

1. La matrice de passage homogène inclut : \rightarrow translation d'un repère R_z/R_0
 \rightarrow rotation d'un repère R_z/R_0

Elle s'écrit $T_{0z} = \begin{bmatrix} R_{0z} & P_{0z} \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix}$

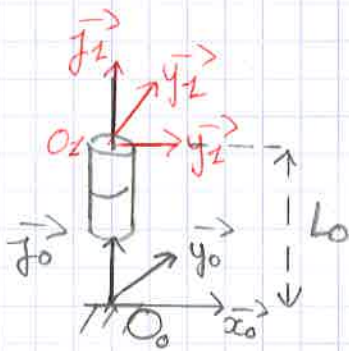
2 utilités :

Outil qui représente
la situation de R_z/R_0

Outil qui permet de
passer de $R_z \rightarrow R_0$
ou de $R_0 \rightarrow R_z$

Ainsi, $\begin{pmatrix} P_{(s)} \\ 1 \end{pmatrix} = T_{0z} \begin{pmatrix} P_{(z)} \\ 1 \end{pmatrix}$

2.



$$P_{0z} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ L_0 \end{bmatrix} = \overrightarrow{O_0 O_z(s)}$$

$$R_{0z} = \begin{bmatrix} \cos(q_z) & -\sin(q_z) & 0 \\ \sin(q_z) & \cos(q_z) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Enfin, $T_{0z} = \begin{bmatrix} R_{0z} & P_{0z} \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix}$

N.B: Exprimer R_{0z} dans le cas général pas dans la configuration figure uniquement !

De même $T_{12} = \begin{bmatrix} \cos(q_2) & -\sin(q_2) & 0 & L_2 \\ \sin(q_2) & \cos(q_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$T_{23} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & q_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

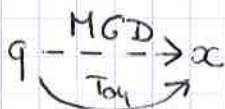
$$\text{et } T_{34} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -q_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

avec $q_4 > 0$

3. $T_{04}(q) = T_{0z}(q_z) T_{12}(q_2) T_{23}(q_3) T_{34}(q_4) \Rightarrow T_{04}$ représente la situation R_4/R_0

Remarque: Le MGD est plus formellement
le lien entre α et q

$\Rightarrow T_{04}$ correspond au MGD puisque R_4
est lié à l'organe terminal



4. Il faut bien DIFFÉRENCIER $T_{04}(q)$ et T_{04}^{FIG}

↓
Résultat générique
valable $\forall q$

↓
Résultat spécifique
valable par la configuration
de la figure

On a $T_{04}^{FIG} = \begin{bmatrix} R_{04}^{FIG} & P_{04}^{FIG} \\ \textcircled{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix}$

On a une absence de rotation $\Rightarrow R_{04}^{FIG} = I_3$
 • $P_{04}^{FIG} = \overrightarrow{O_0 O_4}^{FIG(0)} = \begin{bmatrix} L_2 + q_3^{FIG} \\ 0 \\ L_0 + L_2 - q_4^{FIG} \end{bmatrix}$ Valars sont, ici, lus graphiquement

5. (a) $T_{04}(q) \longrightarrow x = \begin{bmatrix} x_p \\ x_R \end{bmatrix} \rightarrow$ repérée par des coordonnées cartésiennes
 \rightarrow repérée par les cosinus directeurs partiels

Remarque: Dans notre cas, O_5 est confondu avec O_4 mais ce n'est pas toujours

le cas. En général, $\overrightarrow{O_0 O_5(0)} = \underbrace{\overrightarrow{O_0 O_4(0)}}_{P_{04}} + \underbrace{\overrightarrow{O_4 O_5(0)}}_{R_{04} O_4 O_5(4)}$
 ou $\begin{pmatrix} \overrightarrow{O_0 O_5(0)} \\ 1 \end{pmatrix} = T_{04} \begin{pmatrix} \overrightarrow{O_4 O_5(4)} \\ 1 \end{pmatrix}$

Cosinus directeurs partiels $x_R = \begin{bmatrix} \overrightarrow{x_{n(0)}} \\ \overrightarrow{f_{n(0)}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overrightarrow{x_{4(0)}} \\ \overrightarrow{f_{4(0)}} \end{bmatrix}$

b) On pose $T_{04} = \begin{bmatrix} \overrightarrow{x_{4(0)}} & \overrightarrow{y_{4(0)}} & \overrightarrow{z_{4(0)}} \\ t_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} & t_{24} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} & t_{34} \\ \textcircled{0} & \textcircled{0} & \textcircled{0} & 1 \end{bmatrix}$ on suppose tous les t_{ij} connus

Ainsi, $x_R = \begin{bmatrix} t_{11} \\ t_{21} \\ t_{31} \\ t_{13} \\ t_{23} \\ t_{33} \end{bmatrix} \begin{matrix} \updownarrow \overrightarrow{x_{4(0)}} \\ \updownarrow \overrightarrow{f_{4(0)}} \end{matrix}$

Avancée

Modèle Géométrique Direct des Bras Manipulateurs

Objectif: Définir une méthode de calcul générique du MGD, adaptable à tout type de Bras Manipulateur.

O - Rappel du principe: Positionner les repères R_0 et R_n en respectant un ensemble de règles \Rightarrow respecter ces règles permet d'automatiser la méthode de calcul des $T_{i-2;i}$

I - Règles de positionnement:

A - Les règles spécifiques régissent R_0 et R_n

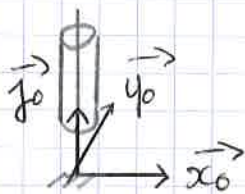
B - Les règles génériques définissent R_2 à R_{n-1}

\hookrightarrow mise en place itératives de ces repères

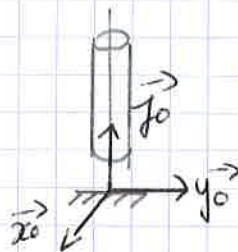
f. construction sur le schéma diapo 14

① La hauteur d correspondant à la longueur de la première liaison est constante, on peut dans ce cas particulier prendre O_0 le long de l'axe de rotation de la dernière liaison \Rightarrow on s'affranchit ainsi de la hauteur d .

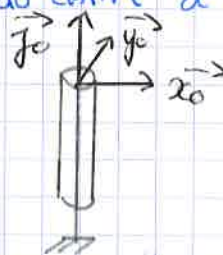
Remarquons que nous aurions pu prendre O_0 au centre de R_0 .



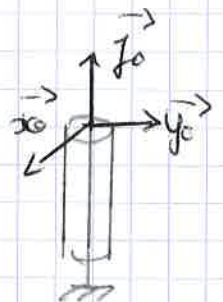
ou



ou



ou



② Chaque repère R_i est lié à 1 corps C_i (la liaison est rouge, c'est le trait sur le solide)

③ Matérialiser les axes Δ des liaisons.

④ Mettre en place les perpendiculaires communes :

L_{12} = Droite orthogonale à la fois à Δ_1 ET Δ_2

L_{23}

⚠ L_{34} = plusieurs possibilités \Rightarrow on attend d'avoir placé les autres par trouver une droite perpendiculaire

L_{45}

⑤ Placer O_{i-2} au point d'intersection entre Δ_{i-2} et $\perp_{i-2,i}$ on a donc

$$O_1 = \Delta_1 \cap \perp_{12} \Rightarrow \text{confondu avec } O_0$$

$$O_2 = \Delta_2 \cap \perp_{23} \Rightarrow \text{confondu avec } O_0 \text{ et } O_1$$

$$O_3 \Rightarrow \text{nous devons attendre d'avoir placé } \perp_{34}$$

$$O_4 = \Delta_4 \cap \perp_{45}$$

$$O_5 = \Delta_5 \cap \perp_{56}$$

⑥ Placer l'axe \vec{f}_{i-2} porté par Δ_{i-2}

↳ pour \vec{f}_2 , il est porté par Δ_2 en privilégiant AVANT, DROITE ou HAUT (dans notre cas on prend \vec{f}_2 ascendant)

↳ \vec{f}_2 porté par Δ_2 avec une direction avant

↳ \vec{f}_3 on doit attendre de construire \perp_{34}

↳ \vec{f}_4 porté par Δ_4 vers la droite

↳ \vec{f}_5 porté par Δ_5 vers l'avant

Tous les mouvements se font ainsi selon ou autour de l'axe \vec{f}_i

Placer l'axe \vec{x}_{i-2} porté par \perp_{i-2} et orienté de Δ_{i-2} vers Δ_i

(si elles s'intersectent alors privilégier la convention AVANT, DROITE ou HAUT)



On n'a pas pu placer les axes \vec{f}_3 et \vec{x}_3 :

Repérer le corps 3

On voit deux points d'intérêt en $\{O_0, O_1, O_2\}$ ou $\{O_4, O_5\}$ par ce robot. Le choix est arbitraire.

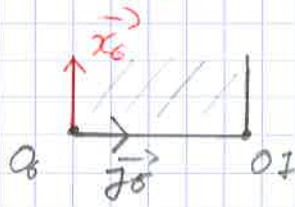
Plaçons O_3 en $\{O_5, O_4\}$

Il faut déterminer dans quelle direction mettre \perp_{34} . On peut choisir arbitrairement entre confondre avec $\{\perp_{45}, \perp_{56}\}$ ou avec Δ_5 .

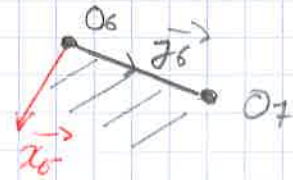
Choisissons arbitrairement \perp_{34} confondre avec $\{\perp_{45} \text{ et } \perp_{56}\}$

⑦ Retour aux règles spécifiques par construire R_6 tel que $O_6 \in \Delta_6$.

Ainsi, \vec{f}_6 porté par Δ_6 et \vec{x}_6 tel que $O_7 \in \text{plan défini par } (O_6; \vec{x}_6; \vec{f}_6)$
 Placer O_6 en amont de O_7 permet de plus de s'adapter au changement d'outil de l' O_7 .
 \vec{x}_6 est choisi tel que



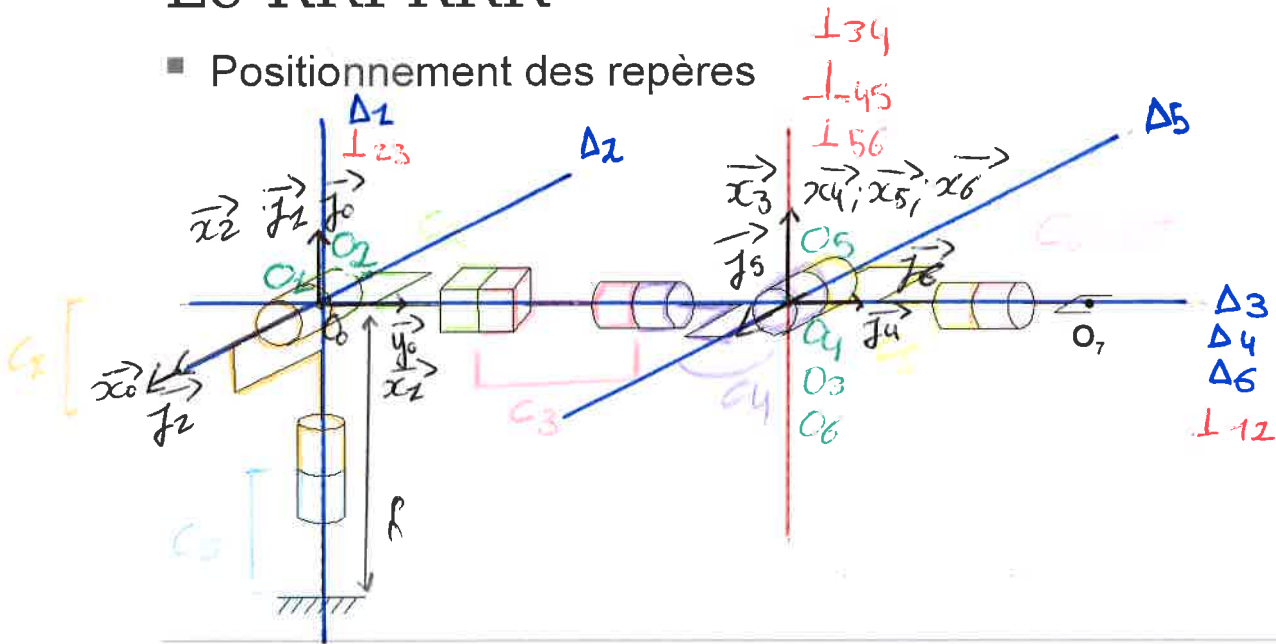
ou



MGD d'un bras industriel – Le RRPRRR

cf. notes
p 1 et 2

■ Positionnement des repères



MGD d'un bras industriel – Le RRPRRR

■ Paramètres de Denavit – Hartenberg modifiés

L_i	1	2	3	4	5	6
Param.						
σ_i						
a_{i-1}						
α_{i-1}						
r_i						
θ_i						
$q_{i\text{fig}}$						

