

线性代数作业选做题

第3周选做题

用矩阵逆和伴随矩阵知识, 解线性方程组 $AX = b$, 其中

$$A = [a_{ij}]_{n \times n} \text{可逆}, X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T, b = [b_1, b_2, \dots, b_n]^T.$$

并说明求得的结果与克莱姆法则一样,

第4周选做题

1. 设 A, B, C, D 为 n 阶方阵, 且 $|A| \neq 0, AC = CA$, 则

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = |AD - CB|.$$

2. 证明 $(A^*)^* = |A|^{n-2}A, (n \geq 2)$. (0^0 定义为 1)
-

第5周选做题

设 A 为 $m \times n$ 矩阵, B 为 $n \times m$ 矩阵, 证明:

- (1) $tr(AB) = tr(BA)$;
- (2) $|AB + I| = |BA + I|$.

其中 $tr(C)$ 表示矩阵 C 对角线元素之和。

第9周选做题

设 A 为 $m \times n$ 矩阵, B 为 $n \times m$ 矩阵, $m \geq n$, 证明:

$$|\lambda I - AB| = \lambda^{m-n} |\lambda I - BA|.$$

第10周选做题

1. 设正交矩阵 $A = (a_{ij})_{n \times n}$ 是上三角矩阵, 证明 A 为对角矩阵, 并问对角元 $a_{ii} (1 \leq i \leq n)$ 是什么?
 2. 设 A 为 n 阶正交阵, 证明 A 的特征值的模为
-

第11周选做题

1. $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$, 求 A 的特征值和特征向量。
2. 设 A, B 均为 $m \times n$ 实矩阵, 且 AB^T 为可逆矩阵, 证明: $AA^T + BB^T$ 是正定矩阵。