Informe del proyecto de simulación de eventos discretos

Isabella María Sierra Ponce
Grupo C-412
Link al repositorio de github

1 Orden del problema

Poblado en Evolución

Se desea conocer la evolución de la población en determinada región. Se conoce que la probabilidad de fallecer de una persona distribuye uniforme y se corresponde, según su edad y sexo con la siguiente tabla:

Edad	*Hombre*	*Mujer*
0-12	0.25	0.25
12-45	0.1	0.15
45-76	0.3	0.35
76-125	0.7	0.65

Del mismo modo, se conoce que la probabilidad de que una mujer se embarace es uniforme y está relacionada con la edad:

Edad	*Probabilidad*
12-15	0.2
15-21	0.45
21-35	0.8
35-45	0.4
45-60	0.2
60-125	0.05

Para que una mujer quede embarazada debe tener pareja y no haber tenido el número máximo de hijos que deseaba tener ella o su pareja en ese momento. El número de hijos que cada persona desea tener distribuye uniforme según la tabla siguiente:

Cantidad	*Probabilidad*
1	0.6
2	0.75
3	0.35
4	0.2
5	0.1
Más de 5	0.05

Para que dos personas sean pareja deben estar solas en ese instante y deben desear tener pareja. El desear tener pareja está relacionado con la edad:

Edad	*Probabilidad*
12-15	0.6
15-21	0.65
21-35	0.8
35-45	0.6
45-60	0.5
60-125	0.2

Si dos personas de diferente sexo están solas y ambas desean tener pareja, entonces la probabilidad de volverse pareja está relacionada con la diferencia de edad:

Diferencia de edad	Probabilidad
0-5	0.45
5-10	0.4
10-15	0.35
15-20	0.25
20 o más	0.15

Cuando dos personas están en pareja la probabilidad de que ocurra una ruptura distribuye uniforme y es de 0.2. Cuando una persona se separa, o enviuda, necesita estar sola por un período de tiempo que distribuye exponencial con un parámetro que está relacionado con la edad:

Edad	Valor esperado $^1/_\lambda$
12-15	3 meses
15-21	6 meses
21-35	6 meses
35-45	1 año
45-60	2 años
60-125	4 años

Cuando están dadas todas las condiciones y una mujer queda embarazada puede tener o no un embarazo múltiple y ésto distribuye uniforme acorde a las probabilidades siguientes:

Número de bebés	*Probabilidad*
1	0.7
2	0.18
3	0.08
4	0.04
5	0.02

La probabilidad del sexo de cada bebé nacido es uniforme 0.5. Asumiendo que se tiene una población inicial de M mujeres y H hombres y que cada poblador, en el instante inicial, tiene una edad que distribuye uniforme $U(0, 100)$, realice un proceso de simulación para determinar cómo evoluciona la población en un período de 100 años.

2 Modelo para la resolución del problema

Para la resolución del problema se tomó como unidad atómica de tiempo (instante) un mes, atendiendo a los siguientes criterios:

- Que un evento ocurra en un punto del mes o en otro no es perceptible para el comportamiento general del sistema.
- El tiempo de embarazo y el tiempo de luto promedio se mide en meses, y es la unidad más pequeña que toma relevancia en los datos otorgados en la orden.

El tiempo máximo a medir será de 100 años, aproximadamente 10 generaciones. Al realizar simulaciones en un tiempo más pequeño, no se observa con claridad el comportamiento general.

A lo largo de un mes se realizan las siguientes acciones de manera ordenada, para cada individuo:

1. Se evalúa el riesgo de muerte mensual de un individuo. Este es el primer paso con el objetivo de evitar cálculos innecesarios. Para ello se genera una variable aleatoria $U(0,1)$ y a partir de su valor, la edad y el sexo se decide el valor de la variable $Ber(p)$ que describe el riesgo. Para dotar al ejercicio de datos realistas, se sustituyeron los valores de la orden por los descritos en la siguiente tabla, extraída de *Estadísticas de Mortalidad del Reino Unido en el año 2005*. Los datos corresponden a un riesgo anual, para simplificar asumimos que el riesgo anual distribuye uniformemente en los 12 meses:

Edad	*Hombre*	*Mujer*
Menor de 1 año	2 124	2 724
1-4	52 632	64 512
5-14	99 996	125 004
15-24	22 896	49 584
25-34	14 580	29 856
35-44	7 956	13 272
45-54	3 348	5 052
55-64	1 344	2 136
65-74	504	780
75-84	180	252
Mayor de 85 años	72	84

   En el caso de que el individuo fallecido tenga pareja, la variable `Partner` de ésta se establece en `None`. Durante el período de luto definido por una exponencial de parámetro dependiente de la edad del individuo, éste tendrá la variable `available` establecida en `False` indicando que no está disponible.

2. Se verifica disponibilidad de una persona:

   (a) Si una persona está disponible (variable `available` que es `True` si el individuo no está de luto ni tiene pareja) se verifica si desea tener pareja en ese mes en particular generando una variable aleatoria $Ber(p)$. Las probabilidades utilizadas se corresponden con la de la orden.

      i. **Si desea tener pareja**: Se verifica por cada uno de los individuos que desean tener pareja entre los analizados hasta ese instante si éste puede unirse al individuo actual. Ésto se realiza generando una variable aleatoria $Ber(p)$ utilizando las probabilidades de la orden y la diferencia de edad de los individuos (La variable `Age` se guarda para cada individuo). Las parejas están compuestas por individuos de diferente sexo (el sexo se guarda en la variable `Sex` para cada individuo).
      Nota: Se verifican sólo los analizados anteriormente al individuo actual para garantizar que cada par se procese una y sólo una vez.

ii. **Si no desea tener pareja**: Se continúa con el análisis.

(b) En el caso de que una persona no esté disponible puede ser por dos razones:

i. **Tiene pareja:** En este caso se realizan las siguientes acciones (La pareja se guarda en la variable `Partner`):

A. Se verifica si la pareja tiene menos hijos de los que desea en ese instante (La cantidad de hijos que tiene un individuo se guarda en la variable `Childs`). Los hijos deseados se calculan generando una variable aleatoria que distribuye según los datos descritos por la siguiente tabla, generados a partir del artículo *How many children do couples really want,* Family Planning Perspectives, *1978*:

Cantidad de hijos deseados	*Probabilidad*
0	0.001
1	0.55
2	0.40
3	0.039
4	0.001
5	0.0001

Se calcula para cada miembro de la pareja y se toma el mínimo de ambos. En caso de ser afirmativa la respuesta y la mujer no está embarazada (se guarda en una variable *booleana* llamada `Pregnant`), se hace el intento de embarazar a la mujer que compone la pareja generando una variable aleatoria $Ber(p)$ con las probabilidades descritas por la siguiente tabla extraída de *Probability of pregnancy by age, 2011*:

Rango de edad	*Probabilidad*
12-15	0.2
15-21	0.85
21-25	0.9
25-30	0.8
30-35	0.75
35-40	0.55
40-45	0.38
45-60	0.05

Si el resultado es favorable, la mujer se mantiene embarazada por un período de 9 o 7 meses según una variable aleatoria $Ber(0.05)$. Después de transcurrido el período, se lleva a cabo el nacimiento de una cantidad c de individuos, determinada por la siguiente tabla de probabilidades, llamada *ley de Hellin* :

Cantidad de hijos	*Probabilidad*
1	0.9889
2	0.01
3	0.001
4	0.0001

El sexo se decide en el momento del nacimiento y responde a una variable aleatoria $Ber(0.5)$.

B. Se intenta romper la pareja. Ésto se realiza generando una variable aleatoria $Ber(0.2)$. En caso favorable, la pareja se disuelve y la variable `Partner` se establece en `None`. Durante el período de luto definido por una exponencial de parámetro dependiente de la edad de ambos individuos, éstos tendrán la variable `available` establecida en `False` indicando que no está disponible.

ii. **Está de luto:** Se continúa con el análisis.

3. La edad del individuo (variable `Age`) se aumenta en un mes.

4. Se vuelve al paso 1 para el próximo individuo, al terminar toda la población actual se reinicia el análisis para el mes siguiente.

3 Monitoreo de variables

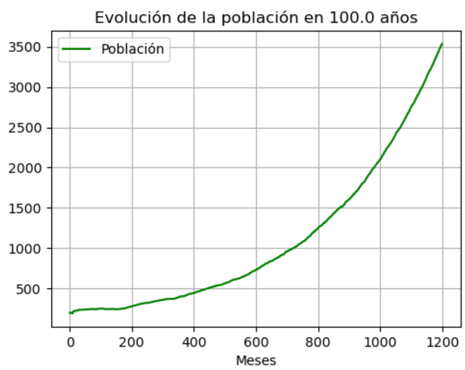
Al final de cada mes se encuentran en el objeto `environment` los siguientes datos recopilados durante la simulación:

- Total de la población por sexos en el mes.
- Número de nacimientos en el mes.
- Número de muertes en el mes.
- Número de parejas en el mes.
- Edad promedio en el mes.

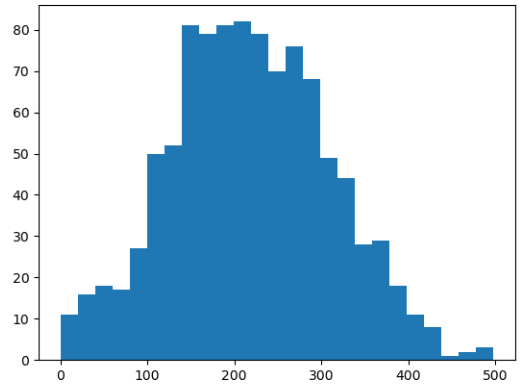
4 Resultados del análisis

Después de realizar varias simulaciones para 100 años con, inicialmente, 100 hombres y 100 mujeres llegamos a las siguientes conclusiones:

- La población crece lentamente pero de manera exponencial: En 100 años el valor esperado de individuos es aproximadamente 3400, atendiendo a 100 simulaciones.

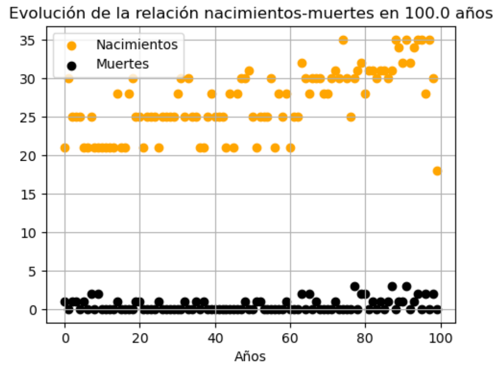


- La variable aleatoria *cantidad de individuos después de n años* puede distribuir normal con un nivel de confianza del 99% según la prueba de *Kolmogorov-Smirnov* para 1000 simulaciones con 20 individuos iniciales.



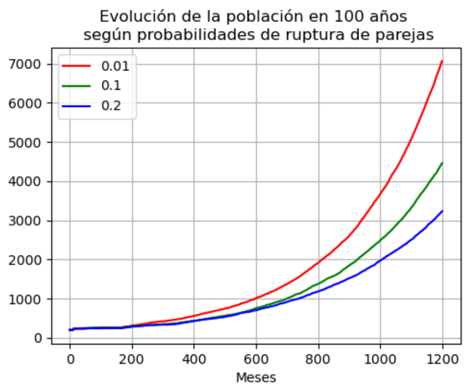
- La diferencia entre el crecimiento poblacional de mujeres y hombres no es significativo.

- La cantidad de muertes se mantiene constante.
- La cantidad de nacimientos crece lentamente y oscila de un año al siguiente, pero en general aumenta de forma exponencial.



- La cantidad de parejas crece con una tasa similar a la población general.

- En una población donde las parejas son más duraderas el valor esperado de la población final aumenta considerablemente. Se sugiere entonces que uno de los factores que influyen en la disminución de las tasas de crecimiento poblacional es precisamente éste.



5 Para ejecutar el proyecto

El proyecto debe ejecutarse de la siguiente forma:

```
main_simulation.py [Mujeres] [Hombres] [Meses a simular=1200]
```

Se utiliza la librería `Simpy` para realizar la lógica de la simulación y la librería `Matplotlib` para la graficación de resultados.