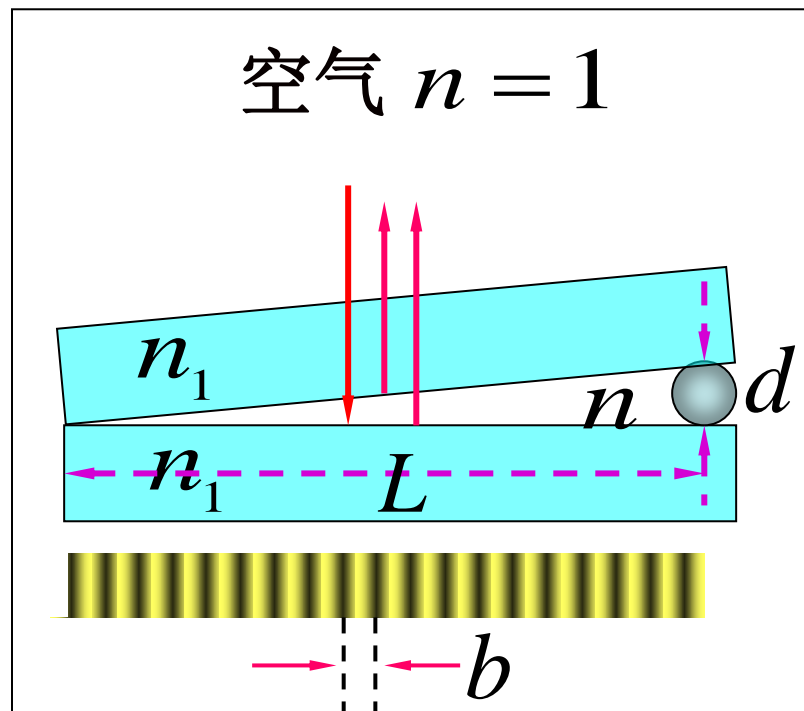
$$\frac{e}{L} = \frac{\lambda}{2nb} = \sin \theta$$

3) 检验光学元件表面的平整度



$$\Delta e = \frac{b'}{b} \frac{\lambda}{2} \approx \frac{1}{3} \cdot \frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{6}$$

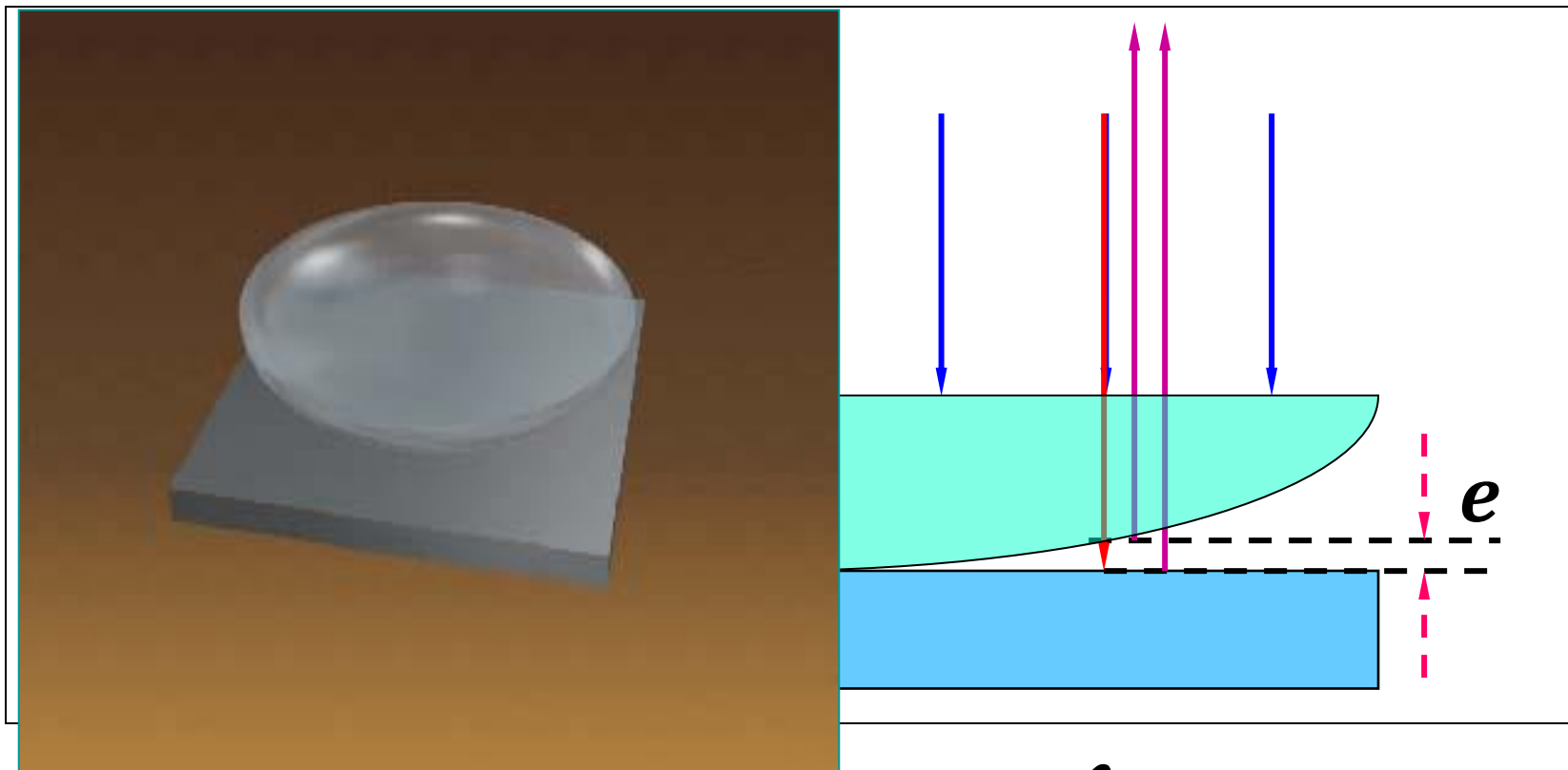
4) 测细丝的直径



$$d = \frac{\lambda}{2n} \cdot \frac{L}{b}$$

二 牛顿环

由一块平板玻璃和一平凸透镜组成

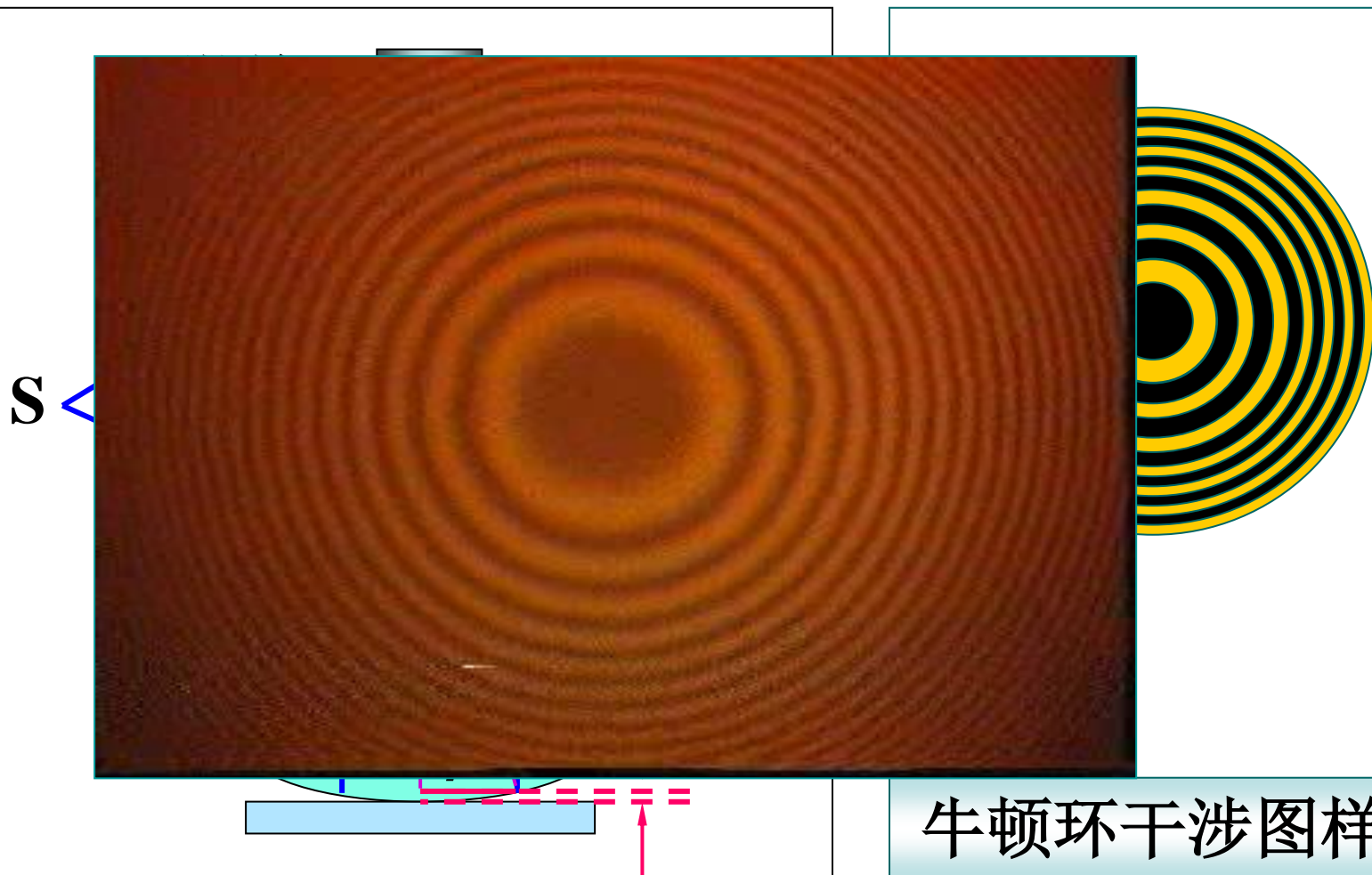


光程差

$$\Delta = 2e + \frac{\lambda}{2}$$



牛顿环实验装置



牛顿环干涉图样

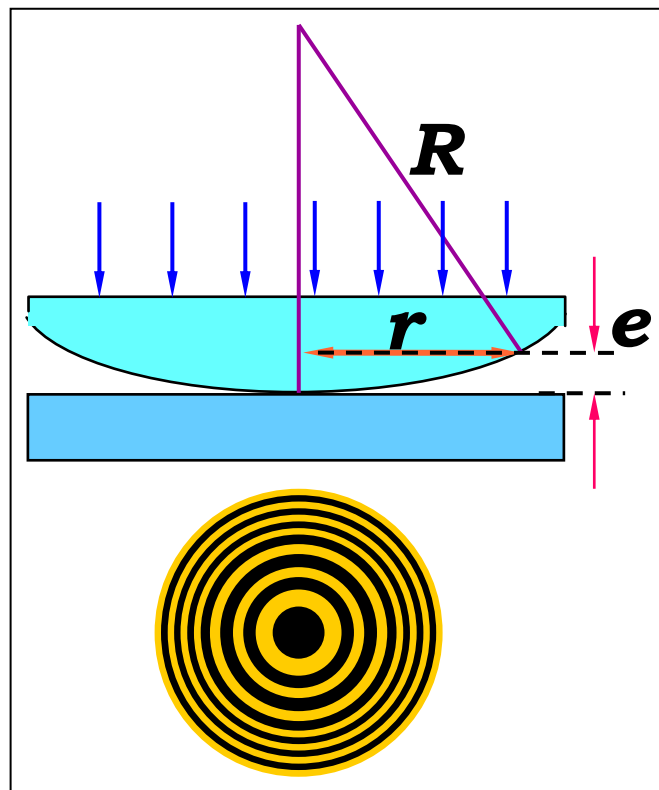
光程差 $\Delta = 2e + \frac{\lambda}{2}$

$$\Delta = \begin{cases} k\lambda & (k = 1, 2, \dots) \quad \text{明纹} \\ (k + \frac{1}{2})\lambda & (k = 0, 1, \dots) \quad \text{暗纹} \end{cases}$$

$$r^2 = R^2 - (R - e)^2 = 2eR - e^2$$

$$\because R \gg e \therefore e^2 \approx 0$$

$$r = \sqrt{2eR} = \sqrt{(\Delta - \frac{\lambda}{2})R} \Rightarrow \begin{cases} r = \sqrt{(k - \frac{1}{2})R\lambda} & \text{明环半径} \\ r = \sqrt{kR\lambda} & \text{暗环半径} \end{cases}$$



- 条纹特点

形状：同心圆环（由等厚条纹+几何结构决定）

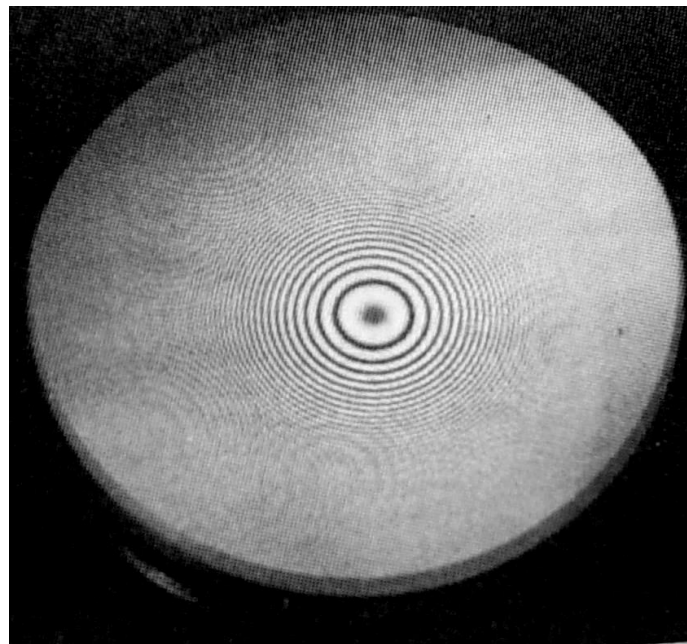
条纹级次分布： 圆心处为0级暗纹。

半径越大，级次越高。（与等倾干涉条纹不同）

若压紧透镜， 牛顿环的条纹向外扩张。

条纹间隔分布： 内疏外密

$$r_{\text{明}} = \sqrt{\frac{(2k-1)R\lambda}{2}}$$

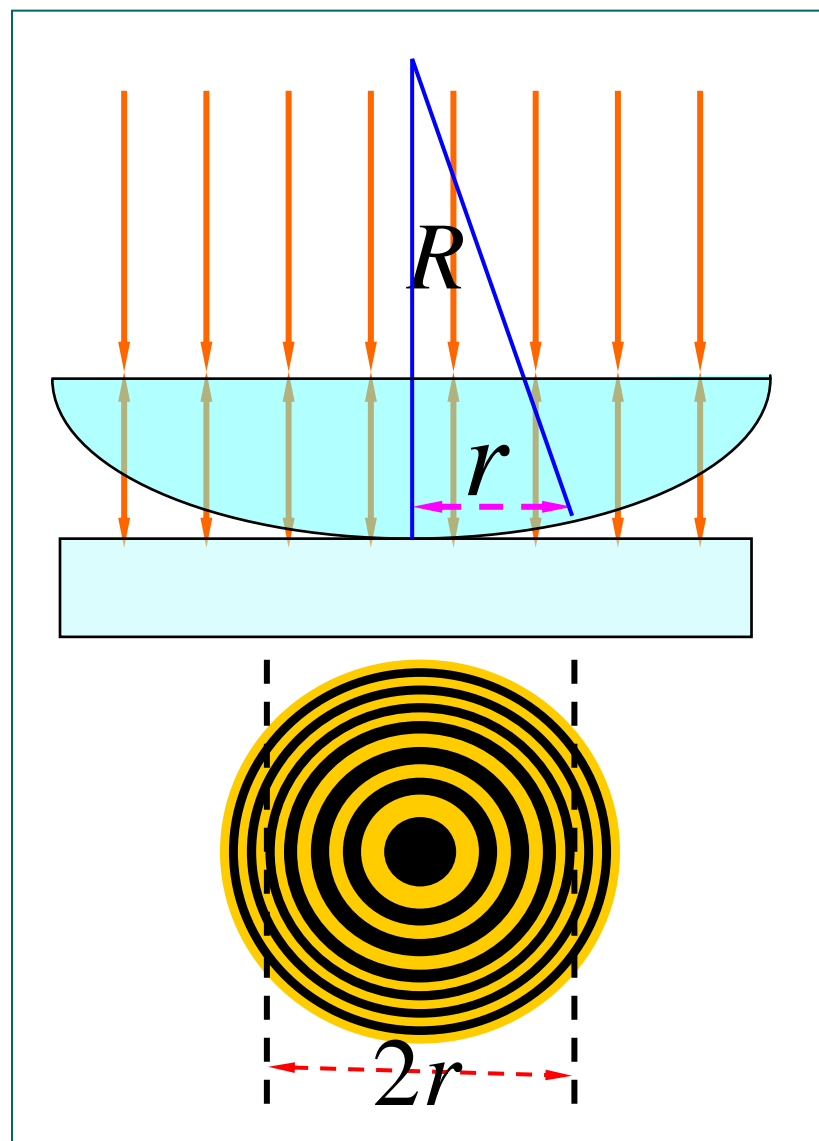


◆ 测量透镜的曲率半径

$$r_k^2 = kR\lambda$$

$$r_{k+m}^2 = (k+m)R\lambda$$

$$R = \frac{r_{k+m}^2 - r_k^2}{m\lambda}$$



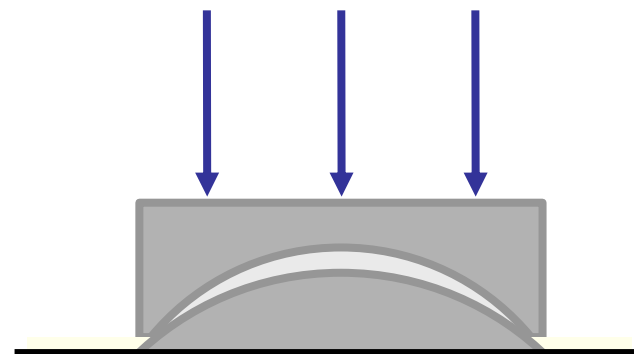
- 牛顿环的应用

$$r_{\text{暗}} = \sqrt{\frac{kR\lambda}{n}}$$

$$\Rightarrow r_{k+m}^2 - r_k^2 = m \frac{R\lambda}{n}$$

测量第 $k + m$ 和第 k 级暗条纹半径

\Rightarrow 波长或球面透镜半径



检验透镜表面质量



例： 用氦氖激光器发出的波长为633nm的单色光做牛顿环实验，测得第个 k 暗环的半径为5.63mm，第 $k+5$ 暗环的半径为7.96mm，求平凸透镜的曲率半径 R 。

解 $r_k = \sqrt{kR\lambda} \qquad r_{k+5} = \sqrt{(k+5)R\lambda}$

$$5R\lambda = (r_{k+5}^2 - r_k^2)$$

$$R = \frac{r_{k+5}^2 - r_k^2}{5\lambda} = \frac{(7.96\text{mm})^2 - (5.63\text{mm})^2}{5 \times 633\text{nm}} = 10.0\text{m}$$