



ВПВ по электродинамике и магнетизму  
Лабораторная работа 3.3.3 "Опыт Миллекена"

Сурженко Эдуард Б01-304

Сидорчук Максим Б01-304

Иванов Максим Б04-307

**Цель работы:** измерить электромагнитный заряд методом масляных капель. **В работе используется:** плоский конденсатор в защитном кожухе, осветитель, измерительный микроскоп, электростатический вольтметр, секундомер, переключатель напряжения, пульверизатор с маслом.

## 1. Методика эксперимента

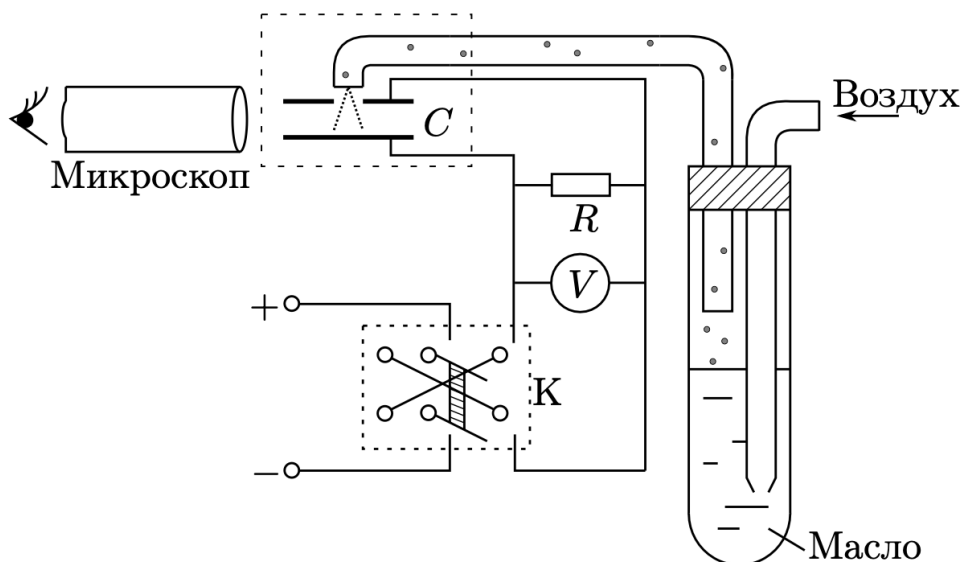


Рис. 1: Схема установки

Через маленькое отверстие верхней пластины конденсатора  $C$  разбрызгиваем капли масла. Из-за трения о воздух капли приобретают случайный по абсолютной величине и знаку электрический заряд.

Подаём на пластины конденсатора напряжение, которое будем измерять вольтметром  $V$ . Ключом  $K$  меняем направление поля в конденсаторе, чтобы можно было вернуть каплю на прежнее место и снова произвести измерение. В фокальной плоскости окуляра измерительного микроскопа виден ряд горизонтальных линий, расстояние между которыми равно  $0.25$  мм. Наблюдая за перемещением капли между линиями, можно определить пройденный каплей путь. Время  $t$  свободного падения капли от одной выбранной линии до другой и время  $t'$  её обратного подъёма, происходящего под действием сил электрического поля, измеряем секундомером. После размыкания ключа конденсатор разрядится через сопротивление  $R$ .

## 2. Теоретическое введение

Существование элементарного заряда приводит к дискретности значений заряда  $q$ :

$$q = 0, \pm e, \pm 2e, \pm 3e, \dots, \pm ne, \dots,$$

В данном опыте измеряется заряд малых капель масла, несущих несколько элементарных зарядов. Сравнив заряды между собой мы убедимся в их кратности элементарному заряду  $e$ .

### Уравнение движения капли

Рассмотрим свободное падение капли, применим второй закон Ньютона:

$$m \frac{dv}{dt} = mg - F_{\text{тр}},$$

При малых скоростях сила трения для сферической капли определяется формулой Стокса:

$$F_{\text{тр}} = 6\pi\eta r v = kv, \quad (1)$$

где  $r$  - радиус капли  $\eta$  - коэффициент вязкости трения воздуха. Подставляя (3) в (2) проинтегрируем уравнение по времени ( $v_0 = 0$ ), получим:

$$v = v_{\infty}(1 - e^{-kt/m}),$$

где  $v_{\infty}$  - установившаяся скорость падения

$$v_{\infty} = \frac{mg}{k} = \frac{\frac{4}{3}\pi\rho r^3 g}{6\pi\eta r} = \frac{2}{9} \frac{\rho}{\eta} g r^2.$$

где  $\rho$  - плотность масла. Согласно (4), установление скорости происходит за характерное время:

$$\tau = \frac{m}{k} = \frac{v_{\infty}}{g} = \frac{2}{9} \frac{\rho}{\eta} r^2.$$

Из-за очень малого размера капли, можно считать, что её движение всегда равно установившемуся.

Тогда зная время падения капли. Определим её радиус, обозначим пройденный путь через  $h \approx v_{\infty}t$ :

$$r = \sqrt{\frac{9\eta h}{2\rho g t}}. \quad (2)$$

Теперь рассмотрим движение капли при наличии электрического поля  $E = U/l$ . Если капля движется против  $g$  то уравнение принимает вид:

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{qU}{l} - mg - kv,$$

Дополнительная константа в правой части не изменяет постоянной времени  $\theta = \frac{k}{m}$ . Найдём новую установившуюся скорость, положим, что временем установления скорости можно пренебречь:

$$v'_\infty = \frac{qU}{kl} - v_\infty, \quad (3)$$

пусть  $t' = h/v'_\infty$  - время подъёма капли на начальную высоту. Используя равенства (1), (2) и (3), получим окончательную расчётную формулу для заряда капли:

$$q = 9\pi \frac{l}{U} \sqrt{\frac{2}{\rho g}} (\eta h)^{3/2} \frac{t + t'}{t^{3/2} t'}. \quad (4)$$

## Оценка погрешности

Дискретность заряда, можно определить если только погрешность измерения заряда много меньше элементарного заряда. Это условие легко выполнимо если кратность заряда -  $n$  - мала. В условиях нашего опыта трудно произвести измерения с точностью лучше 5%. Поэтому необходимо чтобы заряд капли был меньше  $20e$  (оптимально —  $5e$ ).

Проанализируем погрешность формулы (4). Из всех величин, входящих в формулу (4), на опыте измеряются только  $U, t, t'$ . Погрешность напряжения пренебрежимо мала, поэтому погрешность измерения  $q$  определяется в основном погрешностью времени  $\delta t$ .

При визуальных наблюдениях фактором, определяющим величину погрешности, выступает время реакции человека, которое практически не бывает меньше  $\delta t \approx 0,2$  с.

Из формулы (4) нетрудно определить погрешность:

$$\frac{\sigma_q}{q} = \sqrt{\frac{\sigma_U^2}{U^2} + \frac{\sigma_t^2 t_0^2}{t^2 (t_0 + t)^2} + \frac{\sigma_{t_0}^2}{4t_0^2} \left( \frac{3t + t_0}{t + t_0} \right)^2} \quad (5)$$

Из соотношения (5) следует, что погрешность будет минимальна, если времена  $t$  и  $t'$  — величины одного порядка. В этом случае для погрешности определения заряда имеем

$$\frac{\sigma_q}{q} = \sqrt{\frac{\sigma_U^2}{U^2} + \frac{\sigma_t^2}{4t_0^2} + \frac{\sigma_{t_0}^2}{t_0^2}}$$

### 3. Обработка результатов измерений

#### Условия эксперимента:

Расстояние между пластинами  $l = 0.725$  см, плотность масла  $\rho = 0.898$  г/см<sup>3</sup>, вязкость воздуха  $\eta = 1.85 \cdot 10^{-5}$  Па · с ( $T = 300$  К), цена деления окуляра  $b = 0.25$  мм,  $U_{\min} = 300$  В.

#### Определение величины элементарного заряда:

Для 14 капель проведём измерение их зарядов  $q$ , результаты представлены в таблице:

$N_{\text{зар}}$	$U_{\text{конд}}, \text{ В}$	$t_0, \text{ с}$	$t, \text{ с}$	$q_{\text{ср}} \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$	$n_{\text{шт}}$
1	300	32.68	9.59	$(6.09 \pm 1.506)$	4
2	400	28.88	7.91	$(5.81 \pm 1.245)$	4
3	400	26.48	8.06	$(6.08 \pm 1.528)$	4
4	400	18.46	3.06	$(17.17 \pm 3.163)$	10
5	400	16.11	3.39	$(17.18 \pm 3.484)$	10
6	400	22.47	10.15	$(5.83 \pm 0.923)$	4
7	400	26.26	9.05	$(5.62 \pm 1.523)$	3
8	400	25.44	8.86	$(5.87 \pm 1.531)$	4
9	400	21.69	10.33	$(5.95 \pm 1.681)$	4
10	400	32.03	6.90	$(6.03 \pm 1.530)$	4
11	400	24.04	3.77	$(12.13 \pm 3.194)$	7
12	400	27.91	7.22	$(6.40 \pm 1.827)$	4
13	400	8.72	7.20	$(1.65 \pm 0.271)$	1
14	400	12.24	4.52	$(16.72 \pm 3.531)$	10

Таблица 1: Таблица с результатами измерений

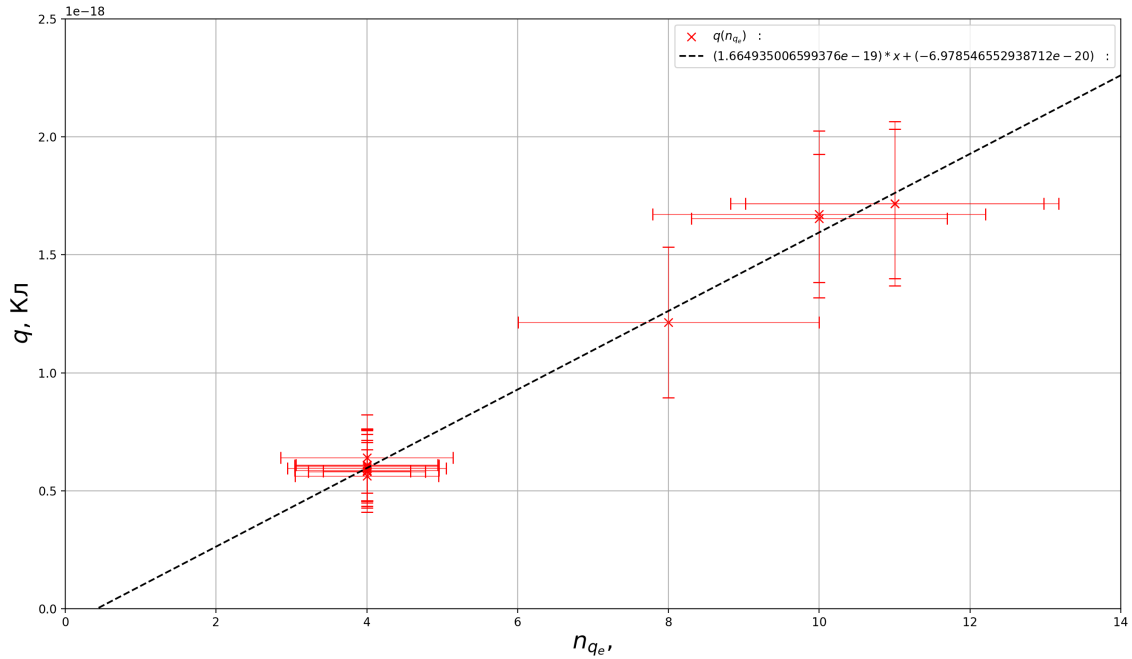


Рис. 2: График зависимости заряда капли масла от кол-ва элементарных зарядов

По наклону графика можно определить элементарный заряд электрона  $|e^-| = (1.67 \pm 0.06) * 10^{-19}$  Кл.

## 4. Сравнение с опытом Толмена

Пусть в единице объёма металла  $n$  свободных электронов. Так как движение зарядов хаотично и равновероятно, то их плотность тока равна 0. Пусть в какой-то момент возникло упорядоченное движение электронов со средней скоростью  $u$ . Тогда плотность возникшего тока через единицу площади равна:

$$j = enu$$

Рассмотрим неравномерное вращение металлогического кольца вокруг своей оси (линейная скорость равна  $v$ ). Если бы свободные электроны были крепко связаны с атомами и двигались совместно то движения положительных и отрицательных зарядов создавали бы токи равные и противоположно направленные, если же электроны были неподвижны то ток определялся бы только движением положительных зарядов:

$$j = -env = enu$$

Однако в действительности неравномерное движение кристаллической решётки увлекает за собой часть электронов, вследствие чего будет возникать переменный ток. Уравнение движения электронов примет вид:

$$m \frac{d}{dt}(v_w + u) = F$$

где  $(v_w + u)$  - полная скорость электрона, а  $F$  - действующая на него сила. Характеризуемая столкновениями между электронами и решёткой характеризующее сопротивление металла  $R$  и ЭДС индукции, сопротивляющаяся всякому изменению силы тока в проводнике характеризующее индуктивностью металла  $L$ . Обе эти силы зависят от  $u$  а не от полной скорости электронов, тогда получим:

$$m \frac{du}{dt} = F(u) - m \frac{dv_w}{dt}$$

где последнее слагаемое представляет собой силу инерции относительно движущейся системы. Воспользуемся непосредственно общим уравнением переменных токов.

$$\frac{1}{c} L \frac{dJ}{dt} + RI = \oint E_s^{\text{суп}} dS,$$

приравняв сторонней силе  $eE_s^{\text{суп}}$  силу инерции  $\frac{dv_w}{dt}$  получим:

$$\frac{1}{c} L \frac{dJ}{dt} + RI = -\frac{m}{e} \oint \frac{dv_w}{dt} dS = -\frac{ms}{e} \frac{dv_w}{dt}$$

где  $s$  -длина кольца. Проинтегрировав по времени получим от  $t = t_1$  до  $t = t_2$  полагая, что в эти промежутки ток обращается в 0.

$$R \int_{t_2}^{t_1} J dt = -\frac{ms}{e} (v_w(t_2) - v_w(t_1))$$

Этим соотношением Толмен воспользовался для определения отношения  $e/m$  в металле. Круглая проволочная катушка приводилась в движение и затем (в момент времени  $t_1$ ) тормозилась и приводилась в состояние покоя ( $v_w(t_2) = 0$ ) в течение доли секунды. В течении этого промежутка времени по катушке тёк ток, измеряемый неподвижным гальванометром. Измерив  $R \int_{t_2}^{t_1} J dt$  и  $v_w(t_1)$  и учтя все все побочные эффекты, можно рассчитать отношение  $m/e$  для носителей тока в металле.

полученное экспериментальное значение в опытах Толмена оказалось равным:

$$m/e = 4,58 \cdot 10^{-9} \text{Г/Кл} = 1,53 \cdot 10^{-18} \text{абс. ед. СГС},$$

$$e = 1,986 \cdot 10^{-19} \text{Кл}$$

Что согласуется по порядку величины со значением полученным при измерениях над свободными электронами в катодных лучах

$$m/e = 5,66 \cdot 10^{-9} \text{Г/Кл} = 1,9 \cdot 10^{-18} \text{абс. ед. СГС},$$

$$e = 1,608 \cdot 10^{-19} \text{Кл}$$

## 5. Вывод

В данном опыте мы получили значение элементарного заряда методом Миллекена  $e^- = 1.665 \cdot 10^{-19}$  Кл, что в пределах погрешности сходится с теоретическим значением, сравнив с методом получения элементарного заряда по Толмену, мы пришли к выводу, что в нашей работе реальный заряд электрона  $e^-$  определяется точнее, относительная погрешность в опыте Миллекена равняется 4.4%, в опыте Толмена она равна 23.05 %.