Projet Systèmes Hybrides

Frédéric Gouaisbaut, Pauline Ribot

LAAS-CNRS

4 janvier 2023

Sommaire

Objectifs du projet

⋆ Projet d'une semaine sur la modélisation, l'analyse et la synthèse de Systèmes Hybrides.

⋆ Objectifs

- Découvrir les systèmes hybrides et comprendre leurs enjeux pratiques et théoriques.
- Établir le lien entre les différents cours STC et SED subis ces dernières années.
- Apprendre à les modéliser, les simuler, les analyser, les asservir ...
- Mettre en pratique ces notions lors d'un projet.

⋆ Attention, ce n'est pas un cours.

Fonctionnement du projet

⋆ Fonctionnement :

- Présentiel le matin, travail personnel en groupe l'après midi.
- Éléments de cours le matin avec FG et PR, projet en groupe l'après-midi.
- Soutenance le dernier jour.

⋆ À faire :

- Constituer des groupes de 4-5 étudiants.
- Trouver une application (pratique, simulation ...) des SH et mettre en place les outils de modélisation, analyse et synthèse.

→ Travail important de bibliographie.

→ Travail en groupe important avec la méthode d'organisation adéquate.

→ Ne pas attendre les séances pour travailler sur de nouvelles notions.

Modélisation formelle d'un STC

Les ingredients :

- Des entrées (signaux exogènes) $u(t) \in \mathbb{R}^m$. Elles permettent d'agir sur le système (entrées de commande) ou elles perturbent le fonctionnement du système (entrées de perturbations).
- Des sorties de mesure appartenant à un espace vectoriel $y(t) \in \mathbb{R}^p$.
- Des états notés $x(t) \in \mathbb{R}^n$. Ils représentent la mémoire du système dynamique.
- Une équation d'évolution [1] liant les entrées, les états et leurs évolutions :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)),$$

- Une équation de sortie liant la sortie, les états et les entrées :

$$y(t) = h(x(t), u(t)),$$

1. On considère ici une évolution à temps continu mais une évolution à temps discret est evidemment envisageable.

Les hypothèses un peu vite oubliées en TC ?

⋆ Une hypothèse implicite : Il n'existe pas d'évènements qui changeraient de manière brutale la dynamique du système à temps continu.

- Aucun évènement durant le temps de l'expérience.
- Si un évènement survient, alors les dynamiques internes ont convergé.
- Cette hypothèse est également liée à un aspect théorique. Difficulté mathématique d'analyser des systèmes dont les dynamiques changent régulièrement, c.-à-d.,

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)),$$

  avec le champs de vecteur discontinu f.

Les hypothèses un peu vite oubliées en TC ?

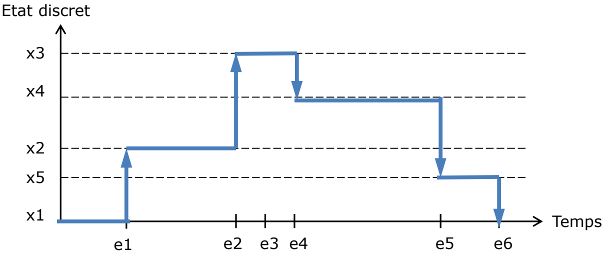
Conséquence pour les systèmes à temps continu :

- En général, les évènements sont modélisés comme des processus survenant à des échelles de temps très différentes.
- Il existe ainsi des différents niveaux d'abstraction entre les SED et les STC.

Cependant, il existe de nombreux phénomènes où les évènements (dépendants ou non d'autres variables) interagissent de manière significative sur la dynamique du système à TC et il est difficile de ne pas le prendre en compte.

Caractéristiques des SED

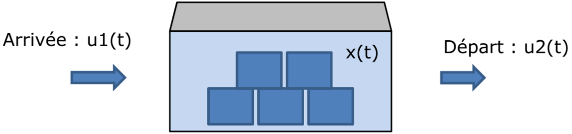
- État discret : abstraction d'états en classe discrète d'états
- Dynamique événementielle : l'occurrence d'un événement peut provoquer un changement d'état (asynchrone/synchrone)



Concept d'événement

- Instantané, sans durée
- Exogène ou endogène
- Contrôlable (action) ou spontané (perturbation, panne)
  - Événements contrôlables $\Sigma_c \subset \Sigma$
  - Événements non contrôlables $\Sigma_{nc} \subset \Sigma$
- Observables ou non-observables
  - Événements observables $\Sigma_o \subset \Sigma$: informations issues des capteurs/actionneurs, poussoirs, alarmes, intervention d'un opérateur …
  - Événements non-observables $\Sigma_{no} \subset \Sigma$: événements internes, événements de fautes, …

Exemple d'un système discret par nature : entrepôt



- x(t) : nombre de caisses dans l'entrepôt à l'instant t
- u1(t)=1 si une caisse arrive au temps t, u1(t)=0 sinon
- u2(t)=1 si une caisse part au temps t, u2(t)=0 sinon

→ Si u1(t)=1 alors x(t)=x(t-1)+1
→ Si u2(t)=1 alors x(t)=x(t-1)-1

Hypothèses :

- Capacité de stockage jamais atteinte
- Délai de dépôt/chargement nul
- Pas de synchronisation arrivée/départ
- A $x(t) = 0$, seule une arrivée est possible

Exemple d'un système discrétisable : réservoir d'eau

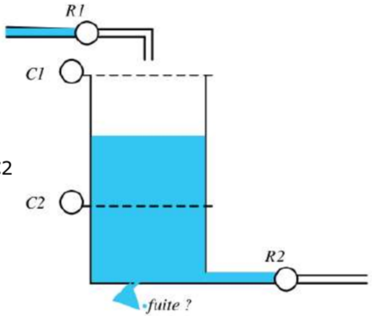
Système continu pouvant être représenté par un modèle discret (qualitatif) :

R1:{ouvert,fermé}
R2:{ouvert,fermé}
C1:{niv-atteint,niv-non-atteint}
C2:{niv-atteint,niv-non-atteint}

- Espace d'états discrets : R1 x R2 x C1 x C2
- Evénements discrets : Ouverture-R1, Fermeture-R2, Niv-dessous-C2, ...

Détection d'une fuite :

R1=fermé, R2=fermé, C2=niv-atteint
Evénement : Niv-dessous-C2



Exemple d'un autre système discrétisable

Système d'air conditionné [Sampath et al. 1995] :

- Événements spontanés de panne
  - Vanne bloquée ouverte
  - Vanne bloquée fermée
- Événements observables
  - Actions : ouvrir vanne, fermer vanne, démarrer pompe, stopper pompe
  - Observations d'un capteur de débit : présence débit, absence d'un débit, coupure spontanée du débit

Modélisation formelle d'un SED

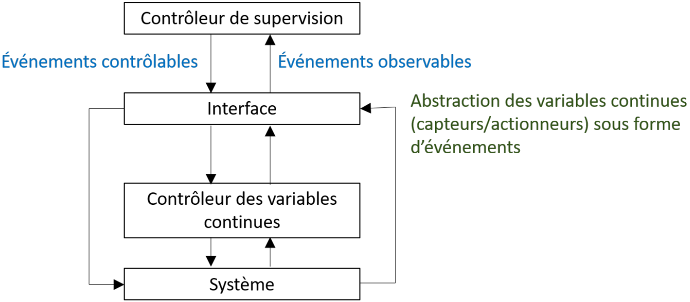
- Sous forme de langage L représentant l'ensemble de séquences d'événements possibles sur $\Sigma^\star$ pour le système
- Sous forme d'un automate G défini par un 5-uplet

$$G = (X, \Sigma, \delta, x_0, X_f)$$

  - X : ensemble fini d'états discrets
  - Σ : ensemble des événements (alphabet)
  - δ : fonction de transition $\delta : X \times \Sigma \rightarrow 2^X$ (pour représenter à la fois des automates déterministes et non déterministes)
  - x_0 : état initial
  - X_f : états finals ou états marqués

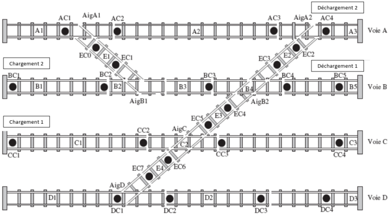
Remarque : Machine de Mealy / Moore

Modélisation par abstraction



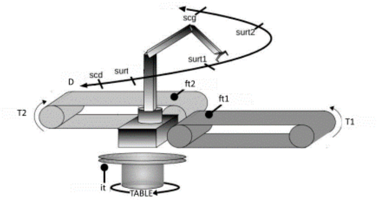
- Quand on modélise un SED, on abstrait toute dynamique continue par des événements discrets.
- Si plusieurs valeurs possibles pour une variable continue, alors on crée plusieurs états discrets correspondant à ces valeurs.
- Quand un événement survient faisant évoluer le système dans un autre état, le système subit une nouvelle expérience avec une nouvelle commande (consigne).

Retour sur des applications en TP SED : les trains



- Commandes construites sur $\Sigma = \{ac1, ac2, bc1, a1d, !a1d, a2d, \ldots\}$ (événements correspondant aux capteurs et aux actionneurs).
  A quoi correspondant un actionneur pour cette maquette ?
- Vitesse des wagons proportionnelle à la tension d'alimentation des rails des cantons (en salle de TP $12V$).
  Comment représenter cette information continue/variable (non booléenne) dans un modèle automate ?
  $\rightarrow$ Problème d'abstraction dans un SED !

Retour sur des applications en TP SED : le robot



- Commandes construites sur $\Sigma = \{scg, surt1, surt2, surt, scd, it, ft1, ft2, \ldots\}$.
  Quels capteurs physiques sont réellement présents sur la maquette ?
  À quoi correspondent les autres événements de Σ ?
- Capteurs virtuels correspondant aux coordonnées de différentes positions.
  $\rightarrow$ Problème d'asservissement de positions en boucle ouverte
  $\rightarrow$ Événements représentant des conditions sur la position du robot (état physique continu)

Exemple introductif très simple

On choisit une balle de masse $m = 1kg$ qui rebondit sur le sol. On considère que la balle est soumis à la seule attraction terrestre.
Comment modéliser son comportement ?

- Quand la balle est en l'air. On écrit le principe fondamental de la mécanique :
$$\ddot{x}(t) = -g$$
où x est la position de la balle par rapport au sol.
- Quand la balle est au sol ??

Exemple introductif très simple

- Quand la balle est en l'air. On écrit le principe fondamental de la mécanique :

$$\dot{x}_1 = x_2 \tag{1}$$
$$\dot{x}_2 = -g \tag{2}$$

où x est la position de la balle par rapport au sol.

- Quand la balle est au sol,

$$\dot{x}_1 = 0 \tag{3}$$
$$\dot{x}_2 = -\lambda x_2 \tag{4}$$

Problèmes de cette modélisation ?

Exemple introductif très simple : problèmes !

- On ne définit pas mathématiquement l'évènement "en l'air" et "au sol". Comment définir, en fonction des variables d'état ou autres, les notions "au sol" et "en l'air" ?
- La définition des dérivées temporelles au sol est un peu étrange, car la dérivée est mal définie dans ce cadre. On a besoin d'un nouveau formalisme pour mettre en évidence un changement instantanée de la vitesse et de l'accélération.

Exemple des lucioles

La famille des lucioles appartiennent à l'ordre des coléoptères (insectes holométaboles dotés d'élytres protégeant leurs ailes [2]) qui produisent de la lumière de manière intermittente. Les scientifiques ont remarqué un phénomène de synchronisation des émissions de lumière que nous pouvons modéliser de la manière suivante.

1. Le moment d'émission de la lumière dépend d'une horloge interne.
2. Lorsque celle-ci atteint un certain seuil, la luciole émet de la lumière et met à zéro son horloge interne.
3. Lorsqu'une luciole voit le flash d'une autre luciole, elle augmente d'une certaine quantité son horloge interne.

2. Merci Wikipedia !!

Exemple des lucioles : modélisation de la synchronisation

L'objectif est de modéliser le comportement de n lucioles :

1. Définir les états du système à modéliser. Doit-on utiliser un nouvel état pour prendre en compte le timer ?
2. Définir les différentes phases et leurs dynamiques.

Exemple des lucioles fatiguées [3]

L'objectif est de modéliser le comportement de n lucioles mais nous changeons la règle 2, qui devient :
Lorsque celle-ci atteint un certain seuil, la luciole émet de la lumière et met à zéro son horloge interne et son timer augmente plus lentement (Elle est fatiguée !!).

1. Définir les états du système à modéliser. Doit-on utiliser un nouvel état pour prendre en compte le timer ?
2. Définir les différentes phases et leurs dynamiques.

3. Merci Pauline !

Exemple construit : le bloqueur échantillonneur ZOH

Un dernier exemple d'ingénierie, le fameux bloqueur d'ordre zéro dont la dynamique est modélisée par :
$Bo(p) = \frac{1-e^{-Ts}}{s}$, où T est la période d'échantillonnage.
Considérons un système asservi par une loi de commande numérique échantillonnée à T_e.

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \tag{5}$$

$$u(k+1) = \kappa(x(k)), \tag{6}$$

Comment modéliser ce système comme un système hybride ?

Vocabulaire à retenir pour votre application

- Etat discret (mode de fonctionnement),
- État continu,
- Événement discret,
- Dynamique à temps continu,
- Gardes/conditions sur des variables continues (variables d'état ou temps),
- Conditions de réinitialisation.

C.G. Cassandras and S. Lafortune.
Introduction to Discrete Event Systems.
Springer, New York, 2009.

R. Goebel, R. G. Sanfelice, and A. R. Teel.
Hybrid dynamical systems.
IEEE Control Systems Magazine, 29(2) :28–93, 2009.

R. Goebel, R. G. Sanfelice, and A. R. Teel.
Hybrid Dynamical Systems : Modeling, Stability, and Robustness.
Princeton University Press, New Jersey, 2012.

T.A. Henzinger.
The theory of hybrid automata.
In *Proceedings 11th Annual IEEE Symposium on Logic in Computer Science*, pages 278–292, 1996.

R. G. Sanfelice.
Hybrid Feedback Control.
Princeton University Press, New Jersey, 2021.