

# ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

## по курсу «Вычислительная геометрия»

### Лабораторная №1. Аффинные преобразования. Однородные координаты.

#### Задание 1. Преобразование треугольника.

- а) Задайте треугольник декартовыми координатами его вершин. Составьте матрицу однородных координат вершин треугольника.
- б) Задайте параметры следующих преобразований:
- вектор  $\vec{a}$  для переноса  $T_{\vec{a}}$ ;
  - угол  $\varphi$  для поворота  $R_C^\varphi$  относительно центра треугольника  $C$ ;
  - прямую  $l$  для осевой симметрии  $S_l$ ;
  - коэффициент  $k$  для гомотетии  $H_O^k$  относительно начала координат  $O$ .
  - коэффициент  $m$  для гомотетии  $H_M^m$ , где  $M$  – середина наименьшей стороны треугольника.

Составьте матрицы всех преобразований в однородных координатах и умножением на матрицу вершин найдите образы треугольника при:  $T_{\vec{a}}$ ,  $R_C^\varphi$ ,  $S_l \circ H_O^k$ ,  $H_M^m \circ R_M^\pi$ .

- с) Постройте треугольник и все найденные образы.

#### Задание 2. Преобразование квадрата.

Задайте квадрат  $KLMN$  декартовыми координатами его вершин. Составьте матрицу однородных координат вершин квадрата.

- а) Найдите аффинное преобразование  $\mathcal{F}$  (композицию элементарных преобразований), при котором образом квадрата будет параллелограмм  $ABCD$ , причем
- $\mathcal{F}(K) = A, \mathcal{F}(L) = B, \mathcal{F}(M) = C, \mathcal{F}(N) = D$ ;
  - вершина  $A$  лежит на луче  $KM$  и находится в три раза дальше от вершины  $K$ , чем точка  $M$ ;
  - образ стороны  $KN$  ей параллелен и его длина в два раза больше  $KN$ ;
  - угол параллелограмма при вершине  $A$  равен  $\frac{\pi}{3}$ ;
  - высота параллелограмма  $BH, H \in AD$ , равна двум сторонам квадрата.
- б) Составьте матрицу преобразования  $\mathcal{F}$  в однородных координатах. Найдите матрицу обратного преобразования  $\mathcal{F}^{-1}$ .
- с) Найдите матрицы однородных координат образов  $\mathcal{F}(KLMN)$  и  $\mathcal{F}^{-1}(ABCD)$
- д) Постройте квадрат и образы  $\mathcal{F}(KLMN)$  и  $\mathcal{F}^{-1}(ABCD)$ .
- е) Убедитесь, что  $\mathcal{F}(KLMN) = ABCD$  и  $\mathcal{F}^{-1}(ABCD) = KLMN$ .

## Лабораторная №2. Плоские кривые.

### Задание 1. Конические сечения.

- а) Задайте эллипс и гиперболу полуосями  $a, b$ . Составьте параметрические уравнения кривых  $x = x(t), y = y(t), t \in [0; 2\pi)$ .
- б) Найдите уравнения касательных к кривым в точке  $(x_0, y_0) = (x(t_0), y(t_0))$ .
- в) Разбейте промежуток  $[0; 2\pi]$  на  $n$  участков  $[t_{i-1}; t_i], i = 1, \dots, n$ . В середине каждого участка постройте касательную к кривой.
- г) Из отрезков касательных составьте многоугольник, описанный около кривой.
- д) Найдите уравнение эволюты кривой. Постройте эволюту.

### Задание 2. Специальные кривые.

Выберите две кривые из разных семейств:

- 1) спирали (*архимедова, логарифмическая, гиперболическая, синусоидальная*);
  - 2) гипоциклоиды;
  - 3) лемнискаты;
  - 4) розы.
- а) Запишите полярные или параметрические уравнения выбранных кривых. Изобразите кривую по уравнению.
  - б) Найдите уравнения касательных и нормалей к кривым в какой-либо точке. Постройте касательный и нормальный вектор к кривой.
  - в) Найдите радиус кривизны кривой в этой точке.

## Лабораторная №3. Растровое изображение линий.

### Задание 1. Линейный отрезок.

- а) Задайте отрезок прямой координатами его вершин.
- б) Постройте растровое изображение отрезка
  - i. алгоритмом Брезенхейма;
  - ii. естественным алгоритмом (по уравнению).

### Задание 2. Кривые Безье.

- а) Постройте кривую Безье второго порядка. Подвергните её композиции аффинных преобразований  $T_{\vec{a}} \circ Sh_x^2 \circ R_O^{\pi/4}$  и масштабируйте, задав эти преобразования матрицей однородных координат опорных точек.
- б) Постройте кривую Безье третьего порядка. Измените конфигурацию опорных точек до получения разных форм кривой.
- в) Постройте сплайн из нескольких кривых 2-го и 3-го порядка.