

**2021 ～ 2022 学年第一学期**

**《微积分（一）》（上）期末试卷A卷解答 (启明学院用)**

**院(系) 启明学院 专业班级**  **学号\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**考试日期:** 2022-01-03 **考试时间:** 8:30-10:30AM

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **题号** | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | **总分** |
| **得分** |  |  |  |  |  |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **得 分** |  |
| **评卷人** |  |

1. **填空题（每小题4分，共24分）**
2. =1/3.

2. ＝.

3. 设的一个原函数是， 则

.

4. 曲线的渐近线为或.

5. 设，则.

6. 微分方程的通解为\_\_\_\_ .

|  |  |
| --- | --- |
| **得 分** |  |
| **评卷人** |  |

1. **计算题（每小题6分，共36分）**

7. 

 

8. .





1. .





10. 求函数  的极值.









1. 求在处的三阶带Peano型余项的Taylor公式.

解：即两边再对*x*求导可得：

继续求导可得：



将代入可得：故在处的三阶带Peano型余项的Taylor公式为：



注：此题也可以利用其它方法求解.

1. 求曲线与所围图形绕轴旋转所得旋转体的体积.

解：由

所以





**三. 解答题（每小题6分, 共18分）**

|  |  |
| --- | --- |
| **得 分** |  |
| **评卷人** |  |

1. 设可导，且，，求.

解：令由可解得

由可得，两边积分可解得

故



1. 设 问：在处是否连续？是否可导？若可导，求出.

解：



在处可导且

15. 讨论积分的敛散性, 其中常数为实数.

解：因此收敛，

因此发散.



因此收敛,发散.

综上，当收敛，

|  |  |
| --- | --- |
| **得 分** |  |
| **评卷人** |  |

**四. 证明题（每小题7分, 共14分）**

16．设函数在区间上二阶可导，且 证明：

证明:因为在区间上二阶可导，且故

将代替且在上积分可得：



所以

17.证明函数在上一致连续.

解：因为在上连续，因而一致连续，

在上，

取

其中夹在之间且大于1，故在上一致连续，所以在上一致连续.

|  |  |
| --- | --- |
| **得 分** |  |
| **评卷人** |  |

1. **证明题（8分）**
2. 设在上具有二阶连续的导函数，且.设

证明：至少存在一点，使得

解：因为有二阶连续导函数，故将三阶可导，在0点将展开为三阶Lagrange余项的Taylor公式：

其中

，

由达布定理知存在使得

因此，有所以结论成立.