Nanda Willy A
5312422021

filter adalah sistem linier dan invarian waktu, Ini berarti mereka memenuhi sifat berikut:
Jika $F(x(n))$ adalah fungsi filter sinyal masukan $x(n)$, maka kita mempunyai:
Linearitas untuk sinyal $x_1(n)$ dan $x_2(n)$:

$$f(x_1(n) + x_2(n)) = f(x_1(n)) + f(x_2(n))$$

dengan faktor a:

$$f(a \cdot x(n)) = a . f(x(n))$$

yang berarti kita dapat mengeluarkan jumlah dan faktor dari fungsi kita
Invariansi waktu jika

$$y(n) = f(x(n))$$

maka kita punya delay untuk n_0:

$$y(n + n_0) = f(x(n + n_0))$$

yang berarti fungsi kita tetap sama kapanpun kita terapkan

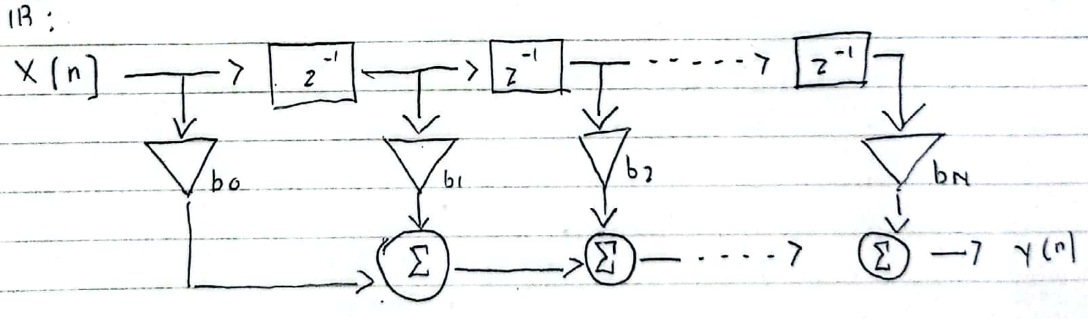
* FIR FILTERS

Filter Finite Impulse Response (FIR) sederhana memiliki persamaan perbedaan seperti berikut

$$y(n) = \sum_{m=0}^{L} b(m)\, x(n-m)$$

$y(n)$: sinyal output pada waktu n
$x(n)$: sinyal input pada waktu n
$b(m)$: koefisien filter (taps) dari respons impulse filter

Block Diagram FIR:



Blok dengan z^{-1} diimplementasikan sebagai penundaan 1 interval sampel, setelah blok penundaan pertama, kita punya $x(n-1)$. setelah blok penundaan ke dua kita punya $x(n-2)$, dan seterusnya setiap blok menunda nilai selama 1 siklus sample.

$$y(n) = \sum_{m=0}^{L} b(m)\, x(n-m)$$

$$Y(z) = \sum_{m=0}^{L} b(m) . z^{-m} . X(z) = X(z) \sum_{m=0}^{L} b(m) . z^{-m}$$

transfer function $= H(z) := \dfrac{Y(z)}{X(z)} = \sum_{m=0}^{L} b(m) . z^{-m}$

persamaan diatas adalah transformasi z dari koefisien $b(m)$, yang juga merupakan transformasi z dari response impuls filter FIR.

untuk mendapatkan respons frekuensi dari transfer function filter, kita bisa mengganti z dengan $e^{j\Omega}$

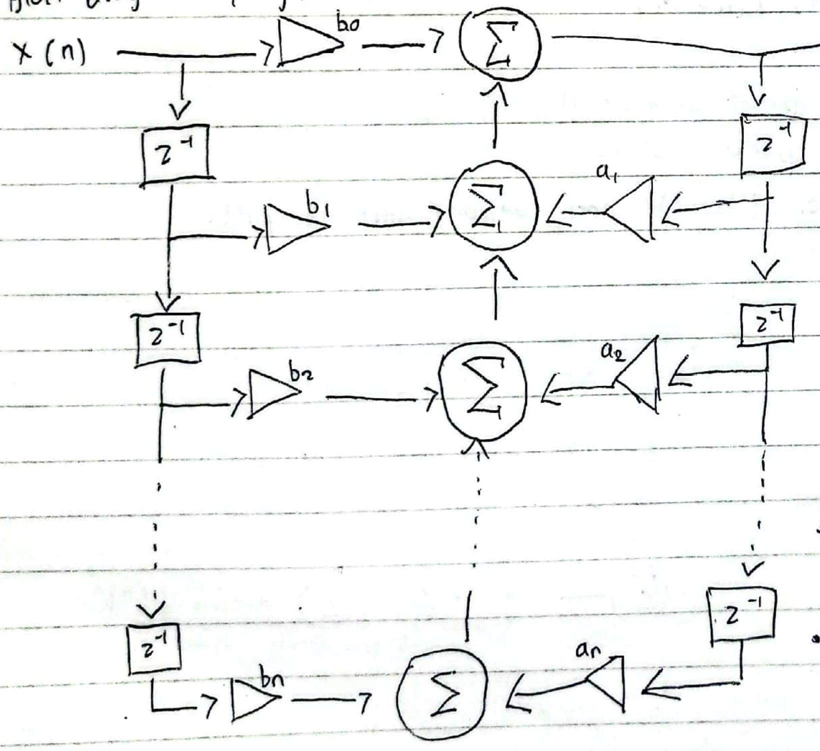
$$H(e^{j\Omega}) = \sum_{m=0}^{L} b(m) \cdot e^{-j\Omega m}$$

karena $e^{j\Omega}$ adalah bilangan kompleks, respons frekuensi H juga kompleks untuk setiap frekuensi Ω.
Biasanya, respons frekuensi ini digambarkan dengan dua plot.
- plot magnitudo menunjukkan seberapa besar pelemahan atau penguatan pada setiap frekuensi.
- plot fase menunjukkan pergeseran fase pada setiap frekuensi

* IIR FILTERS

$$y(n) = \sum_{m=0}^{L} b(m) \cdot x(n-m) + \sum_{r=1} a(r) \cdot y(n-r) \quad (1)$$

terdapat 2 bagian konvolusi, satu dengan input $(x(n))$ dan satu lagi dengan output sebelumnya $(y(n))$
Bagian umpan baliknya dimulai dengan penundaan $r=1$ untuk menghindari loop tanpa penundaan, yang berarti kita tidak bisa menggunakan $y(n)$ sebelum menghitungnya
Blok diagram yang sudah disederhanakan:



Transformasi Z untuk persamaan (1)

$$Y(z) = \sum_{m=0}^{L} b(m) \cdot X(z) \cdot z^{-m} + \sum_{r=1} a(r) \cdot Y(z)\, z^{-r}$$

Transfer function

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{m=0}^{L} b(m) \cdot z^{-m}}{1 - \sum_{r=1}^{R} a(r) \cdot z^{-r}}$$

- Transformasi Z membantu menemukan solusi untuk fungsi transfer dengan feedback
- Transfer function memiliki penyebut polinomial yang menghasilkan pole

- filter stabil jika semua pole berada di dalam lingkaran satuan
- kita perlu merancang koefisien $a(n)$ agar pole tetap di dalam lingkaran satuan untuk stabilitas

Karena delay adalah operator linier, kita dapat memindahkannya setelah penjumlahan. Dengan demikian kita bisa menggabungkan rantai delay untuk bagian FIR dan IIR. hal ini mengurangi kebutuhan memori untuk implementasi.

Untuk mengimplementasikannya sinyal eksponensial yang meluruh, kita hanya memerlukan sistem dengan pole di posisi p. dalam persamaan di atas, kita menetapkan $b(0) = 1$ dan $a(1) = p$, sehingga kita mendapatkan persamaan perbedaan sederhana:

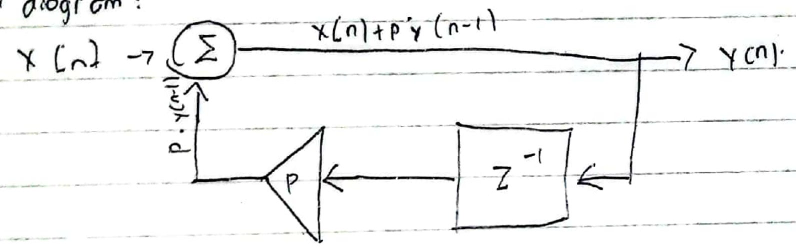
$$y(n) = 1 \cdot x(n) + p \cdot y(n-1)$$

Jika $x(n)$ adalah pulsa satuan, outputnya adalah deret eksponensial yang meluruh

$$1, p, p^2, p^3, \ldots$$

Ini adalah respon impulse yang sangat panjang, sehingga disebut IIR (Infinite Impulse Response)

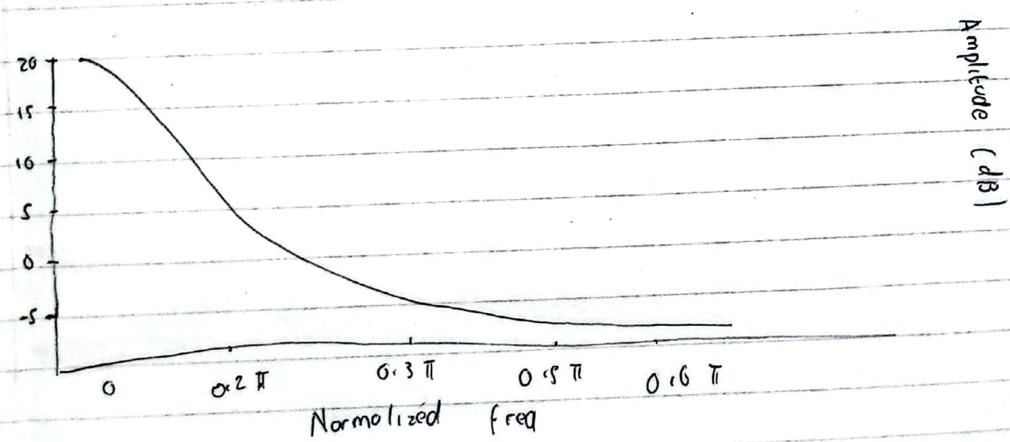
Block diagram :



Z domain:

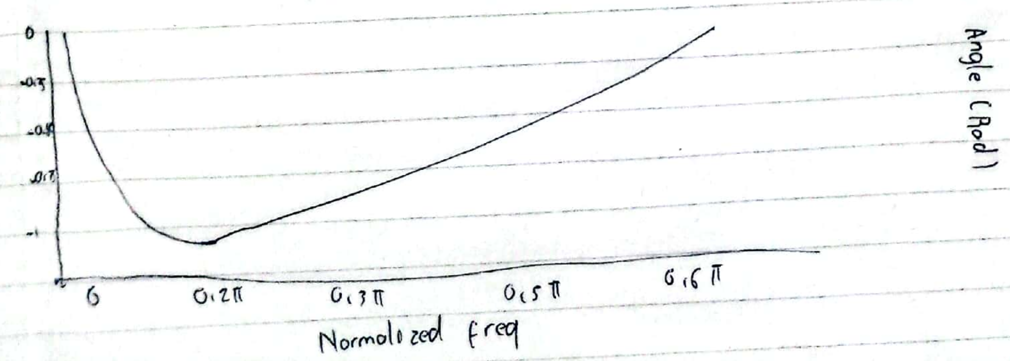
$$Y(z) = X(z) + p \cdot z^{-1} \cdot Y(z)$$

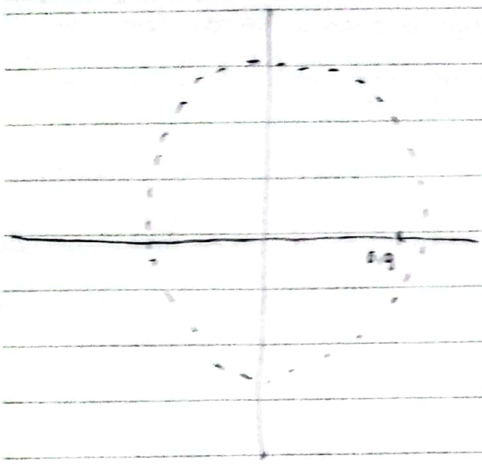
$$\rightarrow H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{1 - p \cdot z^{-1}}$$



frekuensi yang dinormalisasi, dengan sisi kanan π, menunjukkan Nyquist atau setengah dari freq sampel

Respons frekuensi menunjukkan karakteristik low pass





zero

Grafik menunjukkan dengan 0 dan pole x, dengan sebuah pole di

z = 0.9

Pada umumnya, semakin dekat pole ke lingkaran satuan, semak

besar respons magnitudo pada frekuensi yang dinormalisasi

Transformasi z ke DTFT menghasilkan respons frekuensi da

menghitung lingkaran satuan

- semakin dekat ke sebuah pole, magnitudo frequensi semakin tinggi
- semakin dekat ke sebuah zero, magnitudo respon frequensi semakin rendah