Examen Seconde session
Analyse et Commande des Systèmes Linéaires

1 Exercice 1 : Représentation des systèmes linéaires

On considère la fonction de transfert suivante :

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{(s+1)s} & \frac{2}{s+1} \\ \frac{3}{(s+2)} & \frac{1}{s+1} \\ \frac{1}{(s+1)s} & \frac{2}{s} \end{bmatrix}$$

1. Déterminez une représentation d'état en utilisant la méthode de Guilbert. Cette représentation d'état est-elle minimale ?
2. Déterminez une représentation d'état observable de $G(s)$ (méthode de Guilbert interdite). Cette représentation d'état est-elle minimale ?
3. Vérifiez cette dernière assertion en calculant la forme de Smith-Mac Millan.

2 Exercice 2 : Commande des systèmes linéaires

On considère un système modélisé par :

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} u(t)$$

1. Calculer les indices de commandabilité du système.
2. Déterminer la matrice de changement de base notée P permettant d'obtenir la forme compagne de commande.
3. Déterminer la forme compagne de commande.
4. En utilisant la forme compagne de commande, déterminer un retour d'état permettant de placer les valeurs propres du système bouclé en $\{-1; -2; -3\}$.

On donne les inverses des matrices suivantes :

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & -4 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \\ 6 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\left(\frac{1}{6} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & 4 & 2 \\ 6 & 1 & -1 \end{bmatrix}\right)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$