

# Лабораторная работа 3.2.5

Сидорчук Максим, Б01-304

23 ноября 2024 г.

## 1. Аннотация

В данной работе проводится исследование вынужденных колебаний и процессов их установления под воздействием внешней ЭДС, которая гармонически меняется со временем; а также расчёт добротности контура несколькими способами: через исследование резонансных кривых, процессов установления и затухания колебаний; а также теоретически.

## 2. Теоретические сведения

Колебания в RLC-контуре представляют собой суперпозицию двух синусоид:

$$I = Be^{-\gamma t} \sin(\omega t - \Theta) + \frac{\mathcal{E}_0 \Omega}{L \rho_0} \sin(\Omega t - \psi),$$

При подключении контура к синусоидальной ЭДС собственные колебания с частотой  $\omega$  со временем затухают. Однако при совпадении внешней частоты  $\Omega$  и собственной  $\omega$  возникает резонанс, при котором амплитуда вынужденных колебаний достигает максимального значения. Зависимость амплитуды установившихся колебаний от внешней частоты называется резонансной кривой.

Для достоверного исследования резонансной кривой необходимо, чтобы импеданс исследуемого участка цепи не зависел от импеданса источника питания даже на резонансе. С этой целью в работе используется параллельный колебательный контур. Зависимость напряжения для конденсатора  $C \cdot U(\Omega)$  будет практически такой же, как в последовательном контуре при условии, что импедансы возбуждающей и измеряющей цепей существенно больше, чем импеданс исследуемой цепи. Таким образом,

$$\frac{1}{\omega C_1} \gg \frac{L}{RC}, \quad R_O \gg \frac{L}{RC},$$

где  $R_O \simeq 1 \text{ Ohm}$  – сопротивление на входе осциллографа.

По ширине резонансной кривой определяется добротность контура из формулы:

$$Q = \frac{\omega_0}{2\Delta\Omega} = \frac{\nu_0}{\Delta\nu}, \quad (1)$$

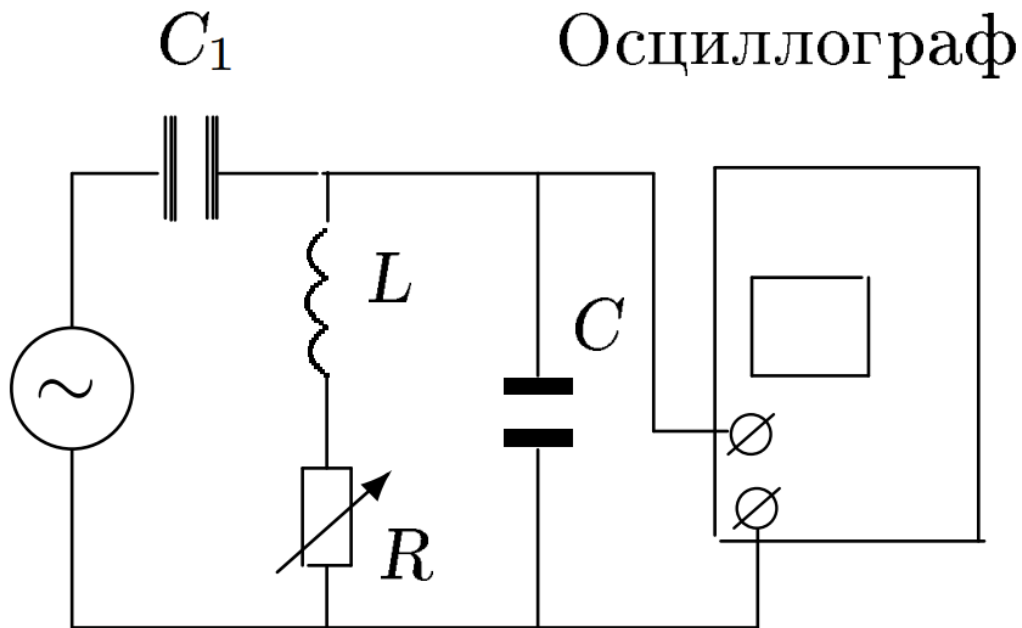


Рис. 1: Схема параллельного колебательного контура

где  $\omega_0 = 2\pi\nu_0$  – резонансная циклическая частота.

Добротность контура также можно определить по скорости возрастания амплитуды вынужденных колебаний, а также по скорости затухания свободных при резонансном значении частоты (что немаловажно). Обоими этими способами можно воспользоваться, если подавать колебания в контур цугами, то есть отрезками синусоиды в несколько периодов.

## 2.1 Расчётные формулы

*Все формулы и расчёты приведены в системе СИ.*

Теоретическое определение резонансной частоты проводится по формуле:

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Для определения добротности первым способом будем использовать формулу 1, измеряя  $\Delta\Omega$  на уровне 0.7 от резонансной амплитуды.

Для определения вторым способом применим формулы:

$$\begin{aligned}\Theta_{\searrow} &= \frac{1}{n} \ln \frac{U_k}{U_{k+n}}, \\ \Theta_{\nearrow} &= \frac{1}{n} \ln \frac{U_0 - U_k}{U_0 - U_{k+n}}, \\ Q &= \frac{\pi}{\Theta}.\end{aligned}$$

$R, \text{ Ом}$	$\nu_0, \text{ Гц}$	$U_0, \text{ В}$
0	1574	8.6
100	1574	1.9

Таблица 1: Резонансные значения

Добротность также можно рассчитать теоретически через параметры контура по формуле:

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

### 3. Оборудование

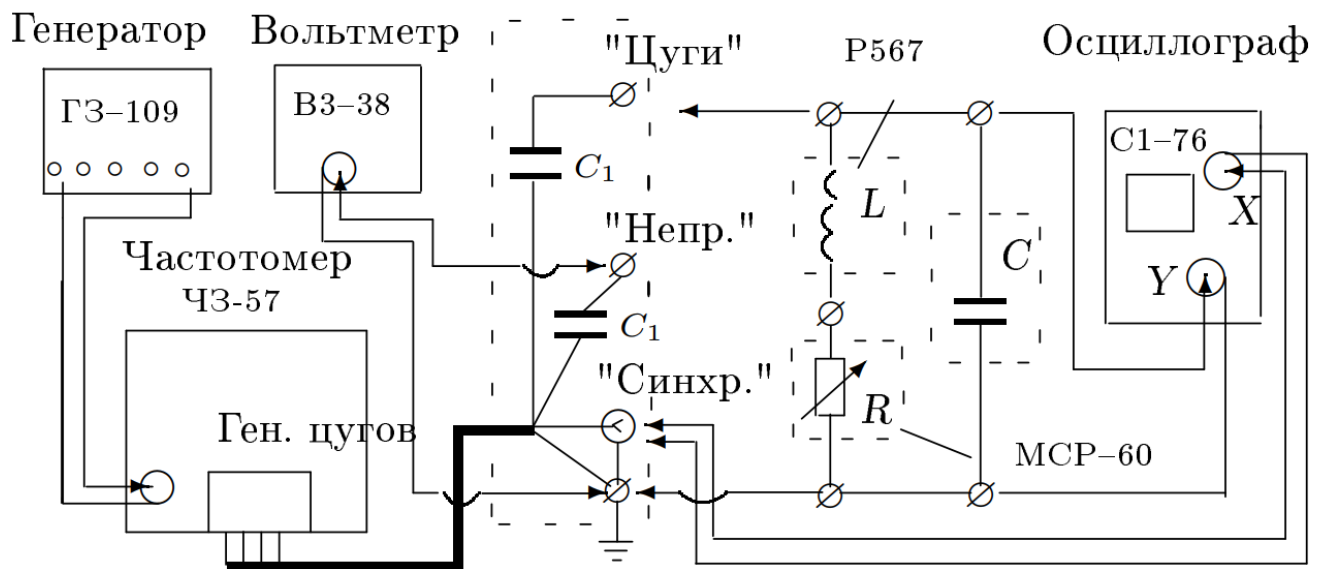


Рис. 2: Схема экспериментальной установки

## 4. Результаты измерений и обработка данных

### 4.1 Исследование резонансных кривых

По формуле 2.1 рассчитаем теоретическую частоту резонанса:

$$\nu_0 \approx 1592 \text{ Гц}$$

$$\nu_0^{\text{эксп}} \approx 1574 \text{ Гц.}$$

В таблице 1 указаны резонансные значения напряжений

Результаты исследования резонансных кривых отображены в таблице 2, по которым был построен график на рис. 3 в безразмерных координатах. По нему на уровне  $U/U_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}$  определим

R=450 Ом		R=1250 Ом	
Частота, Гц	Напряжение, В	Частота, Гц	Напряжение, В
5700	4.1	5000	1.66
5911	5.3	5157	1.82
6122	7.0	5315	2.06
6333	8.9	5473	2.3
6544	9.7	5631	2.56
6755	8.3	5789	2.94
6966	6.9	5947	3.3
7177	5.7	6105	3.46
7388	4.8	6263	3.76
7600	4.2	6421	3.86
		6578	3.98
		6736	3.94
		6894	3.86
		7052	3.72
		7210	3.62
		7368	3.38
		7526	3.2
		7684	3.1
		7842	2.94
		8000	2.86

Таблица 2: Исходные данные для резонансных кривых

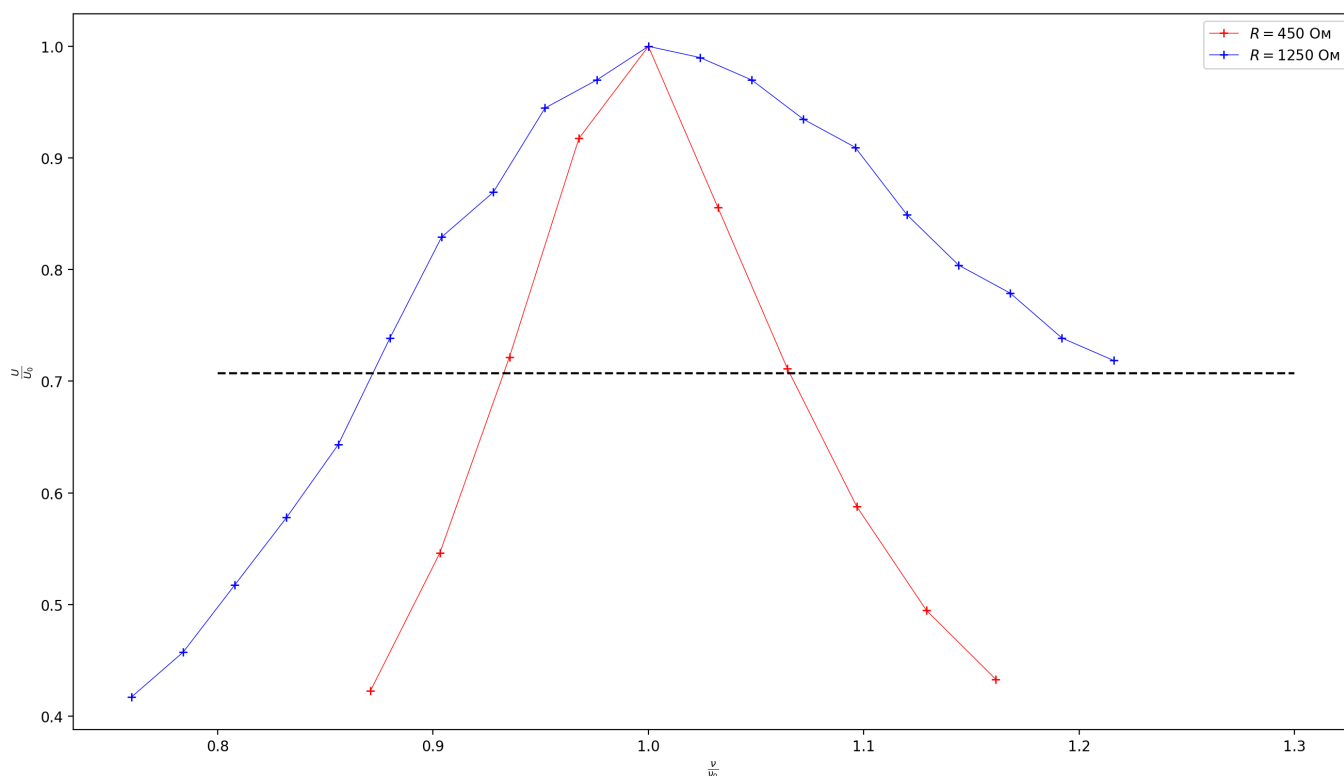


Рис. 3: График резонансных кривых в безразмерных координатах  $\frac{U}{U_0}(\frac{\nu}{\nu_0})$

ширину резонансной кривой и по формуле (1) рассчитаем:

$$\Delta(\frac{\nu}{\nu_0})_{R=450} = 0.16 \pm 0.03,$$

$$\Delta(\frac{\nu}{\nu_0})_{R=1250} = 0.38 \pm 0.07,$$

$$Q_{R=450} = \frac{1}{0.16} = 6.25,$$

$$Q_{R=1250} = \frac{1}{0.38} = 2.61,$$

## 4.2 Исследование установления и затухания колебаний

Для каждого расчета построим таблицу.

$U_k$	$U_{k+n}$	$n$	$\Theta$	$Q$
0.2	0.3	3	0.0959	32.8
0.2	0.4	7	0.0990	31.7
0.4	0.5	7	0.0990	31.7
0.3	0.5	11	0.0999	31.5

Таблица 3: Расчёт добротности на установлении при  $R = 0$

Усредним эти значения:

$U_m$	$U_{m+n}$	$n$	$\Theta$	$Q$
0.5	0.2	10	0.0916	34.3
0.2	0.1	10	0.0693	45.3
0.3	0.2	4	0.101	31.0
0.6	0.4	5	0.0811	38.7

Таблица 4: Расчёт добротности на затухании при  $R = 0$

$U_k$	$U_k + n$	$n$	$\Theta$	$Q$
0.04	0.15	12	0.392	8.00
0.075	0.125	3	0.358	8.79
0.1	0.15	10	0.393	7.99

Таблица 5: Расчёт добротности на установлении при  $R = 100$  Ом

$U_m$	$U_m + n$	$n$	$\Theta$	$Q$
0.15	0.025	5	0.358	8.77
0.075	0.025	3	0.366	8.58
0.19	0.1	2	0.321	9.79

Таблица 6: Расчёт добротности на затухании при  $R = 100$  Ом

$$Q_{R=0} = 34 \pm 2$$

$$Q_{R=100} = 8.6 \pm 0.2$$

### 4.3 Теоретический расчёт

Определив параметры контура, занесём их в таблицу 7.

На их основе рассчитаем  $Q$ :

$$Q_{R=0} = 39.125 \pm 0.9$$

$$Q_{R=100} = 8.15 \pm 0.19$$

## 5. Вывод

Обобщим все полученные результаты в табл. 8. Различные методы измерения с неплохой точностью согласуются между собой. Большая погрешность измерения  $Q_1$  обусловлена недостаточной точностью вольтметра. Видно, что при возрастании активного сопротивления добротность контура ухудшается, так как увеличивается количество рассеиваемой энергии.

$\nu$ , Гц	L, мГн	R, Ом
50	99.975	22.910
500	99.953	23.975
1500	99.961	25.554

Таблица 7: Параметры RLC-контура

R	R контура	$Q_1$	$Q_2$	$f(LRC)$
0	25.554	$33 \pm 8$	$34 \pm 2$	$39.125 \pm 0.9$
100 Ом	126.97	$8 \pm 2$	$8.6 \pm 0.2$	$8.15 \pm 0.19$

Таблица 8: Результаты измерения добротности