

Лабораторная работа 3.2.5

Сидорчук Максим, Б01-304

6 декабря 2024 г.

1. Аннотация

В данной работе проводится исследование вынужденных колебаний и процессов их установления под воздействием внешней ЭДС, которая гармонически меняется со временем; а также расчёт добротности контура несколькими способами: через исследование резонансных кривых, процессов установления и затухания колебаний; а также теоретически.

2. Теоретические сведения

Колебания в RLC-контуре представляют собой суперпозицию двух синусоид:

$$I = Be^{-\gamma t} \sin(\omega t - \Theta) + \frac{\mathcal{E}_0 \Omega}{L \rho_0} \sin(\Omega t - \psi),$$

При подключении контура к синусоидальной ЭДС собственные колебания с частотой ω со временем затухают. Однако при совпадении внешней частоты Ω и собственной ω возникает резонанс, при котором амплитуда вынужденных колебаний достигает максимального значения. Зависимость амплитуды установившихся колебаний от внешней частоты называется резонансной кривой.

Для достоверного исследования резонансной кривой необходимо, чтобы импеданс исследуемого участка цепи не зависел от импеданса источника питания даже на резонансе. С этой целью в работе используется параллельный колебательный контур. Зависимость напряжения для конденсатора $C \cdot U(\Omega)$ будет практически такой же, как в последовательном контуре при условии, что импедансы возбуждающей и измеряющей цепей существенно больше, чем импеданс исследуемой цепи. Таким образом,

$$\frac{1}{\omega C_1} \gg \frac{L}{RC}, \quad R_O \gg \frac{L}{RC},$$

где $R_O \simeq 1 \text{ Ohm}$ – сопротивление на входе осциллографа.

По ширине резонансной кривой определяется добротность контура из формулы:

$$Q = \frac{\omega_0}{2\Delta\Omega} = \frac{\nu_0}{\Delta\nu}, \quad (1)$$

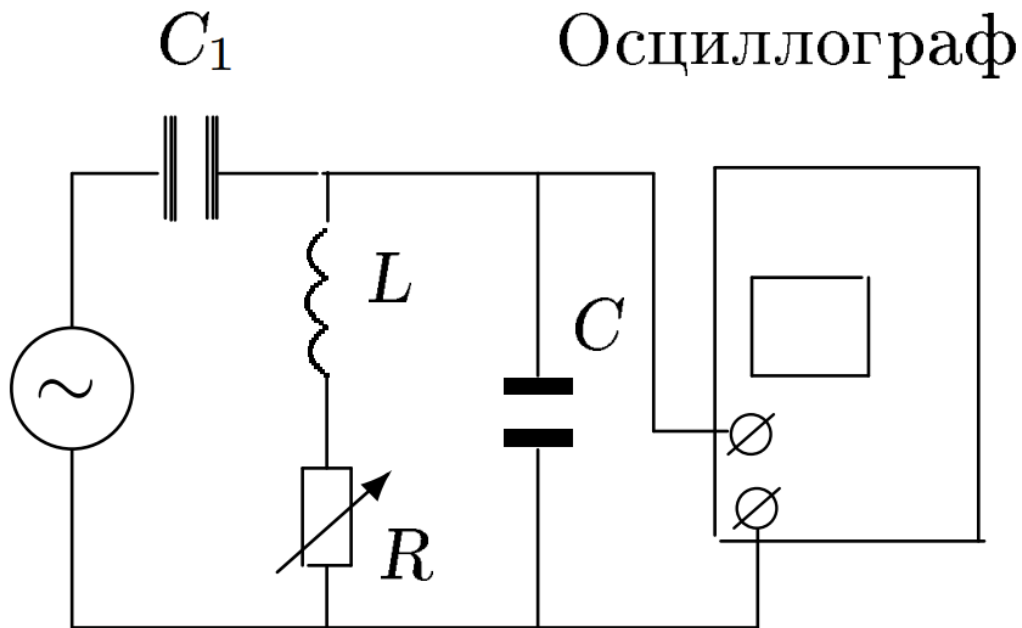


Рис. 1: Схема параллельного колебательного контура

где $\omega_0 = 2\pi\nu_0$ – резонансная циклическая частота.

Добротность контура также можно определить по скорости возрастания амплитуды вынужденных колебаний, а также по скорости затухания свободных при резонансном значении частоты (что немаловажно). Обоими этими способами можно воспользоваться, если подавать колебания в контур цугами, то есть отрезками синусоиды в несколько периодов.

2.1 Расчётные формулы

Все формулы и расчёты приведены в системе СИ.

Теоретическое определение резонансной частоты проводится по формуле:

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Для определения добротности первым способом будем использовать формулу 1, измеряя $\Delta\Omega$ на уровне 0.7 от резонансной амплитуды.

Для определения вторым способом применим формулы:

$$\begin{aligned}\Theta_{\searrow} &= \frac{1}{n} \ln \frac{U_k}{U_{k+n}}, \\ \Theta_{\nearrow} &= \frac{1}{n} \ln \frac{U_0 - U_k}{U_0 - U_{k+n}}, \\ Q &= \frac{\pi}{\Theta}.\end{aligned}$$

Добротность также можно рассчитать теоретически через параметры контура по формуле:

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

3. Оборудование

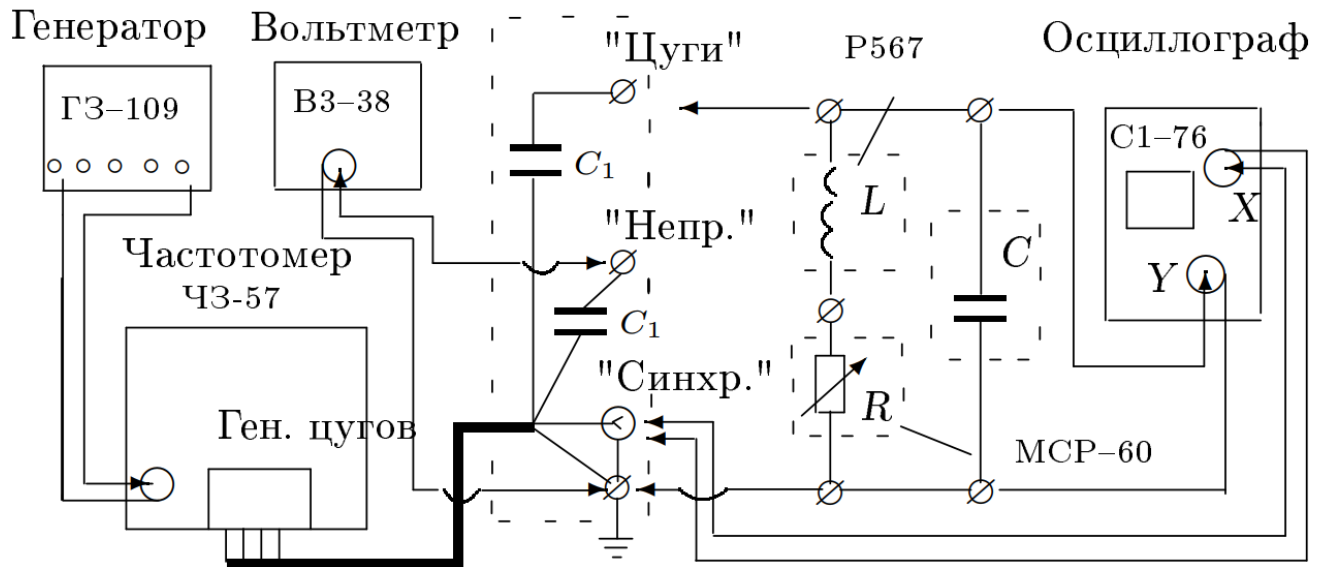


Рис. 2: Схема экспериментальной установки

4. Результаты измерений и обработка данных

4.1 Нахождение критического сопротивления

Для нахождения критического сопротивления было произведено измерение зависимости логарифмического декремента затухания от сопротивления магазина:

N	1	2	3	4	5	6	7
R	370	740	1100	1480	1850	2200	2590
Θ	0.357	0.630	0.953	1.272	1.615	2.036	2.391

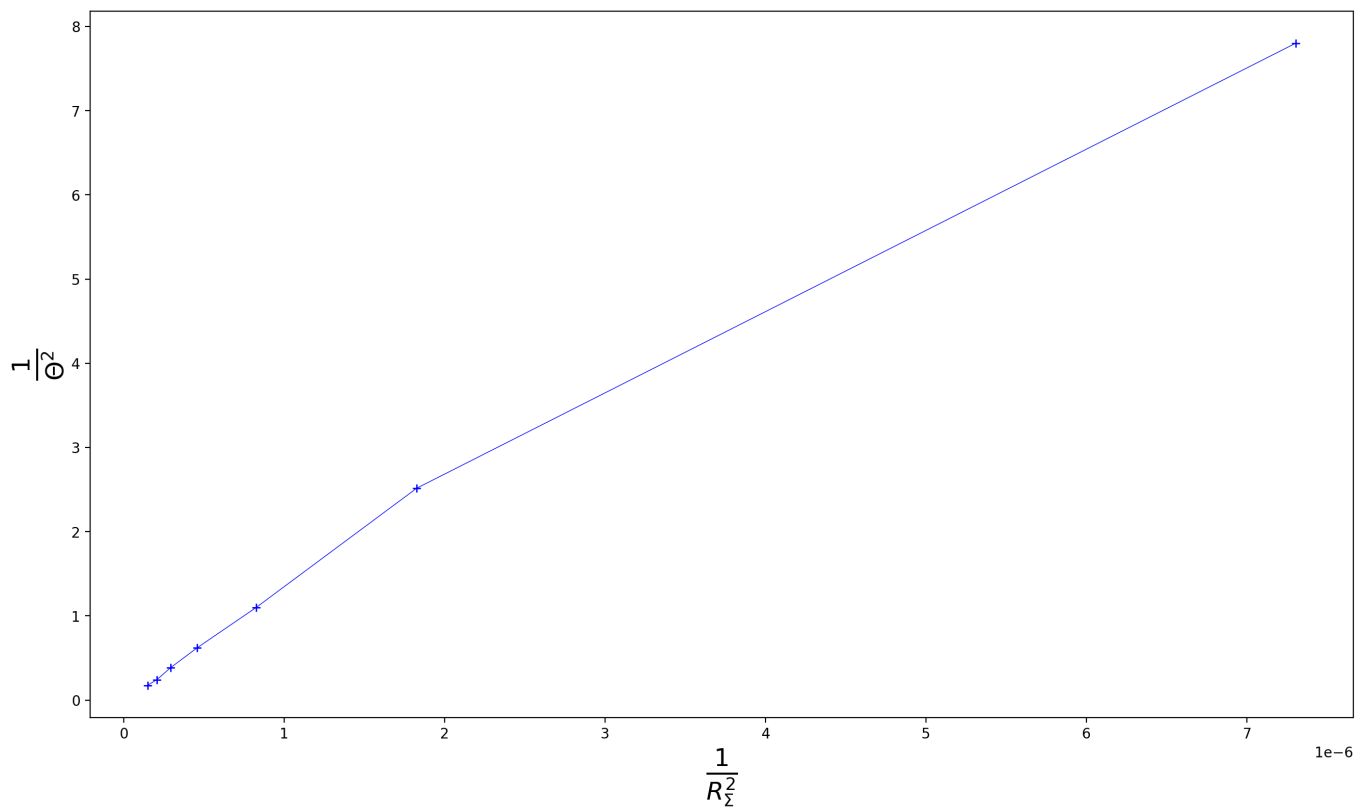
По теории, $R_{cr}^{thr} = 2\sqrt{LC} = 7313.5 \text{ Ом}$.

Экспериментально было получено значение $R_{cr}^{real} = 7400 \text{ Ом}$.

Построим график $\frac{1}{\Theta^2} = f\left(\frac{1}{R^2}\right)$

Из наклона прямой на первых 6 точках определим критическое сопротивление.

$$R_{cr}^{thr2} = 7599.29 \text{ Ом}$$



$R, \text{ Ом}$	$\nu_0, \text{ Гц}$	$U_0, \text{ В}$
0	1574	8.6
100	1574	1.9

Таблица 1: Резонансные значения

4.2 Исследование резонансных кривых

По формуле 2.1 рассчитаем теоретическую частоту резонанса:

$$\nu_0 \approx 1592 \text{ Гц}$$

$$\nu_0^{\text{эксп}} \approx 1574 \text{ Гц.}$$

В таблице 1 указаны резонансные значения напряжений

Результаты исследования резонансных кривых отображены в таблице 2, по которым был построен график на рис. 3 в безразмерных координатах. По нему на уровне $U/U_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ определим ширину резонансной кривой и по формуле (1) рассчитаем:

$$\Delta\left(\frac{\nu}{\nu_0}\right)_{R=450} = 0.16 \pm 0.03,$$

$$\Delta\left(\frac{\nu}{\nu_0}\right)_{R=1250} = 0.38 \pm 0.07,$$

$$Q_{R=450} = \frac{1}{0.16} = 6.25,$$

$$Q_{R=1250} = \frac{1}{0.38} = 2.61,$$

R=450 Ом		R=1250 Ом	
Частота, Гц	Напряжение, В	Частота, Гц	Напряжение, В
5700	4.1	5000	1.66
5911	5.3	5157	1.82
6122	7.0	5315	2.06
6333	8.9	5473	2.3
6544	9.7	5631	2.56
6755	8.3	5789	2.94
6966	6.9	5947	3.3
7177	5.7	6105	3.46
7388	4.8	6263	3.76
7600	4.2	6421	3.86
		6578	3.98
		6736	3.94
		6894	3.86
		7052	3.72
		7210	3.62
		7368	3.38
		7526	3.2
		7684	3.1
		7842	2.94
		8000	2.86

Таблица 2: Исходные данные для резонансных кривых

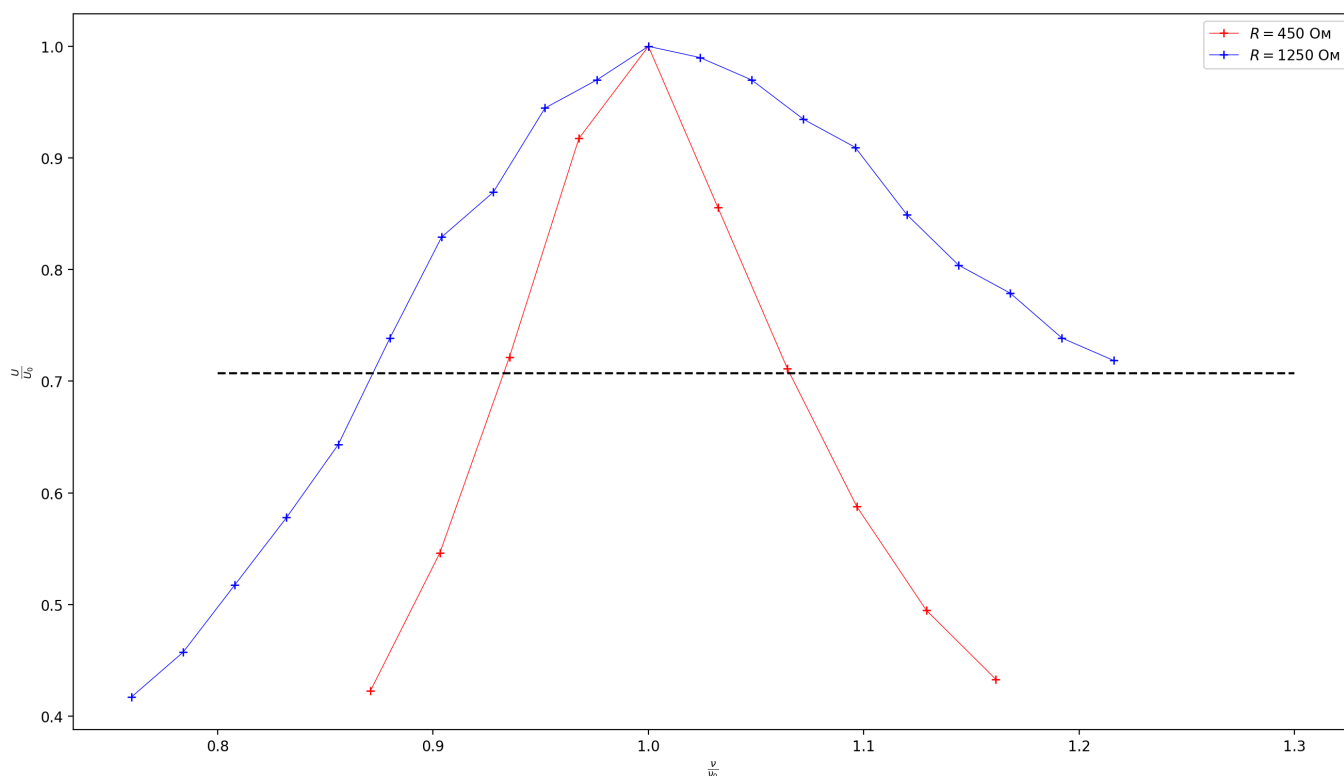


Рис. 3: График резонансных кривых в безразмерных координатах $\frac{U}{U_0}(\frac{\nu}{\nu_0})$

4.3 Исследование установления и затухания колебаний

Для каждого расчета построим таблицу.

U_k	U_{k+n}	n	Θ	Q
3.4	5.4	1	0.42	8.38
5.4	6.8	1	0.49	8.20
6.9	8	1	0.59	6.58
7.9	8.6	1	0.53	6.83

Таблица 3: Расчёт добротности на установлении при $R = 450$

U_m	U_{m+n}	n	Θ	Q
9.4	6.3	1	0.40	7.85
6.3	4.2	1	0.41	7.74
4.2	3.0	1	0.33	9.33
3.0	2.0	1	0.41	7.75

Таблица 4: Расчёт добротности на затухании при $R = 450$

Усредним эти значения:

$$Q_{R=450} = 7.83 \pm 1.5$$

U_k	$U_k + n$	n	Θ	Q
1.2	2.84	0.76	4.13	
2.84	3.68	0.87	3.58	
3.8	4.08	0.87	3.58	

Таблица 5: Расчёт добротности на установлении при $R = 1250 \text{ Ом}$

U_m	$U_m + n$	n	Θ	Q
4.28	4.0	0.36	46.43	
4	1.6	0.86	3.42	
1.6	0.84	0.55	4.87	

Таблица 6: Расчёт добротности на затухании при $R = 1250 \text{ Ом}$

$$Q_{R=1250} = 3.97 \pm 1.5$$

4.4 Теоретический расчёт

Определив параметры контура, занесём их в таблицу 7.

$\nu, \text{ Гц}$	$L, \text{ мГн}$	$R, \text{ Ом}$
50	100	44.6
500	99.953	44.3
1500	99.961	45.9

Таблица 7: Параметры RLC-контура

На их основе рассчитаем Q :

$$Q_{R=450} = 6.739 \pm 0.4$$

$$Q_{R=1250} = 2.574 \pm 0.3$$