23/11/2022

Linéarisation par bouclage

Une première classe de système

La non linéarité n'est pas au niveau de u pour utiliser la première méthode. On pose un nouvel état comme changement de variable

$$\begin{cases} z_1 = x_1 \\ z_2 = a\sin(x_2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = a\cos\left[\arcsin\left(\frac{z_2}{a}\right)\right]\left[-z_1^2+u\right] \\ \quad = \sqrt{a^2-z_2^2}\,(-z_1^2+u) \end{cases}$$

$u = z_1^2 + \dfrac{v}{\sqrt{a^2-z_2^2}}$ avec $\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = v \end{cases}$

Principe de la linéarisation Entrée/Sortie

Objectif : Suivre une trajectoire $y_d(t)$

$e = y - y_d$ et $e_1 = e$

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = \dot{e} = \dot{y} - \dot{y}_d = e_2 \\ \dot{e}_2 = v - \ddot{y}_d \end{cases}$$

On choisit $v = -k_1 e_1 - k_2 e_2 + \ddot{y}_d$

En boucle fermée :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 \\ \dot{e}_2 = -k_1 e_1 - k_2 e_2 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ si $\begin{cases} k_1 > 0 \\ k_2 > 0 \end{cases}$ alors $e_1 \to 0$ et $e_2 \to 0$ lorsque $t \to +\infty$

et donc $y(t) \to y_d(t)$

On peut suivre tout type de trajectoire tant que y_d est dérivable deux fois. On peut fixer les pôles avec k_1 et k_2.

En pratique, on ne connait pas explicitement $y_d(t)$ et il faut de la mesure.

Remarque (sur les deux exemple)

24/11/2022

Problème : Nous sommes partis d'un modèle de dimension 3 or nous avons maintenant une commande qui agit sur 2 états issu de la transformation.

Il nous faudrait nous assurer que les 3 états convergent avec cette commande.

Le degré relatif du système considéré dans l'exemple est de 2.

Exemple :
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 \\ \dot{x}_2 = x_2 \\ y = -x_1 + x_2 \end{cases} \qquad \begin{array}{l} x_1(0) = 1 \\ x_2(0) = -1 \end{array}$$

$\Rightarrow y(t) = +e^t - e^t = 0$ ne reflète pas la dynamique des 2 variables internes qui explosent mais se compensent.

Objectif : Etudier la dynamique interne pour vérifier qu'elle converge ou qu'elle soit bornée

La dérivée de Lie - Crochet de Lie

Exemple :
$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ y = h(x) \end{cases}$$

$$\dot{y}(t) \frac{d}{dt} h(x) = \frac{\partial h}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial h}{\partial x} \cdot f(x) = L_f h$$

$$\ddot{y}(t) = \frac{d}{dt} \cdot L_f h = \frac{\partial L_f h}{\partial x} \cdot f = L_f L_f h = L_f^2 h$$