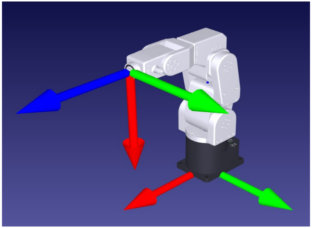
MODÈLES DIFFÉRENTIEL ET CINÉMATIQUE DIRECTS D'UN ROBOT INDUSTRIEL

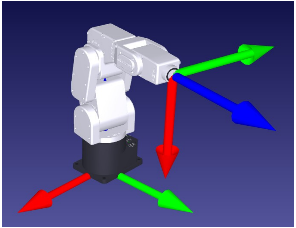
Ou comment faire bouger un robot ?

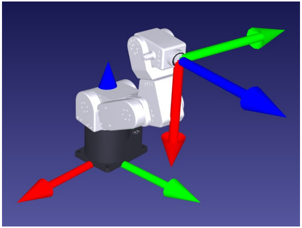
Viviane CADENAT.
Enseignant-chercheur à l'UPS.
LAAS-CNRS, équipe Robotique, action, perception.

Introduction

- Problématique & rappels



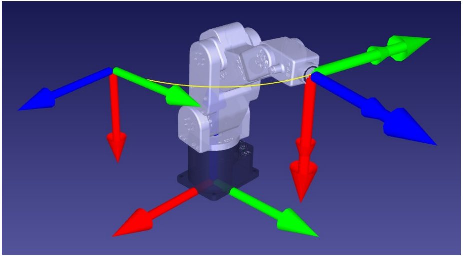


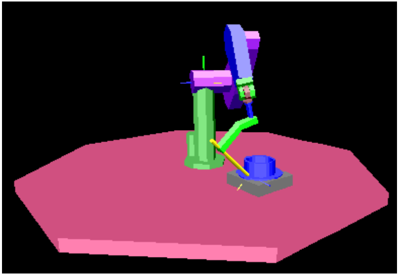


Modèles géométriques (MG) : Lien entre configuration et situation

Introduction

- Problématique & rappels

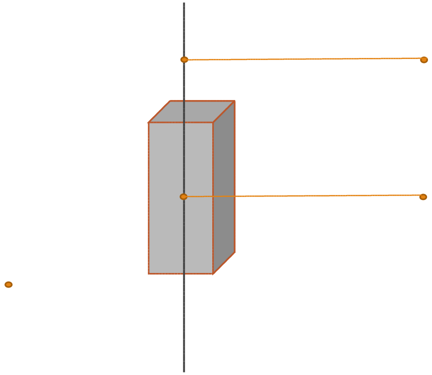




➔ Les MG ne suffisent pas pour réaliser une tâche robotique

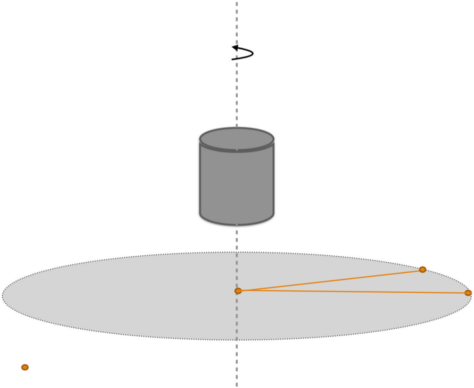
Calcul de J, $d\vec{p}$ et $d\vec{\varphi}$

- Pour une seule liaison L_k prismatique



Calcul de J, $\overrightarrow{dp}$ et $\overrightarrow{d\varphi}$

- Pour une seule liaison L_k rotoïde



Calcul de J, $\overrightarrow{dp}$ et $\overrightarrow{d\varphi}$

- Expression générique de $\overrightarrow{dp_k}$ et $\overrightarrow{d\varphi_k}$ pour une seule liaison L_k

$$\overrightarrow{dp_k} = \left(\sigma_k \vec{z}_k + \bar{\sigma}_k \vec{z}_k \wedge \overrightarrow{O_k O_n}\right) dq_k = \overrightarrow{\alpha_k} dq_k \qquad \overrightarrow{d\varphi_k} = \left(\bar{\sigma}_k \vec{z}_k\right) dq_k$$

$$\sigma_k = 1 \; si \; L_k \; est \; prismatique \; et \; \bar{\sigma}_k = 1 - \sigma_k$$

- En prenant en compte toutes les liaisons

$$\Rightarrow \quad \overrightarrow{dp} = \sum_{k=1}^{n} \overrightarrow{dp_k} \qquad \overrightarrow{d\varphi} = \sum_{k=1}^{n} \overrightarrow{d\varphi_k}$$

MDD

$$\begin{pmatrix} \overrightarrow{dp} \\ \overrightarrow{d\varphi} \end{pmatrix} = \boxed{\begin{pmatrix} \vec{\alpha}_1 & \cdots & \vec{\alpha}_n \\ \vdots & & \vdots \\ \bar{\sigma}_1 \vec{z}_1 & \cdots & \bar{\sigma}_n \vec{z}_n \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} dq_1 \\ \vdots \\ dq_n \end{pmatrix}$$

Matrice jacobienne vectorielle

Calcul de J, $d\vec{p}$ et $d\vec{\varphi}$

Calcul de la jacobienne vectorielle

- Calcul direct trop compliqué
- Introduction de la **matrice jacobienne préférentielle** $J_{i(j)}$ où i et j sont appelés 'indices préférentiels'
  → simplification des calculs si l'on choisit : j = E(n/2) et i = j +1

$$J_{i(j)} = \begin{pmatrix} \vec{\beta}_{1(j)} & \cdots & \vec{\beta}_{n(j)} \\ \vdots & & \vdots \\ \bar{\sigma}_1 \vec{z}_{1(j)} & \cdots & \bar{\sigma}_n \vec{z}_{n(j)} \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{\beta_k} = \sigma_k \vec{z}_k + \bar{\sigma}_k \vec{z}_k \wedge \overrightarrow{O_k O_i}$$

- i définit le point nécessaire pour calculer les vecteurs beta
- j définit le repère dans lequel tous les vecteurs sont projetés
- La matrice jacobienne préférentielle comporte un grand nombre de termes nuls

Calcul de J, $\overrightarrow{dp}$ et $\overrightarrow{d\varphi}$

- Calcul de la jacobienne vectorielle
  - On montre que : $J_{(j)} = \Lambda_{(j)} J_{i(j)}$ avec $\Lambda_{(j)} = \begin{pmatrix} I_{3\times3} & -\widehat{P_{(j)}} \\ 0_{3\times3} & I_{3\times3} \end{pmatrix}$,

$$\widehat{P_{(j)}} = \begin{pmatrix} 0 & -z & y \\ z & 0 & -x \\ -y & x & 0 \end{pmatrix}, \overrightarrow{O_iO_n}_{(j)} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

  - Donc $\begin{pmatrix} \overrightarrow{dp_{(j)}} \\ \overrightarrow{d\varphi_{(j)}} \end{pmatrix} = J_{(j)} dq = \Lambda_{(j)} J_{i(j)} dq$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \overrightarrow{dp_{(0)}} \\ \overrightarrow{d\varphi_{(0)}} \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} \overrightarrow{dp_{(j)}} \\ \overrightarrow{d\varphi_{(j)}} \end{pmatrix} \quad avec\ R = \begin{pmatrix} R_{0j} & 0_{3\times3} \\ 0_{3\times3} & R_{0j} \end{pmatrix}$$

MDD

$$\boxed{\Rightarrow \begin{pmatrix} \overrightarrow{dp_{(0)}} \\ \overrightarrow{d\varphi_{(0)}} \end{pmatrix} = R \Lambda_{(j)} J_{i(j)} dq}$$