

Лабораторная работа 5.12

Определение показателя степени в законе Стефана-Больцмана

Содержание

Введение	2
Экспериментальная установка	10
Техника безопасности	13
Проведение измерений	14
Обработка результатов	22
Контрольные вопросы	24
Литература	25
Приложение	26

Цели работы

Определить показатель степени в законе Стефана - Больцмана на примере реального тела.

Задачи

1. Снять зависимость напряжения от температуры источника
2. Экспериментально определить показатель степени в законе Стефана-Больцмана

Введение

В настоящей работе изучается зависимость энергетической светимости от температуры. Теоретическое объяснение законов излучения абсолютно черного тела имело огромное значение в истории физики - оно привело к понятию квантовой энергии. Австрийский физик Йозеф Стефан, анализируя экспериментальные данные, пришел к выводу, что энергетическая светимость любого тела пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры. Однако последующие более точные измерения показали ошибочность его выводов. Другой австрийский физик Людвиг Больцман, исходя из термодинамических соображений, получил теоретически соотношение между энергетической светимостью абсолютно черного тела и его термодинамической температурой. Это соотношение получило название закон Стефана - Больцмана. Таким образом, заключение, к которому Йозеф Стефан пришел для не черных тел (с абсолютно черными он не экспериментировал), оказалось справедливым лишь для абсолютно черных тел. Предлагаемая лабораторная работа может быть выполнена в базовом и усложнённом вариантах. Вариант выполнения лабораторной работы необходимо уточнить у преподавателя.

- В базовом варианте схема установки собрана и полностью готова к работе.
- В усложнённом варианте необходимо самостоятельно собрать схему.

Интенсивность теплового излучения характеризуется величиной потока энергии E в единицу времени и измеряется в ваттах (мощность). Мощность излучения с единицы поверхности (плотность потока излучения) по всем длинам волн и направлениям в пределах телесного угла 2π при температуре T называется энергетической светимостью R_T . Измеряется в ваттах на квадратный метр ($\text{Вт}/\text{м}^2$)

$$R_T = \frac{dE}{dS}. \quad (1)$$

Если в интервале от λ до $\lambda + d\lambda$ плотность потока излучения составляет $dR_{\lambda,T}$, то величина

$$r_{\lambda,T} = \frac{dR_{\lambda,T}}{d\lambda} \quad (2)$$

характеризует мощность излучения в единичном интервале длин волн при данной длине волн λ и называется испускательной способностью тела. Измеряется в ваттах на кубический метр ($\text{Вт}/\text{м}^3$). Величину R_T иногда называется интегральной или полной излучательной способностью, а $r_{\lambda,T}$ — спектральной или монохроматической излучательной способностью. Энергетическая светимость R_T и испускательная способность $r_{\lambda,T}$ зависят от природы тела и его температуры T , а $r_{\lambda,T}$ еще и от длины волны излучения λ . Эти зависимости отмечены в формулах (1) и (2)

индексами λ и T . Очевидно, что

$$R_T = \int_0^\infty dR_{\lambda,T} = \int_0^\infty r_{\lambda,T} d\lambda. \quad (3)$$

Характеристиками теплового излучения тела в заданном по отношению к нормали направлении θ в единице телесного угла Ω (стерадиан, ср.) являются энергетическая B_T и спектральная $b_{\lambda,T}$ яркости:

$$B_T = \frac{dR_T}{d\Omega \cos \theta}, \quad b_{\lambda,T} = \frac{dr_{\lambda,T}}{d\Omega \cos \theta}.$$

Если источник наблюдения является точечным, то чем дальше он находится от места наблюдения, тем меньше энергии от него доходит. Но одновременно уменьшается и телесный угол Ω , под которым виден источник излучения. Количество дошедшей энергии R_T и телесный угол Ω пропорциональны r^{-2} . Поэтому яркость принимаемого излучения не зависит от расстояния до источника. Способность тел поглощать падающее на них излучение характеризуется поглощательной способностью $\alpha_{\lambda,T}$, под которой понимается доля поглощенной поверхностью энергии $dE_{\lambda,\alpha}$ в интервале длин волн от λ до $\lambda + d\lambda$ от общего количества падающего излучения dE_λ в том же интервале длин волн

$$\alpha_{\lambda,T} = \frac{dE_{\lambda,\alpha}}{dE_\lambda}. \quad (4)$$

Очевидно, что $\alpha_{\lambda,T}$ зависит от температуры тела и длины волны и не может быть больше единицы. Тело, у которого $\alpha_{\lambda,T} = 1$ для всех длин волн и температур, т. е. которое поглощает всю падающую на него энергию, называется абсолютно черным телом. В дальнейшем все обозначения, относящиеся к излучению

абсолютно черного тела, будут иметь индекс «0» (например, R_T^0 ; $r_{\lambda,T}^0$; $\alpha_{\lambda,T}^0 = 1$).

Законы теплового излучения

В 1859 г. Кирхгоф установил, что отношение испускательной $r_{\lambda,T}$ к поглощательной $\alpha_{\lambda,T}$ способности тела не зависит от его природы и является универсальной для всех тел функцией длины волны и температуры:

$$\left(\frac{r_{\lambda,T}}{\alpha_{\lambda,T}}\right)_1 = \left(\frac{r_{\lambda,T}}{\alpha_{\lambda,T}}\right)_2 = \left(\frac{r_{\lambda,T}}{\alpha_{\lambda,T}}\right)_3 = \dots = f(\lambda, T). \quad (5)$$

Тело, излучающее больше энергии, будет больше и поглощать, т. е. большей $r_{\lambda,T}$ будет соответствовать и большее значение $\alpha_{\lambda,T}$. Значит, абсолютно черное тело имеет и наибольшую испускательную способность.

Так как у абсолютно черного тела $\alpha_{\lambda,T}^0 = 1$, то

$$\frac{r_{\lambda,T}}{\alpha_{\lambda,T}} = \frac{r_{\lambda,T}^0}{1} = r_{\lambda,T}^0 = f(\lambda, T), \quad (6)$$

где $f(\lambda, T)$ — универсальная функция Кирхгофа, которая представляет собой зависимость испускательной способности абсолютно черного тела $r_{\lambda,T}^0$ от λ и T .

Обычно закон Кирхгофа записывается в следующем виде:

$$r_{\lambda,T} = \alpha_{\lambda,T} \cdot r_{\lambda,T}^0. \quad (7)$$

Таким образом, знание вида зависимости $r_{\lambda,T}^0 = f(\lambda, T)$ для абсолютно черного тела дает возможность рассчитать излучение любого тела, если известна его поглощательная способность

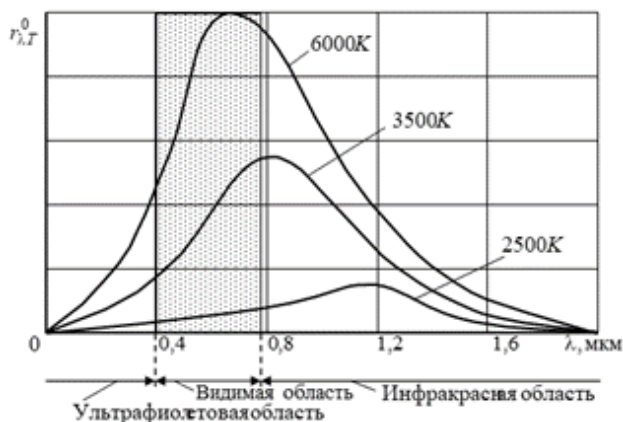


РИС. 1. Зависимость испускательной способности от длины волны

$\alpha_{\lambda,T}$. В 1900 г. Макс Планк на основании гипотезы о квантовом характере излучения нашел вид функции $f(\lambda, T)$, в точности соответствующий экспериментальным данным.

Аналитическое выражение для испускательной способности абсолютно черного тела имеет вид:

$$r_{\lambda,T}^0 = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{\exp hc/\lambda kT - 1}. \quad (8)$$

Эта функция известна под названием формулы Планка. Здесь k — постоянная Больцмана, $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К; c — скорость света в вакууме, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с, $e = 2,7182$ — основание натуральных логарифмов. На рисунке 1 приведена зависимость $r_{\lambda,T}^0$ от длины волны при различных температурах. Видно, что $r_{\lambda,T}^0$ имеет ярко выраженный максимум, положение которого зависит от температуры T . При увеличении температуры T значение $r_{\lambda,T}^0$ увеличивается по всему спектру, а максимум функции смещается в сторону коротких волн.

Если проинтегрировать формулу Планка (8) по всему интервалу длин волн от 0 до ∞ , то в соответствии с (1) получим энергетическую светимость абсолютно черного тела R_T^0 :

$$R_T^0 = \sigma T^4, \quad (9)$$

где

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4} \quad (10)$$

Выражение (9) известно под названием закона Стефана - Больцмана: мощность излучения абсолютно черного тела с единицы поверхности пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры. Этот закон был известен задолго до открытия М. Планка.

Продифференцировав выражение (8) по λ и приравняв производную $\frac{dr_{\lambda,T}^0}{d\lambda}$ к нулю, можно получить условие максимума функции $r_{\lambda,T}^0$:

$$\lambda_{max} T = b, \quad (11)$$

где

$$b = \frac{hc}{4,965 \cdot k} = 2,90. \quad (12)$$

Соотношение (11) между длиной волны λ_{max} , на которую приходится максимум испускательной способности $r_{\lambda,T}^0$, и температурой T называется законом смещения Вина. Этот закон экспериментально был установлен также до получения М. Планком формулы (8). При низких температурах и коротких длинах волны ($\lambda T < 2000 \text{ мкм} \cdot \text{К}$) испускательная способность абсолютно черного тела достаточно точно определяется формулой Вина

$$r_{\lambda,T}^0 = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \exp - \frac{hc}{\lambda k T}. \quad (13)$$

Для характеристики реальных излучателей вводится понятие коэффициента черноты. Спектральный (или монохроматический) коэффициент черноты $\epsilon_{\lambda,T}$ показывает, как различаются значения $r_{\lambda,T}$ реального тела и абсолютно черного $r_{\lambda,T}^0$ при одной и той же длине волны и температуре

$$\epsilon_{\lambda,T} = \frac{r_{\lambda,T}}{r_{\lambda,T}^0} \quad \text{или} \quad r_{\lambda,T} = \epsilon_{\lambda,T} \cdot r_{\lambda,T}^0. \quad (14)$$

Интегральный или просто коэффициент черноты ϵ_T показывает, как различаются энергетические светимости реального R_T и абсолютно черного тел R_T^0 при одинаковой температуре

$$\epsilon_T = \frac{R_T}{R_T^0} \quad \text{или} \quad R_T = \epsilon_T R_T^0.$$

Очевидно, что ϵ_T численно равен отношению площадей, ограниченных кривыми $r_{\lambda,T}^0$, $r_{\lambda,T}$ и осью λ

$$\epsilon_T = \frac{\int_0^\infty r_{\lambda,T} d\lambda}{\int_0^\infty r_{\lambda,T}^0 d\lambda} = \frac{\int_0^\infty \epsilon_{\lambda,T} r_{\lambda,T}^0 d\lambda}{\int_0^\infty r_{\lambda,T}^0 d\lambda}.$$

Из определений следует, что всегда $\epsilon_{\lambda,T} \leq 1$ и $\epsilon_T \leq 1$. Равенство имеет место только для абсолютно черного тела. Серыми называют тела, у которых $\epsilon_{\lambda,T}$ и ϵ_T не зависят от температуры, а $\epsilon_{\lambda,T}$ не зависит и от длины волны. Это некоторые идеализированные тела, спектр излучения которых подобен спектру абсолютно черного тела. Реальные тела только с определенным приближением могут рассматриваться как серые, так как у них $\epsilon_{\lambda,T} = \phi(\lambda, T)$ и $\epsilon_T = \phi(T)$. Из сравнения выражений (7) и (14) следует, что поглощательная способность $\alpha_{\lambda,T}$ и спектральный коэффициент

черноты $\epsilon_{\lambda,T}$ численно равны друг другу

$$\alpha_{\lambda,T} = \epsilon_{\lambda,T}. \quad (15)$$

Экспериментальная установка

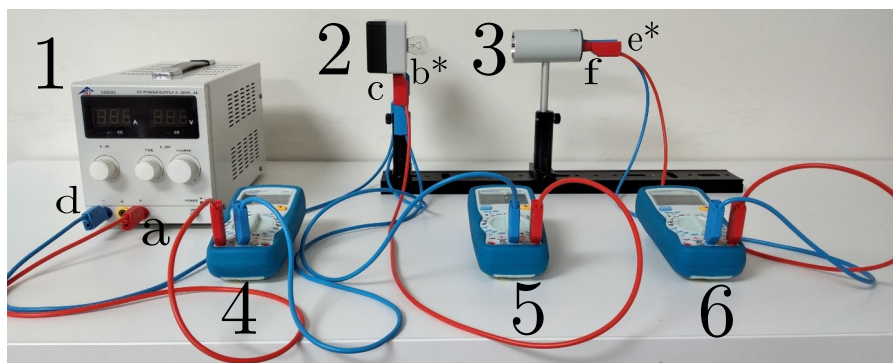


Рис. 2. Общий вид установки 1 — источник питания; 2 — источник высокой температуры; 3 — термоэлектрический элемент Молля; 4, 5, 6 — цифровые мультиметры; точки а, b*, с, d, e*, f — места подключения соединительных проводов, * (место соединения находится на противоположной стороне)

Общий вид установки показан на рис. 2, а ее принципиальная электрическая схема изображена на рис. 3. На направляющей установлены источник высокой температуры (ИВТ) и термоэлектрический элемент Молля (ТЭ). Источник питания (ИП) ИВТ расположен на лабораторном столе. Для измерений электрических величин используются цифровые мультиметры (ЦМ).

Объектом исследования являются вольфрамовая нить температурной лампы, выступающей в роли ИВТ. Температура нити определяется в зависимости ее сопротивления от температуры при различных значениях подводимой мощности P . Температура нити ИВТ определяется по следующей формуле:

$$T = \frac{R - R_0}{\alpha R_0} + T_0, \quad (16)$$

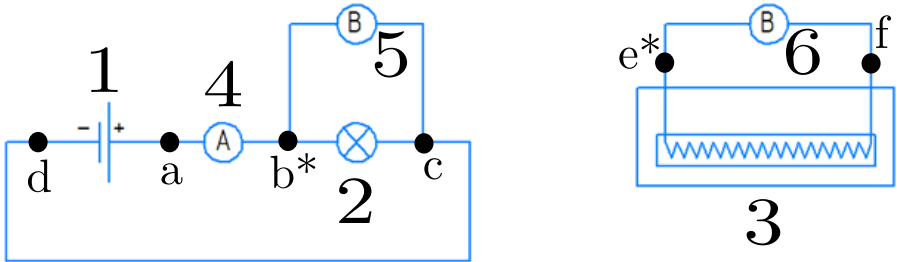


Рис. 3. Принципиальная электрическая схема установки 1 – ИП; 2 – ИВТ; 3 – ТЭ; 4, 5, 6 – ЦМ; точки а, b*, с, d, e*, f – места подключения соединительных проводов

где α – температурный коэффициент сопротивления вольфрама, $\alpha = 4,4 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$; R_0 – сопротивление вольфрамовой нити ИВТ при температуре окружающей среды; R – сопротивление вольфрамовой нити ИВТ при произвольной температуре; T_0 – температура окружающей среды вблизи ИВТ. Потребляемая ИВТ электрическая мощность равна произведению тока на напряжение ИВТ ($P = IU_{\text{л}}$), а сопротивление нити ИВТ $R = U_{\text{л}}/I$. Напряжение ТЭ ($U_{\text{ТЭ}}$) пропорционально падающей на него мощности теплового излучения и, соответственно, пропорционально энергетической светимости, то есть

$$U_{\text{ТЭ}} = bT^n, \quad (17)$$

где b – коэффициент пропорциональности, T – температура нити ИВТ, n – показатель степени.

$$b = \epsilon\sigma\beta, \quad (18)$$

где ϵ – коэффициент излучения тела, σ – постоянная Стефана – Больцмана, β – градировочная постоянная, зависящая от

особенностей данной экспериментальной установки. Логарифмируя (18), получим

$$\ln U_{T\Theta} = \ln b + n \ln T \quad (19)$$

Построив график зависимости $\ln U_{T\Theta} = f(\ln T)$, убедимся в наличии линейной зависимости $\ln U_{T\Theta}$ от $\ln T$. Обработав полученную зависимость используя метод наименьших квадратов (МНК) [3], получим значение n и его погрешность. При выполнении закона Стефана-Больцмана полученное значение n должно равняться четырем в пределах точности измерения. Таким образом, рассчитав значение n , мы проверяем справедливость закона Стефана-Больцмана о пропорциональности энергетической светимости тела четвертой степени его температуры. Вид зависимости показан на рис. 4. Правила построения и обработки графиков см. в методическом указании «Обработка экспериментальных данных» [3].

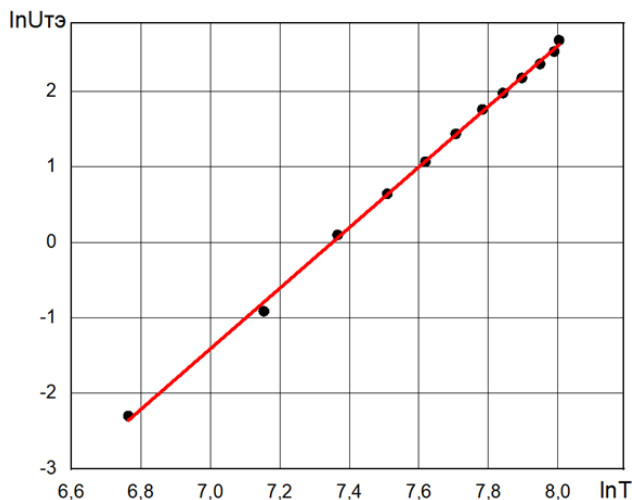


Рис. 4. График зависимости $\ln U = f(\ln T)$

Техника безопасности

Поскольку в данной работе используются приборы и устройства, питание которых осуществляется от сети переменного напряжения 220 В, возможно поражение электрическим током. Поэтому при выполнении работы необходимо соблюдать следующие меры безопасности:

1. Не разрешается включать установку в отсутствие преподавателя или лаборанта.
2. Запрещается оставлять установку включенной.

Проведение измерений

*Подготовка установки

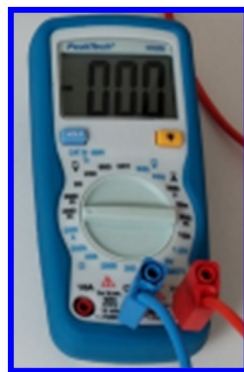
1. Соединить элементы лабораторной установки согласно электрической схеме, представленной на рис. 3, для этого:
 - (а) произвести последовательное подключение элементов с помощью соединительных проводов;
 - (б) подключить соединительные провода к ЦМ согласно рис.5;



а)



б)



с)

Рис. 5. Подключение ЦМ: а) ЦМ 4; б) ЦМ 5; с) ЦМ 6

2. Провести юстировку ИВТ и ТЭ. Для этого необходимо:
 - (а) установить ТЭ и ИВТ на направляющую, не фиксируя их положения (рис. 6);
 - (б) ослабить фиксирующий винт на стойке держателя ТЭ (рис.7);



Рис. 6. Установка ИТВ и ТЭ



Рис. 7. Фиксация ТЭ винтом

- (с) установить ТЭ на одной высоте с ИВТ, совместив центр отверстия ТЭ с центром ИВТ (рис. 8) и затянуть без усилия фиксирующий винт на стойке держателя ТЭ;
- (d) держатель ТЭ расположить от ИВТ на расстоянии, указанном табл. 1. Расстояние записать в табл. 2. Пример установки держателя ТЭ, согласно вариантам 11 и 22 показан на рис. 9;
- (е) зафиксировать положения ИВТ и ТЭ на направляю-

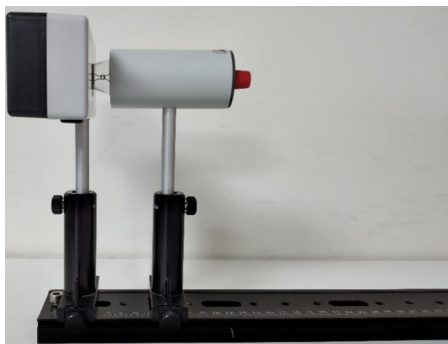


Рис. 8. Центрирование ИБТ и ТЭ



Рис. 9. Фиксация и положения держателя ТЭ и ИБТ на направляющей

щей с помощью фиксирующих винтов на соответствующих держателях **ВНИМАНИЕ! В течение всего времени проведения эксперимента взаимное расположение ИБТ и ТЭ не должно изменяться.**

3. Установить ручки 4, 7 и 9 ИП (рис. 11) в крайнее левое («нулевое») положение, вращая их против часовой стрелки.

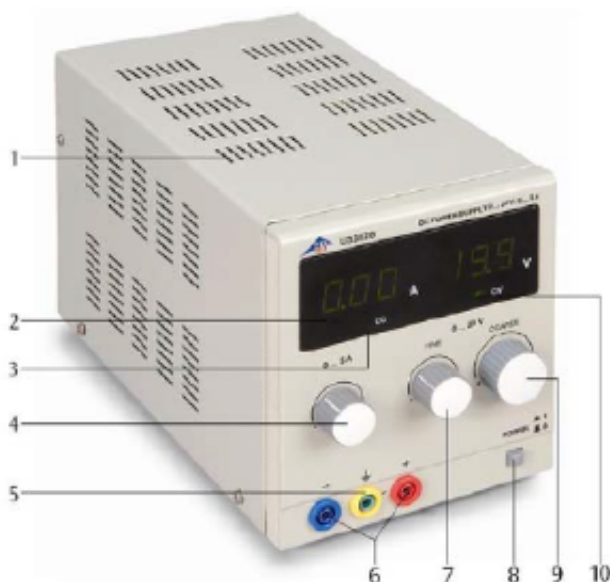


Рис. 10. 1 – вентиляционные отверстия; 2 – индикация тока и напряжения; 3 – светодиодных дисплея для источника постоянного тока; 4 – регулятор тока; 5 – розетка заземления; 6 – выход постоянного напряжения; 7 – точный регулятор постоянного напряжения; 8 – сетевой выключатель вкл. / выкл; 9 – грубый регулятор постоянного напряжения; 10 – светодиодный дисплей для источника постоянного напряжения (CV);

4. Установить на ЦМ 5 ИВТ (R_0) шкалу 200 Ом сопротивления.
5. Записать показания ЦМ 5 о сопротивлении ИВТ (R_0) в табл. 2.

ВНИМАНИЕ! Измерения сопротивлению ИВТ (R_0) проводятся при выключенном ИП.

6. Установить:

- (a) на ЦМ 5 ИВТ ($U_{\text{л}}$) шкалу 20 В постоянного напряжения;
 - (b) на ЦМ 6 ТЭ ($U_{\text{ТЭ}}$) шкалу 200 мВ постоянного напряжения;
 - (c) на ЦМ 4 ИВТ (I) шкалу 10 А постоянного тока;
7. Измерить температуру вблизи ИВТ, для этого:
- (a) подключить температурный датчик (ТД) в переходник (рис.11);



Рис. 11. Подключение ТД к переходнику

- (b) подключить температурный датчик с переходником к ЦМ 7, рис. 12;



Рис. 12. Подключение ТД к ЦМ 7



- (с) установить на ЦМ 7 шкалу $^{\circ}\text{C}$ и включить его, нажав кнопку  на передней панели (рис. 13);
- (d) поднести ТД максимально близко к ИВТ, при этом ТД не должен касаться поверхности ИВТ (рис. 13);



Рис. 13. Измерение температуры близи ИВТ

- (e) записать показания ЦМ 7 о температуре вблизи ИВТ (T_0) в табл. 2;
- (f) выключить ЦМ 7, нажав кнопку  на передней панели;

ВНИМАНИЕ! Запрещается прикасаться к лампе руками и посторонними предметами.

Снятие показаний

1. Порядок включения лабораторной установки:
 - (а) перед включением проверить, что ручки 4, 7, 9 ИП повернуты до упора против часовой стрелки, в крайнее левое положение;
 - (б) включить ИП и дать ему 2–3 минуты прогреться. На индикаторах 3, 10 ИП должны установиться нулевые значения, если это не так, проверить положение ручек 4, 7, 9 ;
 - (с) ручку 4 регулятора тока через ИВТ перевести в среднее положение. Для этого перевести красную риску на ручки в положение, соответствующее 12 часам.
2. Через 2–3 минуты, записать показания ЦМ 5 ($U_{\text{л}}$), ЦМ 4 (I) и ЦМ 6 ($U_{\text{ТЭ}}$) в табл. 3.
3. Ручками 7 и 9 установить напряжение $2,00 \pm 0,01$ В на ИП, используя в качестве средства измерения ЦМ 5. Показания с индикатора тока и напряжения ИП не записываются. Через 2–3 минуты записать показания $U_{\text{л}}$, I и $U_{\text{ТЭ}}$ в табл. 3. Изменение напряжения на ИП рекомендуется производить от 2 В до 11 В с шагом $0,50 \pm 0,01$ В. Для каждого шага запись значений $U_{\text{л}}$, I и $U_{\text{ТЭ}}$ производить через 2–3 минуты после изменения напряжения на ИП.
ВНИМАНИЕ! Напряжение $U_{\text{л}}$ на ИП категорически не должно превышать 11 В.
4. После окончания работы ручки 4, 7 и 9 ИП поставить в «нулевое» (крайнее левое) положение, вращая их про-

тив часовой стрелки. Выключить ИП, переведя его переключатель в положение “off”. Выключить все мультиметры, переведя их переключатели в положение “off”.

5. Сдать рабочее место.

Обработка результатов

1. Для каждого из опытов вычислить сопротивление $R = U_{\text{л}}/I$ ИВТ. Результаты занести в табл. 3.
2. По формуле (16) вычислить и занести в табл. 3 температуру T нити ИВТ. При вычислениях использовать значения T_0 , R_0 из табл.2.
3. Вычислить $\ln U_{\text{ТЭ}}$ и $\ln T$ и занести полученные значения в табл.3.
4. Построить график зависимости $\ln U_{\text{ТЭ}} = f(\ln T)$.
5. Обработать полученную зависимость используя МНК [3], получить значение n и его погрешность. Для цифровых приборов, используемых в данной работе, погрешность равна единице последнего разряда в показанном на экране значении измеряемой величины.
6. Записать результат измерений n в виде $(n \pm \Delta n)$.

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

- Титульный лист.
- Схема установки.
- Табл. 2 и 3, подписанные инженером, проводившим занятие в лаборатории.
- Пример расчета всех величин R , T , $\ln T$, $\ln U_{TЭ}$.
- Расчет значения n и его погрешность по МНК.
- График зависимости $\ln U_{TЭ} = f(\ln t)$.
- Записать результат измерений n в виде $(n \pm \Delta n)$.
- Вывод.

Результатом лабораторной работы является выполненный и оформленный отчет по лабораторной работе. Рекомендуемое расположение материалов в отчете смотрите в методическом указании «Обработка экспериментальных данных» [3].

Контрольные вопросы

1. Какова природа и особенности теплового излучения?
2. Что такое спектральная плотность энергетической светимости? Интегральная энергетическая светимость?
3. Размерности этих характеристик и связь между ними?
4. Что такое испускательная и поглощательная способности тел?
5. Что такое абсолютно черное тело? Серое тело?
6. Основные опытные законы излучения.
7. Что такое спектральный коэффициент черноты $\epsilon_{\lambda,T}$ и интегральный коэффициент черноты ϵ_T ?

Литература

1. Трофимова Т.И. Курс физики: Учеб. пособие для вузов. — М.: Академия, 2005. — 542 с.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. В 3 тт. Т. 2. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. 13-е изд., стер. — СПб.: Лань, 2017. — 500 с.
3. Курепин В.В., Баранов И.В. Обработка экспериментальных данных: Учеб.-метод. пособие / Под ред. В.А. Самолетова. СПб.: НИУ ИТМО; ИХиБТ, 2012. 57 с.

Приложение

Таблица 1

№ в списке в ИСУ	Положение держателя ТЭ, см	№ в списке в ИСУ	Положение держателя ТЭ, см
1	9	15	10
2	11	16	12
3	13	17	14
4	15	18	16
5	17	19	18
6	18	20	19
7	1	21	2
8	3	22	4
9	5	23	6
10	7	24	8
11	9	25	10
12	11	26	12
13	13	27	14
14	15	28	16

Таблица 2

R_0 , Ом	t_0 , °C	T_0 , К	№ в списке в ИСУ	Положение держателя ТЭ, см

Таблица 3

№ опыта	$U_{\text{л}}, \text{В}$	$I, \text{А}$	$U_{\text{ТЭ}}, \text{мВ}$	$R, \text{Ом}$	$T, \text{К}$	$\ln T$	$\ln U_{\text{ТЭ}}$
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							
17							
18							
19							