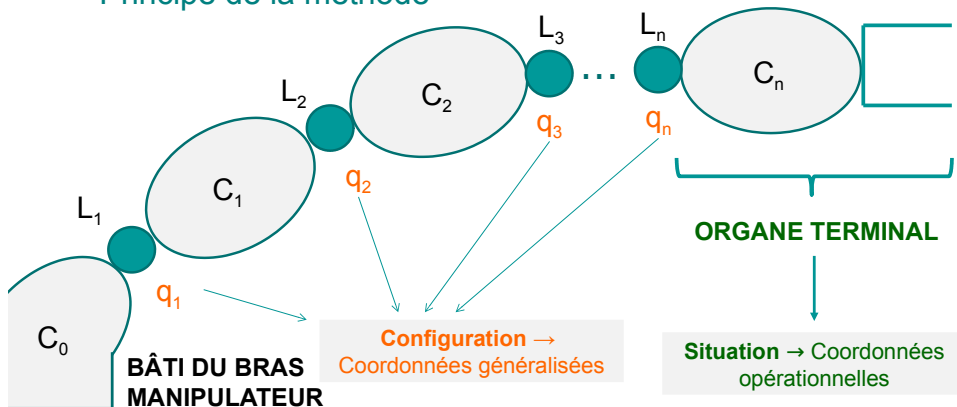


MODÈLE GÉOMÉTRIQUE DIRECT DES BRAS MANIPULATEURS

Viviane CADENAT.
Enseignant-chercheur à l'UPS.
LAAS-CNRS, équipe Robotique, action, perception.

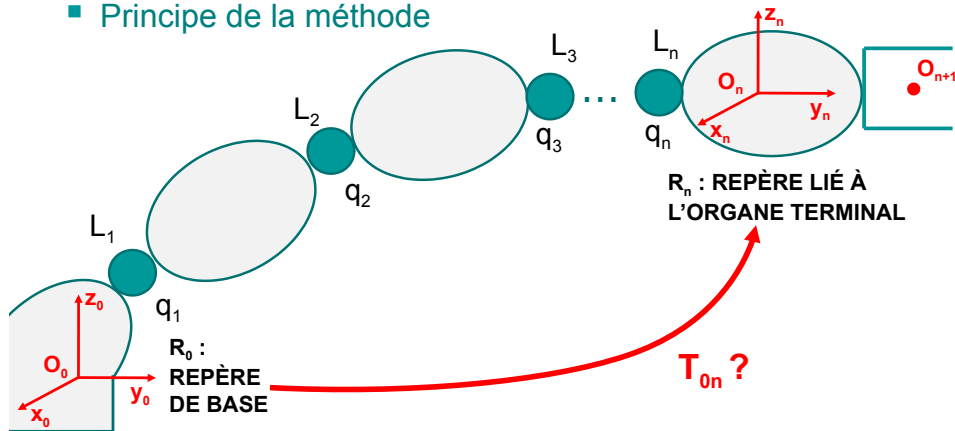
MGD d'un bras manipulateur industriel

■ Principe de la méthode



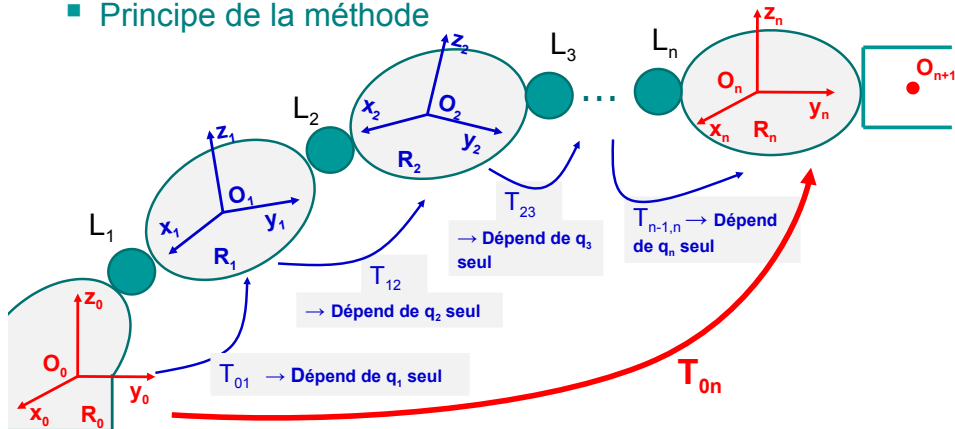
MGD d'un bras manipulateur industriel

■ Principe de la méthode



MGD d'un bras manipulateur industriel

■ Principe de la méthode



MGD d'un bras manipulateur industriel

■ Paramètres de Denavit – Hartenberg modifiés

- Mise en place des repères liés aux corps n° 1 à n-1
 - Numéroter les corps de $0 \rightarrow n$ et les liaisons de $1 \rightarrow n$
 - Mettre en place les **axes des liaisons** $\Delta_{i \rightarrow}$ **DIRECTION DU MOUVEMENT**
 - Mettre en place les **perpendiculaires** $\perp_{i-1,i}$ **communes à Δ_{i-1} et $\Delta_{i \rightarrow}$** **GÉOMÉTRIE**
- O_{i-1} est le point d'intersection entre Δ_{i-1} et $\perp_{i-1,i}$
- \vec{x}_{i-1} porté par $\perp_{i-1,i}$ et orienté de Δ_{i-1} vers Δ_i . Si Δ_{i-1} vers Δ_i sont concourantes, convention (AVANT, DROITE, HAUT).
- \vec{z}_{i-1} porté par Δ_{i-1} et orienté selon la convention (AVANT, DROITE, HAUT)
- \vec{y}_{i-1} donné par le produit vectoriel de \vec{z}_{i-1} par \vec{x}_{i-1}

Repères
1 à n-1

MGD d'un bras manipulateur industriel

■ Paramètres de Denavit – Hartenberg modifiés

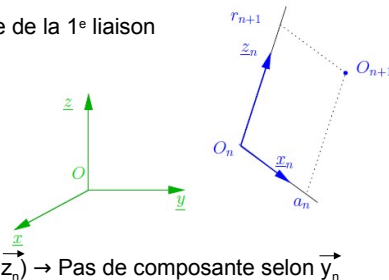
- Mise en place des repères liés au bâti et à l'organe terminal

- Repère $\mathcal{R}_0 \rightarrow$ **REPÈRE DE BASE CHOISI LIBREMENT**

- \vec{z}_0 vertical ascendant (généralement)
- \vec{x}_0 perpendiculaire et concourant à l'axe de la 1^{re} liaison

- Repère $\mathcal{R}_n \rightarrow$ **REPÈRE LIÉ À L'OT**

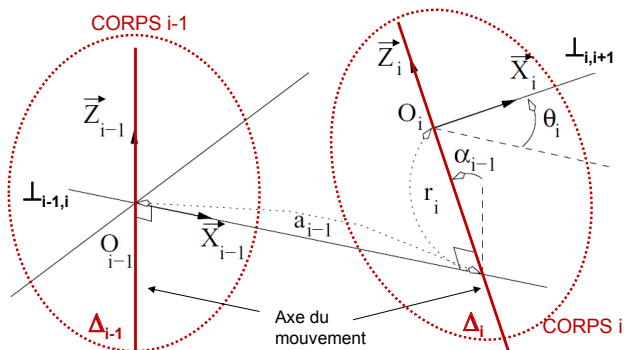
- O_n est sur Δ_n
- \vec{z}_n porté par Δ_n , orienté selon la convention (AVANT, DROITE, HAUT).
- \vec{x}_n tel que O_{n+1} est dans le plan $(O_n, \vec{x}_n, \vec{z}_n) \rightarrow$ Pas de composante selon \vec{y}_n



MGD d'un bras manipulateur industriel

■ Paramètres de Denavit – Hartenberg modifiés

- Représentation de la situation de C_i par rapport à C_{i-1}



IMPORTANT !

4 paramètres pour décrire la situation de C_i / C_{i-1}

- 2 translations selon \vec{x}_{i-1} et \vec{z}_i
- 2 rotations autour de \vec{x}_{i-1} et \vec{z}_i

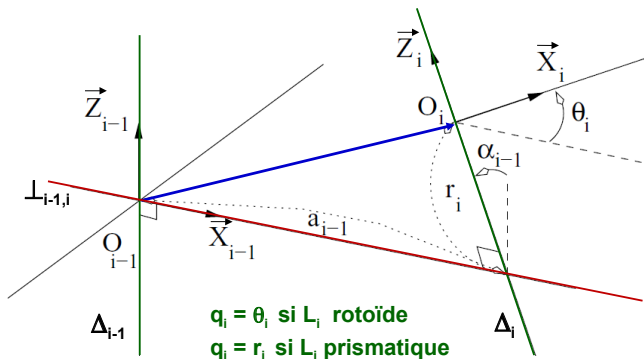
avec 2 relations de contraintes

$$\|\vec{x}_{i-1}\| = 1 \text{ et } \|\vec{z}_i\| = 1$$

MGD d'un bras manipulateur industriel

■ Paramètres de Denavit – Hartenberg modifiés

- Représentation de la situation de C_i par rapport à C_{i-1}



Paramètres de forme, constants

$$a_{i-1} \triangleq \overrightarrow{O_{i-1}O_i} \cdot \vec{X}_{i-1}$$

$$\alpha_{i-1} \triangleq \widehat{Z_{i-1}, Z_i / \vec{X}_{i-1}}$$

Paramètres de liaison, l'un est constant, l'autre variable

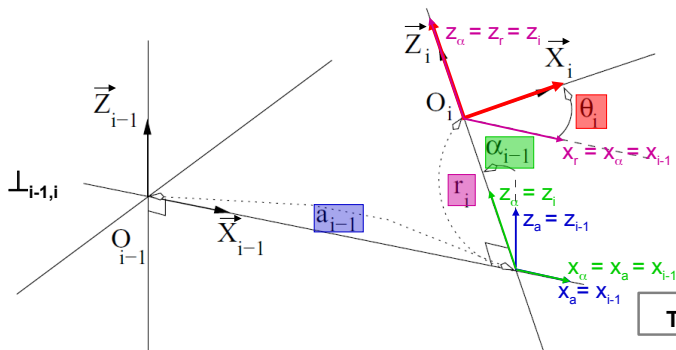
$$r_i \triangleq \overrightarrow{O_{i-1}O_i} \cdot \vec{Z}_i$$

$$\theta_i \triangleq \widehat{X_{i-1}, X_i / \vec{Z}_i}$$

MGD d'un bras manipulateur industriel

■ Paramètres de Denavit – Hartenberg modifiés

- Matrice de passage homogène $T_{i-1,i}$



IMPORTANT !

⇒ 4 matrices de passage à trouver pour déterminer $T_{i-1,i}$



$$T_{i-1,i} = T_{t, a_{i-1}} T_{r, \alpha_{i-1}} T_{t, r_i} T_{r, \theta_i}$$

MGD d'un bras manipulateur industriel

■ Paramètres de Denavit – Hartenberg modifiés

- Matrice de passage homogène $T_{i-1,i}$

Translation de a_{i-1} selon \vec{x}_{i-1}

$$T_{t, a_{i-1}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & a_{i-1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Translation de r_i selon \vec{z}_i

$$T_{t, r_i} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Rotation de α_{i-1} autour de \vec{x}_{i-1}

$$T_{r, \alpha_{i-1}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_{i-1} & -\sin \alpha_{i-1} & 0 \\ 0 & \sin \alpha_{i-1} & \cos \alpha_{i-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Rotation de θ_i autour de \vec{z}_i

$$T_{r, \theta_i} = \begin{pmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

MGD d'un bras manipulateur industriel

■ Paramètres de Denavit – Hartenberg modifiés

□ Matrice de passage homogène $T_{i-1, i}$

$$T_{i-1, i} = \begin{pmatrix} \boxed{\cos \theta_i} & \boxed{-\sin \theta_i} & \boxed{0} & \boxed{a_{i-1}} \\ \boxed{\cos \alpha_{i-1} \sin \theta_i} & \boxed{\cos \alpha_{i-1} \cos \theta_i} & \boxed{-\sin \alpha_{i-1}} & \boxed{-r_i \sin \alpha_{i-1}} \\ \boxed{\sin \alpha_{i-1} \sin \theta_i} & \boxed{\sin \alpha_{i-1} \cos \theta_i} & \boxed{\cos \alpha_{i-1}} & \boxed{r_i \cos \alpha_{i-1}} \\ \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{1} \end{pmatrix}$$

$\vec{x}_{i(i-1)}$

$\vec{y}_{i(i-1)}$

$\vec{z}_{i(i-1)}$

$\vec{O}_{i-1} \vec{O}_{i(i-1)}$


IMPORTANT

$T_{i-1, i}$ DONNE LA SITUATION DU CORPS i PAR RAPPORT AU CORPS $i - 1$

AVEC $q_i = \theta_i$ si L_i est rotoïde et $q_i = r_i$ si L_i prismatique

MGD d'un bras manipulateur industriel

■ Calcul de T_{on}


$$T_{on} = \prod_{i=1}^n T_{i-1,i}$$

- Librairie mathématique généralement
- Si le calcul à la main est nécessaire
 - Effectuer le produit **de la droite vers la gauche sans évaluer la 2^e colonne**
 - **Limiter le nombre de calculs**
 - Introduire une variable intermédiaire chaque fois qu'un élément fait intervenir **au moins une opération arithmétique**
 - **Manipuler des expressions simples**