

Examen 2017-2018

Automatique Non linéaire

Exercice 1 : On considère le système suivant :

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = -x_1^3 - x_2^3.$$

- (a) Quelles sont les points d'équilibre du système.
- (b) Etudier les propriétés de stabilité asymptotique du système autour de l'origine.

Exercice 2 : On considère un système de la forme :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_1(t) + (x_1^2(t) + 1)x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -x_1^3(t) + u(t)\end{aligned}$$

- (a) Proposer une loi de commande stabilisant le système en utilisant une méthode de type Backstepping.
- (b) En choisissant une sortie adéquate, proposer une loi de commande permettant une linéarisation entrée-sortie et permettant d'obtenir un système asservi stable asymptotiquement.

Exercice 3 : On considère un système de la forme :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2 \\ \dot{x}_2(t) &= -x_1^5 + x_2(t) + \sin(x_1(t)) + u\end{aligned}$$

- (a) En choisissant une sortie adéquate $y(t)$, proposer une loi de commande

$$u(t) = \gamma(x_1, x_2) + v(t),$$

où $\gamma()$ est une fonction à préciser et $v(t)$ une nouvelle entrée permettant de rendre passif le système d'entrée $v(t)$ et de sortie $y(t)$.

- (b) Basé sur le dernier résultat, proposer, si c'est possible, une loi de commande stabilisant le système. Dans le cas où cela n'est pas possible, pouvez vous donner une alternative permettant de stabiliser le système.

Exercice 4 : Considérons un système de la forme :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_1^2 + u \\ \dot{x}_2(t) &= -x_2 + u \\ y(t) &= x_1(t) + x_2(t)\end{aligned}$$

- (a) Déterminer une loi de commande permettant de réaliser une linéarisation entrée-sortie.

- (b) Déterminer la dynamique des zéros si celle-ci existe.
- (c) Etudier la stabilité de la dynamique des zéros et conclure

Exercice 5 : On souhaite construire une loi de commande permettant de linéarisation entrée-état pour le système précédent.

- (a) Calculer $[f, g]$.
- (b) Peut-on utiliser le théorème d'existence de la linéarisation entrée/état ?
- (c) Quelle est l'équation que doit vérifier T_1 ?
- (d) Proposer, le cas échéant, une transformation T et une commande permettant de linéariser le système.