

## Examen Automatique Non linéaire

1. On considère le système suivant :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) &= -x_1(t) - \text{sat}(0.5x_1(t) + x_2(t)),\end{aligned}$$

où  $\text{sat}$  est la fonction saturation :

$$\begin{aligned}\text{sat}(x) &= 1 \text{ si } x > 1 \\ \text{sat}(x) &= -1 \text{ si } x < -1 \\ \text{sat}(x) &= x \text{ sinon}\end{aligned}$$

- (a) Quels sont les points d'équilibre du système ?
  - (b) Etudier les propriétés de stabilité asymptotique du système autour de l'origine.
  - (c) Déterminer une estimation du bassin d'attraction du point d'équilibre à l'origine.
2. On considère le système suivant :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= -x_1(t) + x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) &= (x_1(t) + x_2(t))\sin(x_1(t)) - 3x_2(t)\end{aligned}$$

- (a) Quelles sont les points d'équilibre du système.
  - (b) Calculer le système linéarisé autour du point d'équilibre zéro. Que peut-on en conclure sur la stabilité du point d'équilibre 0 pour le système non linéaire.
  - (c) Etudier les propriétés de stabilité asymptotique du système autour de l'origine en utilisant une fonction de Lyapunov.
3. On considère un système de la forme :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -x_1^3(t) + u(t)\end{aligned}$$

- (a) Proposer une fonction de stockage pour le système en choisissant de manière adéquate la sortie.
  - (b) Proposer une loi de commande stabilisant le système.
  - (c) Comparer cette approche avec une méthode de type backstepping et une commande linéarisante.
4. Considérons un système de la forme :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_1^2 + u \\ \dot{x}_2(t) &= -x_2 + u \\ y(t) &= x_1(t) + x_2(t)\end{aligned}$$

- (a) Déterminer une loi de commande permettant de réaliser une linéarisation entrée-sortie.
- (b) Déterminer la dynamique des zéros si celle ci existe.
- (c) Etudier la stabilité de la dynamique des zéros et conclure

On souhaite construire une loi de commande permettant de linéarisation entrée-état.

- (a) Calculer  $[f, g]$ .
- (b) Peut-on utiliser le théorème d'existence de la linéarisation entrée/état ?
- (c) Quelle est l'équation que doit vérifier  $T_1$  ?
- (d) Proposer, le cas échéant, une transformation  $T$  et une commande permettant de linéariser le système.