25/11/2022

Choix d'une base initiale admissible : phase I du simplexe.

Exemple (diapo 87)

max $\quad z = x_1 + 2x_2$

$$\text{sc.}\begin{cases} -x_1 - x_2 \leq -20 \\ x_1 + x_2 \leq 40 \\ x_1 + x_2 \leq 80 \\ -x_1 - 2x_2 \leq -30 \\ x_1 ; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Prenons les variables d'écart :

$$\begin{aligned} x_3 &= -20 + x_1 + x_2 + x_0 \\ x_4 &= 40 - x_1 + x_2 \\ x_5 &= 40 - x_1 - x_2 \\ x_6 &= 80 - x_1 - x_2 \\ x_7 &= -30 + x_1 + 2x_2 \\ z &= x_1 + 2x_2 + x_0 \end{aligned}$$

Prendre $x_B = x_E$ donne un système non admissible

On ajoute x_0 dès que le coefficient b_i est négatif

Cela induit un $z' = -x_0$

Dès lors,

$$\begin{cases} x_3 = 10 \boxed{- x_2} + x_7 \\ x_4 = 40 - x_1 + x_2 \\ x_5 = 40 + x_1 - x_2 \\ x_6 = 80 - x_1 - x_2 \\ \\ x_0 = 30 - x_1 - 2x_2 + x_7 \\ z = x_1 + 2x_2 \\ z' = -30 + x_1 + 2x_1 + 2x_2 - x_7 \end{cases}$$

pivot

Appliquons la phase 1 :

$$\begin{cases} x_2 = 10 - x_3 + x_7 \\ x_4 = 50 - x_1 - x_3 + x_7 \\ x_5 = 30 + x_1 + x_3 - x_7 \\ x_6 = 70 - x_1 + x_3 - x_7 \\ x_0 = 40 - x_1 + 2x_3 \boxed{- x_7} \\ z = 20 + x_1 - 2x_3 + 2x_7 \\ z' = -10 + x_1 - 2x_3 + x_7 \end{cases}$$

$$(=)\begin{cases} x_2 = 20 - x_1 + x_3 - \cancel{x_0} \\ x_4 = 60 - 2x_1 + x_3 - \cancel{x_0} \\ x_5 = 20 + 2x_1 - x_3 + \cancel{x_0} \\ x_6 = 60 - x_3 + \cancel{x_0} \\ \\ x_7 = 10 - x_1 + 2x_3 - \cancel{x_0} \\ \\ z = 40 + x_1 + 2x_3 - \cancel{x_0} \\ \\ z' = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ fin de la phase 1

On peut appliquer la phase 2 en supprimant la colonne de x_0 et en enlevant la ligne de z'. Commencer par faire entrer x_3 en base et en faisant sortir x_5.

VI. Programmation Linéaire en Nombre Entiers (PLNE)