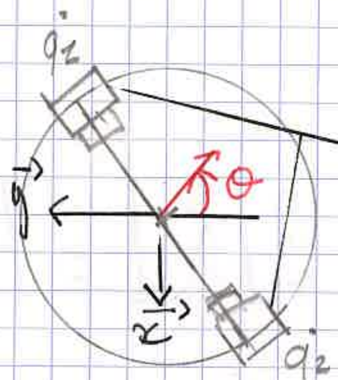
M. TAIX

12/09/2022

Robotique Mobile et Navigation

II. Modèle Cinématique de Robot Mobile à roues :

N.B : Les robots industriels sont souvent circulaire car si collision évitée par un angle θ quelconque alors pas de collision $\forall\ \theta + 2k\pi\ ;\ k \in \mathbb{Z}$

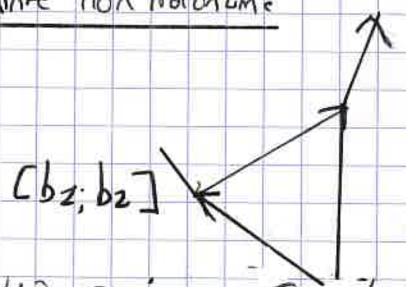


Exemple: $\begin{bmatrix} -s\theta & c\theta & 0 & 0 \\ c\theta & s\theta & 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = 0$

peut s'écrire sous la forme $A^T \cdot \dot{q} \cdot \dot{a}$

$A^T(q)\ B(q) = 0 \iff B(q) = \begin{bmatrix} c\theta & 0 \\ s\theta & 0 \\ 0 & 1 \\ -\frac{1}{R} & 0 \end{bmatrix}$

Contrainte non holonome



(1) $(1)+(4)$ $2\dot{x}_c = r_2\ i(\dot{q_1}\ \dot{q_2})$

(2) $(2)+(3)$ $2\dot{y}_c = r.s.\theta\ (\dot{q_1} + \dot{q_2})$

$\iff \begin{cases} \dot{x}_c = c\theta\, v_c = \theta\left(\frac{2(\dot{q_1} + \dot{q_2}}{2}\right) \\ y_c = s\theta\, v_s \end{cases}$

$\dot{\theta} = w = \frac{r}{2p} = (\dot{q_1} - \dot{q_2})$

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \\ \dot{\theta}_c \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{B(k)} \begin{bmatrix} v_c \\ \omega \end{bmatrix}$$

Cela donne $\dot{x}_c = c\theta\, v_c$
$\dot{y}_c = s\theta\, v_c$

<u>Contrainte non holonome :</u> $s\theta\, \dot{x}_c = c\theta\, \dot{y}_c$

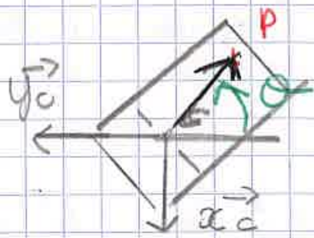
$\tan(\theta) = \frac{\dot{y}_c}{\dot{x}_c}$

Calcul de la vitesse d'un point quelconque du robot :

$$V_P = \underset{\begin{pmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \\ 0 \end{pmatrix}}{V_C} + \underset{\theta}{\vec{\Omega}} \wedge \vec{CP} = \begin{bmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{y}_p \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

on est dans le plan

<u>N.B :</u> $\begin{bmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{y}_p \end{bmatrix} = \underset{(2\times 3)}{\begin{bmatrix} & \end{bmatrix}} \begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$



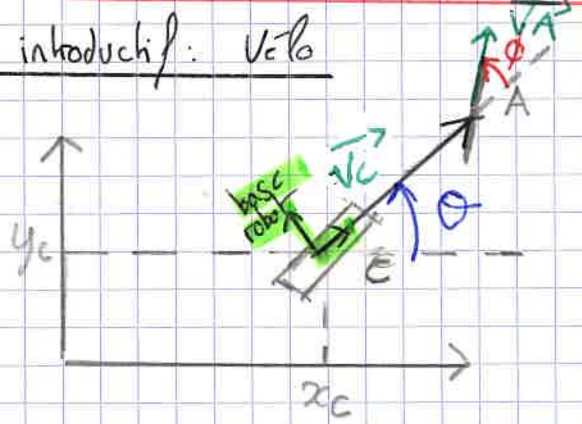
<u>En imposant le point P :</u> $\begin{bmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{y}_p \end{bmatrix} = \underset{(2\times 2)}{\begin{bmatrix} & \end{bmatrix}} \begin{bmatrix} v_c \\ \omega \end{bmatrix}$

Revenant au même que $\begin{bmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{y}_p \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

Si $P \notin$ axe des moteurs alors A^{-1} existe.

III. Modèle cinématique pour un robot mobile de type voiture

<u>Cas introductif : Vélo</u>



$$\vec{V_A} = \vec{V_C} + \vec{\Omega} \wedge \vec{CA}$$

$$\begin{bmatrix} v_a \cdot \cos(\phi) \\ v_a \cdot \sin(\phi) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_c \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} L \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$ (base du robot)

$v_a \cdot \cos(\phi) = v_c$

$v_a \sin(\phi) = \dot{\theta} L$

$\tan(\phi) = \frac{\dot{\theta} L}{v_c}$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & 0 \\ \frac{\tan(\phi)}{L} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c \\ \omega_A \end{bmatrix}$$