Modèle d'ordre 4

$$x_4(t) = \begin{pmatrix} i_L(t) \\ i_c(t) \\ \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \end{pmatrix}$$

$$u(t) = v_m(t)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_4 = A_4 \, x_4 + B_4 \, u \\ y = C_4 \, x_4 \end{cases}$$

Réduction d'ordre

$$\boxed{\text{Pour } i_2(t)}$$

$$\frac{I_2(p)}{V_m(p)} = \alpha \frac{\Omega_m(p)}{V_m(p)}$$

(dans la bande $\omega < 10^5 \text{ rad s}^{-1}$)

donc on approxime $\forall t$ $i_2(t) \approx \alpha\, \omega_m(t)$

$$x_3(t) = \begin{pmatrix} i_1(t) \\ \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \end{pmatrix}$$

$$\dot{x}_3 = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} A_4 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{A_3} x_3 + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} B_4}_{B_3} u$$

$\boxed{\text{Pour } i_1(t)}$

méthode 1

Dans la bande passante

$$\frac{I_1(p)}{V_m(p)} \sim \beta$$

Donc on approxime $\forall t \quad i_1(t) = \beta u_m(t)$

$$x_2(t) = \begin{pmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \end{pmatrix}$$

$$\dot{x}_2 = \overbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} A_3 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}^{A_2} x_3$$

$$+ \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \left(B_3 + A_3 \begin{bmatrix} \beta \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right)}_{B_2} u$$

méthode 2

On néglige $\left| L \frac{di_1}{dt}(t) \right|$ devant

$\left| R\, i_1(t) \right|$

$$v_m(t) = R\, i_1(t) + \cancel{L \frac{di_1}{dt}(t)} + e_1(t)$$

donc $$i_1(t) = \frac{1}{R} v_m(t) - \frac{K_e}{R} \omega_m(t)$$

$$x_2(t) = \begin{pmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \end{pmatrix}$$

$$\dot{x}_2 = \overbrace{\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix} A_3 \begin{bmatrix}0 & -\frac{K_e}{R}\\ 1&0\\0&1\end{bmatrix}}^{A_2} x_2 + \underbrace{\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}\left(B_3 + A_3\begin{bmatrix}\frac{1}{R}\\0\\0\end{bmatrix}\right)}_{B_2} u$$

OBJECTIFS

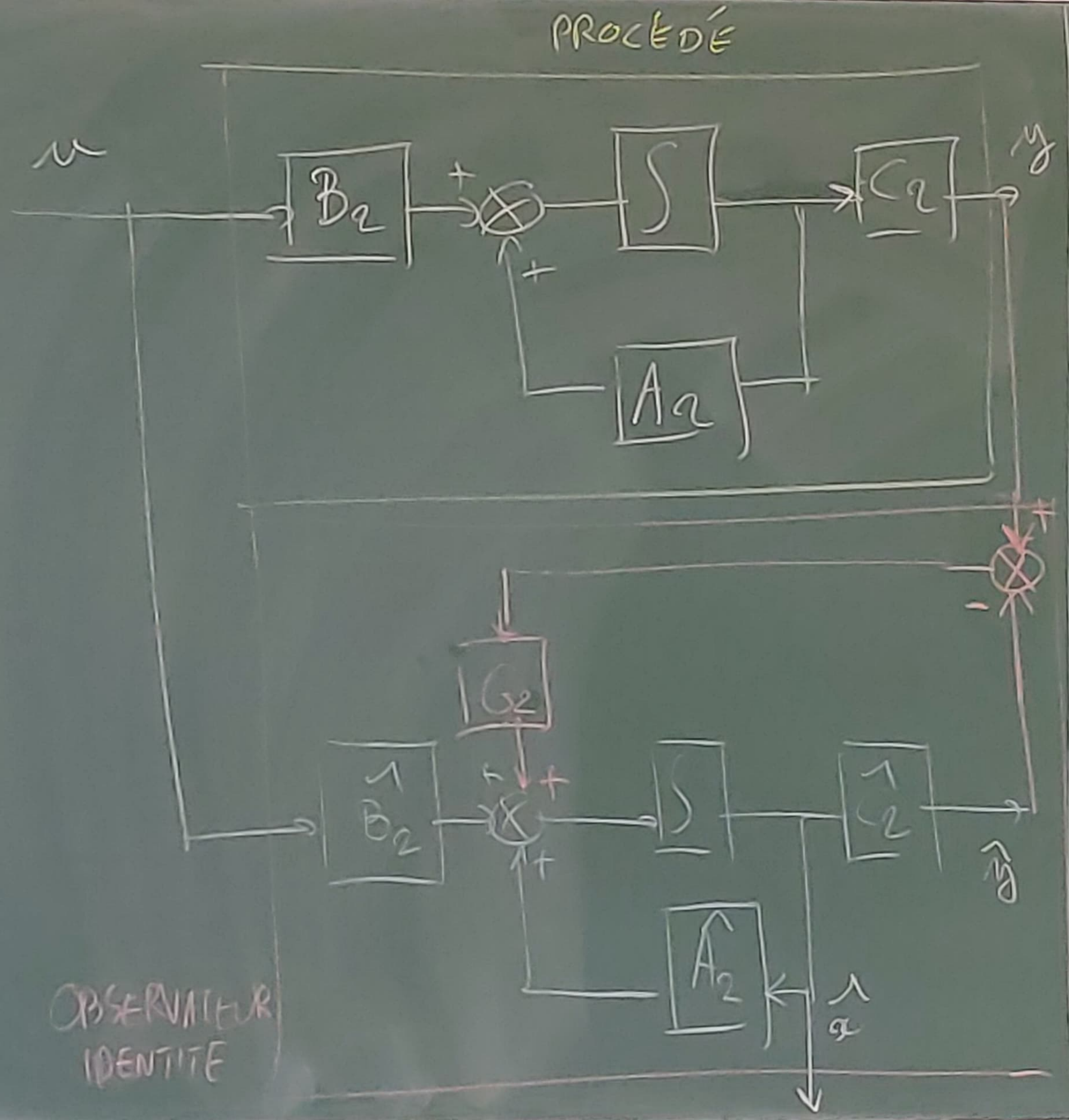
- Asservissement stable
- Erreur statique nulle

- Temps de réponse $\approx 0,5$ s

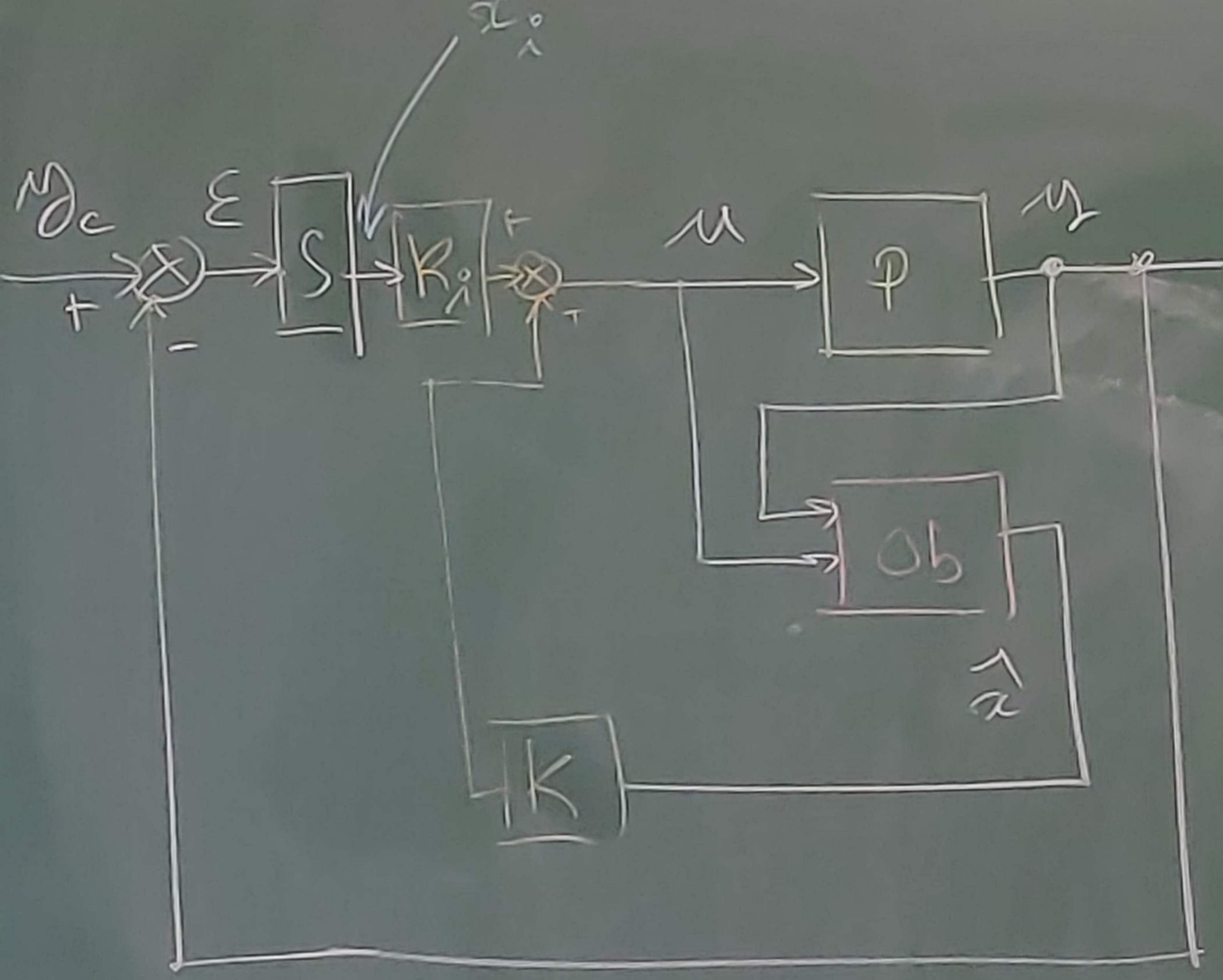
- Non oscillant / pas de dépassement

COMMANDE RE + intégrateur

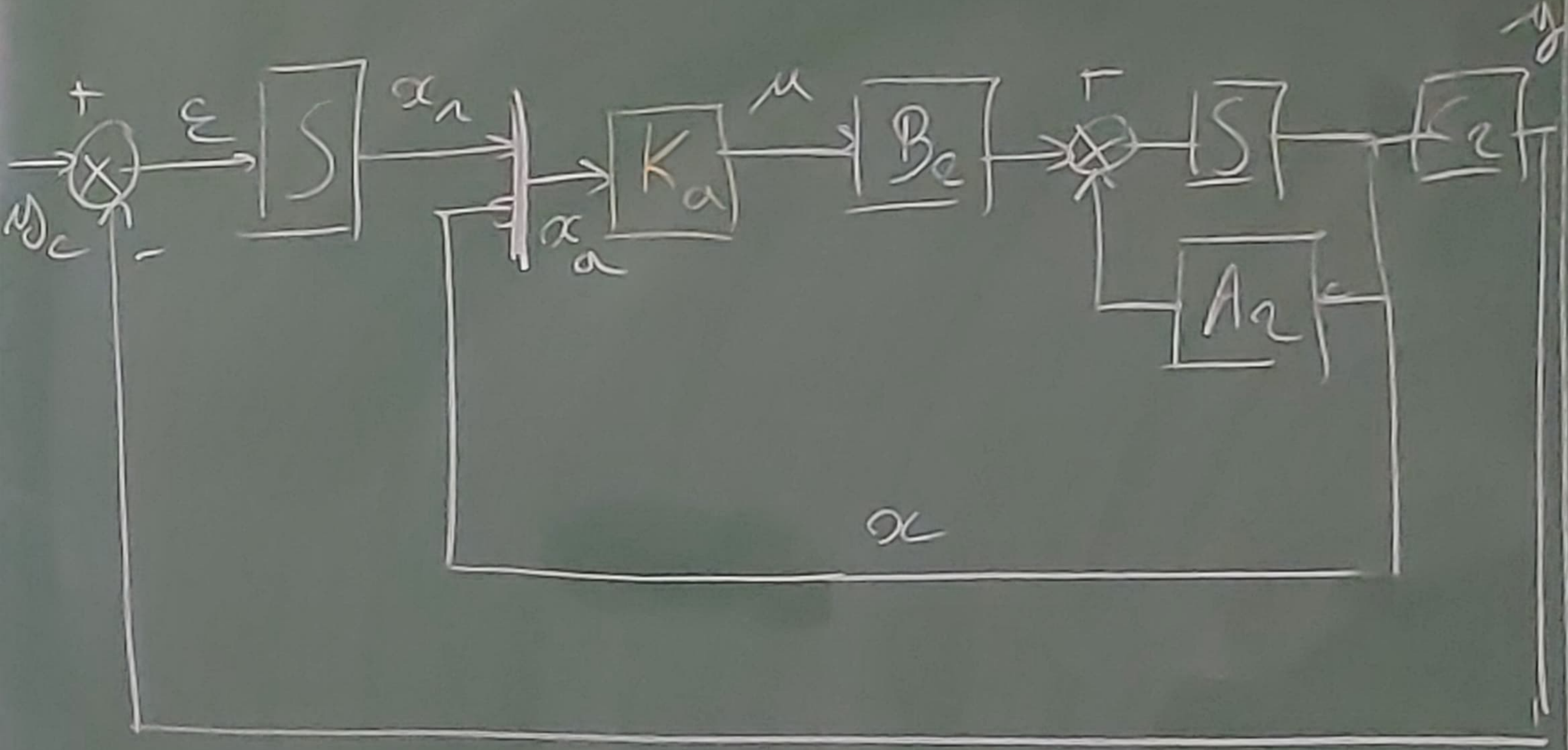
Obs Id



PROCÉDÉ
u
y
B2
S
C2
A2
+
+
+
+
-
G2
B2
S
C2
A2
+
+
ŷ
x̂
OBSERVATEUR
IDENTITÉ


y_c
ε
+
−
S
x_i
K_i
u
P
y
Ob
$\hat{x}$
K

Calcul du retour d'état



→ équation dynamique de $\begin{cases} \text{Procédé} \\ \text{Dynamique de commande} \end{cases}$

$$\begin{cases} \dot{x} = A_2\, x + B_2\, u \\ y = C_2\, x \\ \dot{x}_i = y_c - y \\ x_a = \begin{pmatrix} x_i \\ x \end{pmatrix} \end{cases}$$

$$\dot{x}_a = \underbrace{\left[\begin{array}{c|c} 0 & -C_2 \\ \hline 0 & A_2 \end{array}\right]}_{Aa} x_a + \underbrace{\left[\begin{array}{c|c} 0 & 1 \\ \hline B_2 & 0 \end{array}\right]}_{Ba} \begin{pmatrix} u \\ y_c \end{pmatrix}$$

Retour d'état

$$\boxed{u = K_a x_a}$$

$$= \begin{bmatrix} K_i & K \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ x \end{pmatrix}$$

En boucle fermée :

$$\dot{x}_a = \left[\begin{array}{c|c} 0 & -C_2 \\ \hline B_2 K_i & A_2 + B_2 K \end{array}\right] x_a + \left[\begin{array}{c} 1 \\ \hline 0 \end{array}\right] y_c$$

Calcul de l'observateur

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx$$

$$\begin{cases} \dot{z} = Fz + Gy + Hu \\ \hat{x} = Mz + Ny + Ou \end{cases}$$

Hyp : $M = I \qquad N = 0 \qquad O = 0$

$$\varepsilon = x - \hat{x}$$

$$\dot{\varepsilon} = Ax + Bu - (Fz + Gy + Hu)$$

$$= (A - GC)x - Fz$$

$$+ (B - H)u$$

$$\boxed{\dot{\varepsilon} = (A - GC)\varepsilon + 0u}$$

Si $F = A - GC$ et $B = H$

1) Examiner sur x_2

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_a \\ \dot{\varepsilon} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_a \\ \varepsilon \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} y_c$$

l'équation dynamique du procédé + obs + commande RE_{int}

Vérifier que

- $\dfrac{Y(p)}{Y_c(p)}$ a les bons modes désirés

- la dynamique de ε est autonome

$$\dot{\varepsilon} = F\varepsilon$$

2) Exprimer sur x_3

Effectuer les même vérifications

3) Exprimer sin x 4

Effectuer les mêmes vérifications

1)

$$\dot{x}_a = \overbrace{\begin{bmatrix} 0 & -C_2 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix}}^{A_a} x_a + \overbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ B_2 \end{bmatrix}}^{B_a} u + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} y_c$$

$$\dot{\hat{x}} = (A_2 - G C_2)\hat{x} + G y + B_2 u$$

$$\varepsilon = x_2 - \hat{x}$$

$$y = C_2 x_2$$

$$u = \begin{bmatrix} K_1 & K \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \hat{x} \end{pmatrix},$$

$$\dot{\varepsilon} = \dot{x}_2 - \dot{\hat{x}}$$

$$= \left(A_2 x_2 + \cancel{B_2 u}\right) - \left((A_2 - G C_2)\hat{x} + G y + \cancel{B_2 u}\right)$$

$$= (A_2 - G C_2) x_2 - (A_2 - G C_2)\hat{x}$$

$$\dot{\varepsilon} = (A_a - G C_a)\,\varepsilon$$

$$\dot{x}_a = A_a \; x_a + B_a \; K_a \begin{pmatrix} x_i \\ \hat{x} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} y_c$$

$$a \qquad \hat{x} = x_a - \varepsilon$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & I \end{bmatrix} x_a - \varepsilon$$

$$\dot{x}_a = A_a\, x_a + B_a \begin{bmatrix} k_i & K \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ \begin{bmatrix} 0 & I \end{bmatrix} x_a \end{pmatrix}_{x_a} \cdots$$

$$- B_a \begin{bmatrix} K_1 & K \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \varepsilon \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} y_c$$

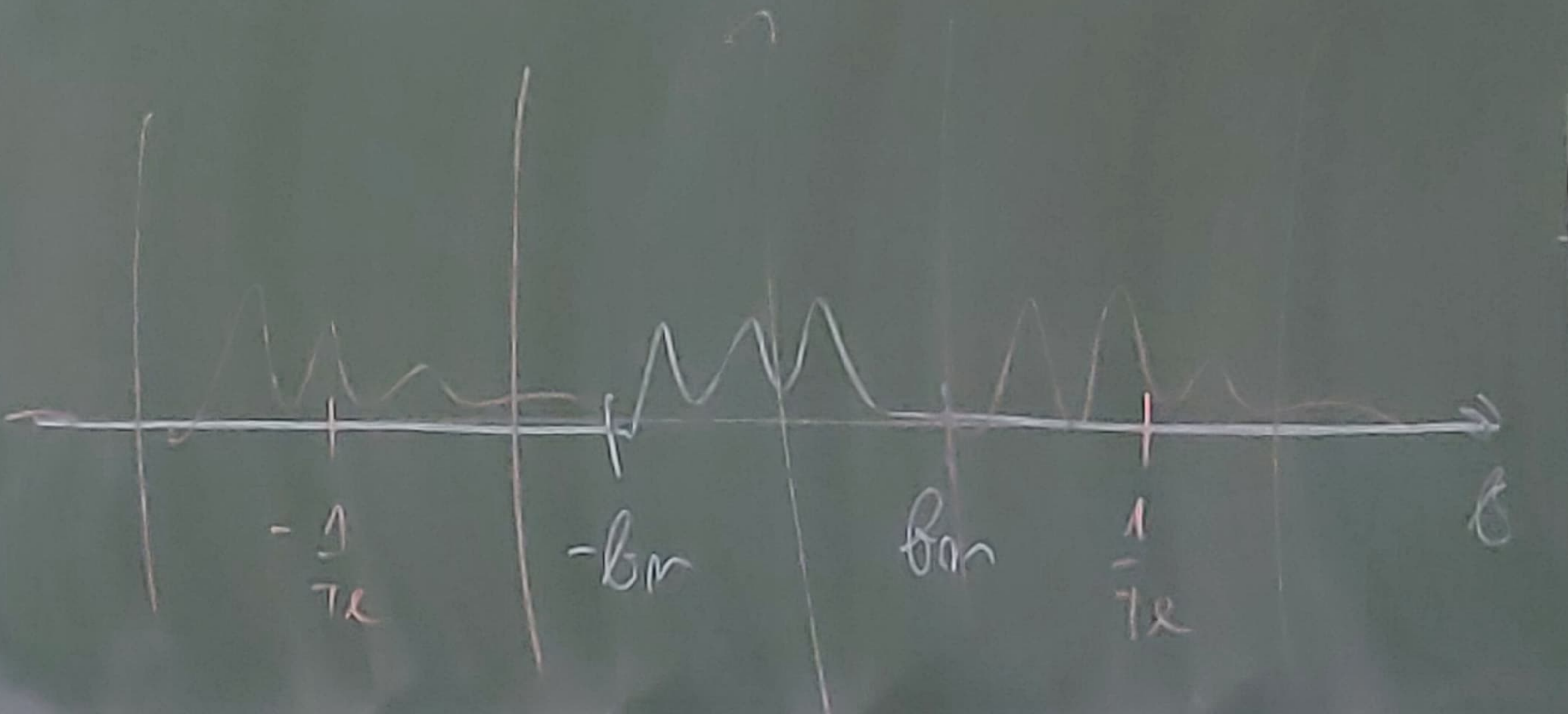
$$\dot{x}_a = \left(A_a + B_a K_a \right) x_a - B_a K \varepsilon + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} y_c$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_a \\ \dot{\varepsilon} \end{pmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} A_a + B_a K_a & -B_a K \\ \hline 0 & A_2 - G C_2 \end{array}\right] \begin{pmatrix} x_a \\ \varepsilon \end{pmatrix} + \left[\begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ \hline 0 \end{array}\right] y_c$$

l'équation dynamique du procédé + obs + commande RE int

$$\begin{tikzcd}[column sep=large, row sep=large]
\text{Signal continu } s(t) \arrow[r, shift left, "TF"] \arrow[d, "\text{ech } T_e"'] & \hat{s}(f) \arrow[l, shift left, "TF^{-1}"] \arrow[d, "\text{périodisation } \frac{1}{T_e}"] \\
\text{Signal échantillonné } s_e(t) \arrow[r, shift left, "TF"] & \hat{s}_p(f) \arrow[l, shift left]
\end{tikzcd}$$

? $\left(\frac{1}{T_e} > 2 f_m\right.$



⚠ pas de f_m dans nos signaux

→ réponse indicielle

$$"Y(p) = F(p)\,\frac{1}{p}"$$