Bayes Decision Theory:

$$P(\omega_i \mid x) = \frac{P(x \mid \omega_i)\, P(\omega_i)}{P(x)}$$

→ Class Conditional Probability

→ Prior Probability

→ Constant value

→ Test data

→ অর্থাৎ class value কে represent করে।

→ Posterior Probability

- Prior Probability শুধু class column এর উপর কাজ করে।
- $P(X) \Rightarrow$ এটা অর্থাৎ Constant এটা আসলে হল total number of instances.
- Table: The playing tennis dataset উপর এটি, আমাদের training data.

-

যদি ধরি আমাকে বলা হল

D_{11} নং instance কে test করার জন্য। আসে,

Sunny, Mild, Normal, Strong এটি কি হবে Yes নাকি No?

Prior Probability:

$P(\text{Play} = \text{Yes}) = 9/14 = 0.642$

$P(\text{Play} = \text{No}) = 5/14 = 0.375$

Parameter => Outlook

$P(\text{Outlook} = \text{Sunny} \mid \text{Play} = \text{Yes}) = \dfrac{2}{P(\text{Play} = \text{Yes})}$

$= 2/9$

$= 0.222$

$P(\text{Outlook} = \text{Sunny} \mid \text{Play} = \text{No}) = \dfrac{3}{P(\text{Play} = \text{No})}$

$= 3/5$

$= 0.6$

$P(\text{Outlook} = \text{Overcast} \mid \text{Play} = \text{No}) = \dfrac{0}{P(\text{Play} = \text{No})}$

$= 0/5$

$= 0$

$P(\text{Outlook} = \text{Rain} \mid \text{Play} = \text{Yes}) = \dfrac{3}{P(\text{Play} = \text{Yes})}$

$= 3/9$

$= 0.3$

$P(\text{Outlook} = \text{Rain} \mid \text{Play} = \text{No}) = \dfrac{2}{P(\text{Play} = \text{No})}$

$= 2/5$

$= 0.4$

Paramelero => Temparalure

$$P(\text{Temparature} = \text{Hot} \mid \text{Play} = \text{Yes}) = \frac{2}{P(\text{Play}=\text{Yes})} = \frac{2}{9} = 0.222$$

$$P(\text{Temparature} = \text{Hot} \mid \text{Play} = \text{No}) = \frac{2}{P(\text{Play}=\text{No})} = \frac{2}{5} = 0.4$$

$$P(\text{Temparature} = \text{Mild} \mid \text{Play} = \text{Yes}) = \frac{4}{P(\text{Play}=\text{Yes})} = \frac{4}{9} = 0.444$$

$$P(\text{Temparature} = \text{Mild} \mid \text{Play} = \text{No}) = \frac{2}{P(\text{Play}=\text{No})} = \frac{2}{5} = 0.4$$

$$P(\text{Temparature} = \text{Cool} \mid \text{Play} = \text{Yes}) = \frac{3}{P(\text{Play}=\text{Yes})} = \frac{3}{9} = 0.333$$

$$P(\text{Temparature} = \text{Cool} \mid \text{Play} = \text{No}) = \frac{1}{P(\text{Play}=\text{No})} = \frac{1}{5} = 0.2$$

Parameter => Humidity

$$P(\text{Humidity} = \text{High} \mid \text{Play} = \text{Yes}) = \frac{3}{P(\text{Play}=\text{Yes})} = \frac{3}{9} = 0.333$$

$$P(\text{Humidity} = \text{High} \mid \text{Play} = \text{No}) = \frac{4}{P(\text{Play}=\text{No})} = \frac{4}{5} = 0.8$$

$$P(\text{Humidity} = \text{Normal} \mid \text{Play} = \text{Yes}) = \frac{6}{P(\text{Play}=\text{Yes})} = \frac{6}{9} = 0.666$$

$$P(\text{Humidity} = \text{Normal} \mid \text{Play} = \text{No}) = \frac{1}{P(\text{Play}=\text{No})} = \frac{1}{5} = 0.2$$

Parameter => Wind

$$P(\text{Wind} = \text{Weak} \mid \text{Play} = \text{Yes}) = \frac{6}{P(\text{Play}=\text{Yes})} = \frac{6}{9} = 0.666$$

$$P(\text{Wind} = \text{Weak} \mid \text{Play} = \text{No}) = \frac{2}{P(\text{Play}=\text{No})} = \frac{2}{5} = 0.4$$

$$P(\text{Wind} = \text{Strong} \mid \text{Play} = \text{Yes}) = \frac{3}{P(\text{Play}=\text{Yes})} = 3/9 = 0.333$$

$$P(\text{Wind} = \text{Strong} \mid \text{Play} = \text{No}) = \frac{3}{P(\text{Play}=\text{No})} = 3/5 = 0.6$$

$P(D_{11} | \omega_i) = P(D_{11} | Yes) = 0.222 \times 0.444 \times 0.666 \times 0.333$
$= 0.0218$

$P(D_{11} | W_i) = P(D_{11} | No) = 0.6 \times 0.4 \times 0.2 \times 0.6$
$= 0.0288$

$P(Play = Yes | D_{11}) = P(D_{11} | Play = Yes) * P(Play = Yes)$
$= 0.0218 \times 9/14$
$= 0.01405$

$P(Play = No | D_{11}) = P(D_{11} | Play = No) * P(Play = No)$
$= 0.0288 \times 5/14$

$= 0.010285$

So,
$P(Play = Yes | D_{11}) > P(Play = No | D_{11})$

Therefore
Test Instance = D_{11}

Sunny, Mild, Normal, Strong = Yes.

একটা জিনিস দেখি,

$P(Play = Yes \mid D_{11}) = 0.01405$

$P(Play = No \mid D_{11}) = 0.010285$

এই দুইটা যোগ করলে => $0.01405 + 0.010285$
$= 0.0243$

কিন্তু Total Probability হয় 1.

=> Training set এ আমাদের মোট 14 টা instance আছে। যদি 14 দিয়ে ভাগ দেই,

$$P(Play = Yes \mid D_{11}) = \frac{0.01405}{14} = 0.00100$$

$$P(Play = No \mid D_{11}) = \frac{0.010285}{14} = 0.0007$$

※ Total Instance দিয়ে ভাগ না করলেও সমস্যা নাই, কারন ratio same ই থাকে

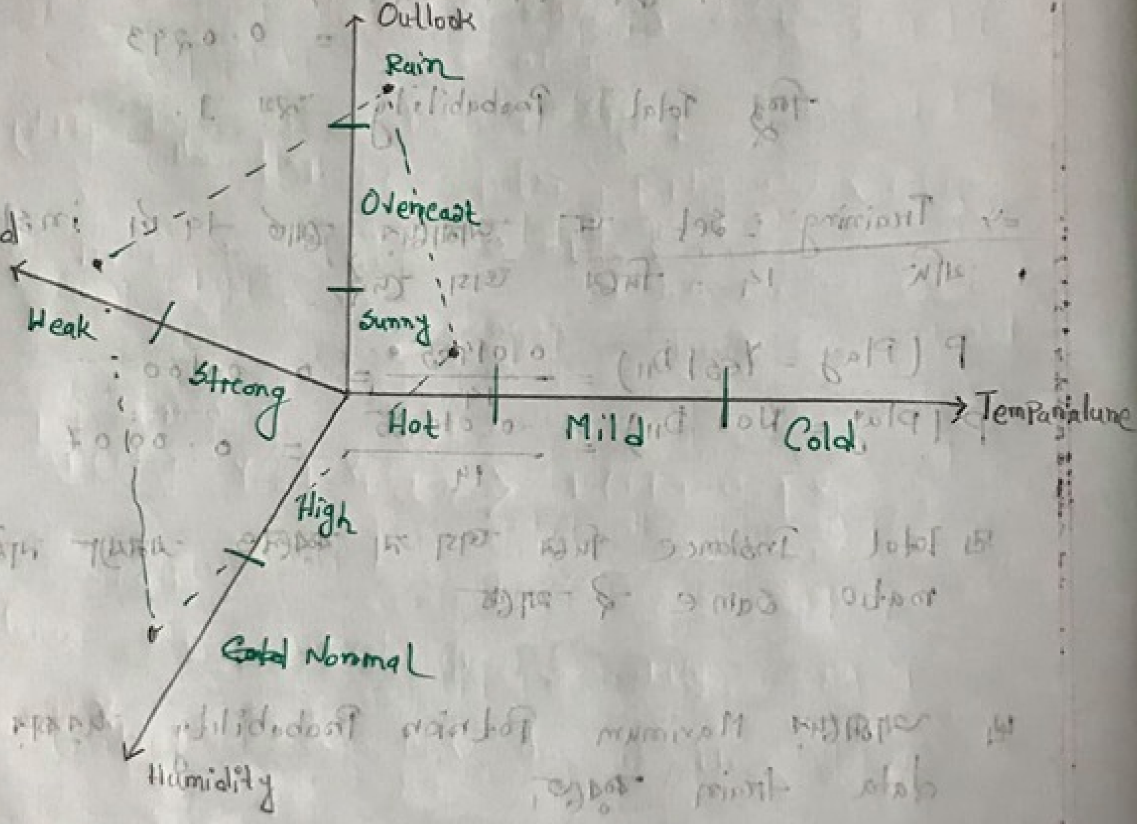
※ আমাদের Maximum Potrion Probability দরকার হয় data train করতে,

※ We need a maximum Potrion Probability to train data.

Features কে n dimension এ আঁকা যায়,

যেমন: অক্ষ বরাবর থাকবে features আর অক্ষের different লেভেলে থাকবে feature value.

X_{test} → Rain, Hot, Normal, Weak - এভাবে আঁকি,



Complex imaginary line draw হচ্ছে উপরের figure এ,

প্র আগের Page এর table দেখানো dataset থেকে যদি বলা হয়, KNN দিয়ে চেক করতে

X_{test} = Rain, Hot, Normal, Weak = ?

এখন $k = 3$

KNN তখন Maximum Matching চেক করবে।

চেক করলে,

Day	Outlook	Temperature	Humidity	Wind	Play
D_5	Rain	Cool	Normal	Weak	Yes
D_{10}	Rain	Mild	Normal	Weak	Yes
D_{13}	Overcast	Hot	Normal	Weak	Yes

$k = 3$ এর জন্য এই তিনটা Maximum Matching, এবং যাদের class value সবার Yes. Majority voting এ তাই Yes. আসবে.

X_{test} = Rain, Hot, Normal, Weak = Yes.

প্র KNN সমস্যা হল পুরো training set বারবার scan করা লাগে,

প্র X_{test} = Rain, Hot, Normal, Weak = ? এটা যদি Naive Bayes দিয়ে করা হয়, তাহলে

$P(X_{test} \mid Yes) = 0.3 \times 0.222 \times 0.666 \times 0.666 = 0.0295$

$P(X_{test} \mid No) = 0.4 \times 0.4 \times 0.2 \times 0.4 = 0.0128$

$P(Play = Yes \mid X_{test}) = P(X_{test} \mid Play = Yes) \times P(Play = Yes)$

$= 0.0295 \times 0.642$

$= 0.0189$

$P(Play = No \mid X_{test}) = P(X_{test} \mid Play = No) \times P(Play = No)$

$= 0.0128 \times 0.375$

$= 0.0048$

∴ Now,

$P(Play = Yes \mid X_{test}) > P(Play = No \mid X_{test})$

তাহলে,

Naive Bayes Classifier এ বলছে,

X_{test} = Rain, Hot, Normal, Weak = Yes.

Naive Bayes এর সুবিধা হল এখানে কোন Time Complexity নাই, কারণ এখানে table (Training data) hold করে রাখা হয় না, Just কিছু value Calculation করে দেখা হয়,

প্র Dataset এ লক্ষ্য করলে একটা জিনিস আমরা দেখি যে, Outlook = Overcast - এ যেগুলোর Play = Yes. এটার reason হল

~~P(Yes|~~

$P(\text{Outlook} = \text{Overcast} \mid \text{Play} = \text{No}) = 0/5 = 0$

আর ফলে অন্য Class Conditional Probability গুলো গুন হয়ে 0 হয়ে যাচ্ছে।

প্র আমাদের slide এর dataset এ attribute চারটা দেখে কোন একটা class Conditional Probability zero হলে খুব বেশি সমস্যা হচ্ছে না, কিন্তু যদি dataset বিশাল বড় হয়, তখন এটা একটা সমস্যা। এজন্য আছে Laplace Correction.

প্র Describe Laplace Correction -

Ans:

A zero Probability Cancels the effects of all other Posteriori Probabilities; involved in the Product.

We can assume that our training database / dataset (D), is so large that adding one to each count that we need would only make a negligible difference in the estimated Probability value. As a result we can avoid the case of Probability values of zero.

যদি বড় dataset এ কোন Probability যেন কোন ও Zero না হয় সেজন্য Technique হই Laplace Correction

এটা মনে রাখার সোজা উপায়,

Laplace Correction এর বেলায়

এখন Prior Probability বের করবো :

Prior Probability = $\frac{\text{যা আছে} + 1}{\text{যতগুলো instance} + \text{যতগুলো class আছে।}}$

$P(Play = Yes) = \frac{9 + 1}{14 + 2}$

1 → যা আছে, 9 টা Yes

+1 → এই 1 laplace Correction এর

2 → অর্থাৎ মোট 2 টা class আছে। Play Column

14 → 14 টা instance আছে

ঠিক একইভাবে,

$P(Play = No) = \frac{5+1}{14+2}$

এখন Class Conditional Probability বের করবো.

$$P(\text{Outlook} \mid \text{Yes}) = \frac{\text{যা আছে} + 1}{\text{যা আছে} + 1}$$

What is Equiprobable Classes.

Ans: Same Probability of occuring of classes.

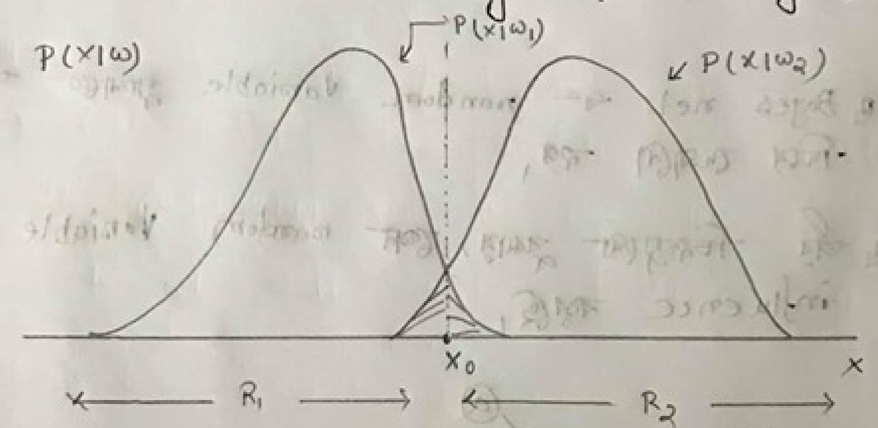


Fig: Equiprobable Classes

Attribute Value Continuous হলে, Gaussian Distribution Function ব্যবহার করা হয়,

$$P(X_k \mid C_i) = g(X_k, \mu_{C_i}, \sigma_{C_i})$$

→ Gaussian Distribution এর ফর্মুলা হল

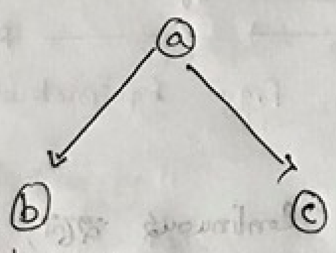
$$g(x, \mu, \sigma) = \cancel{\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Define Bayesian Network.

Ans:

Bayes nets (Bayesian Network) are graphical models for reasoning under uncertainty. The nodes in a bayesian network represents a set of random variables. It's a directed acyclic graph.

- Bayes net এ random variable গুলোকে তীর চিহ্ন দিয়ে দেখানো হয়।
- তীর চিহ্নগুলো বুঝায়, কোন random variable কাকে influence করছে।



→ b depend করছে c এর উপর,

- who $\xrightarrow{\text{influences}}$ whom
- যাদের দিকে কোন তীরচিহ্ন নাই, তারা independent.
- Bayes Net = Topology (Graph) + Local Conditional Probabilities
- Bayes Net এর ফর্মুলা:

$$P(x) = P(x_1) \prod_{i=2} P(x_i \mid A_i) \text{ where } A_i \subseteq \{x_{i-1}, x_{i-2}, \dots x_1\}$$