



Satakunnan ammattikorkeakoulu
Satakunta University of Applied Sciences

KIRSI LAAKSONEN

Matematiikan perustyökalut insi- nöörille SY221100-3039

3. Funktiot

**DATA ENGINEERING
2024**

1 LAUSEKKEET

Aiempi palautus.

2 YHTÄLÖT

Aiempi palautus.

3 FUNKTIOT

3.1 Ensimmäisen asteen polynomifunktiot

1. Tehtävä

Olkoon funktio $f(x) = -2x + 3$. Laske funktion arvo

a) $f(-2)$

$$f(-2) = -2 \cdot (-2) + 3$$

$$f(-2) = 4 + 3$$

$$f(-2) = 7$$

Vastaus: Funktion arvo on 7.

b) $f(a + 2)$

$$f(a + 2) = -2 \cdot (a + 2) + 3$$

$$f(a + 2) = -2a - 4 + 3$$

$$f(a + 2) = -2a - 1$$

Vastaus: Funktion arvo on $-2a-1$.

c) $f(1) - f(-3)$

$$f(1) = -2 \cdot (1) + 3 \quad f(-3) = -2 \cdot (-3) + 3$$

$$f(1) = -2 + 3 \quad f(-3) = 6 + 3$$

$$f(1) = 1 \quad f(-3) = 9$$

$$f(1) - f(-3) = 1 - 9$$

$$f(1) - f(-3) = -8$$

Vastaus: Funktion arvo on -8 .

2. Tehtävä

Laske funktion $g(x) = -\frac{1}{2}x - 3$

a) arvo kohdassa nolla

Eli sijoitetaan x kohdalle 0?

$$g(0) = -\frac{1}{2}x - 3$$

$$g(0) = -\frac{1}{2} \cdot 0 - 3$$

$$g(0) = -3$$

Vastaus: Funktion arvo kohdassa $x = 0$ on -3 .

b) nollakohta

Eli funktion vastauksesta tarvii saada 0?

$$-\frac{1}{2}x - 3 = 0$$

$$-\frac{1}{2}x - 3 = 0 \parallel +3$$

$$-\frac{1}{2}x = 3 \parallel \cdot (-2)$$

$$x = -6$$

Vastaus: Funktion nollakohta on $x = -6$.

3. Tehtävä

Laske laskimella funktion $f(x) = x^3 + x^2 - 15x + 1$ arvo,

$$\text{kun } x = \frac{\sqrt{61}-1}{2}.$$

Käytä laskimesi muistitoimintoa tai ANS/Enter-näppäintä. Ohje vastauksissa.

Näppäilin:

| 61 | √ | - | 1 | = | / | 2 | = | STO | y^x | 3 | = | + | (| RCL | y^x | 2 | = | - | (| 15 |
x | RCL | = | + | 1 |

Vastaus: 1

4. Tehtävä

Määritä suoran kulmakerroin

a) $y = x - 3$

Koska en näe kuin yhden x oletan tästä, että kulmakerroinkin on vain yksi?

Vastaus: $k = 1$

b) $y - \frac{1}{3}x = 2$

$$y = \frac{1}{3}x + 2$$

Sama periaate kuin edellisessä kohdassa?

Vastaus: $k = \frac{1}{3}$

c) $2y - 4x - 2 = 0$

$$2y = 4x + 2 \quad || / 2$$

$$y = 2x + 1$$

Sama periaate kuin aiemmin

Vastaus: $k = 2$

5. Tehtävä

Määritä seuraavien annettujen pisteen kautta kulkevan suoran kulmakerroin **laskemalla**.

Kulmakerroin kahden pisteen avulla: $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

a) (-2, 5) ja (-1, 0)

Olettaen että x on ensin, sitten y:

$$k = \frac{0 - 5}{-1 - (-2)}$$

$$k = \frac{-5}{-1+2}$$

$$k = \frac{-5}{1}$$

Vastaus: $k = -5$

b) $(4, -2)$ ja $(-3, 7)$

$$k = \frac{7 - (-2)}{-3 - 4}$$

$$k = \frac{7 + 2}{-3 - 4}$$

$$k = \frac{7 + 2}{-7}$$

$$k = \frac{9}{-7}$$

Vastaus: $k = \frac{9}{-7}$

6. Tehtävä

Piirrä suora koordinaatistoon laskemalla sille arvoja taulukkoon.

a) $y = -\frac{1}{2}x - 2$

$$x = -2, y = -1 \quad (-2, -1)$$

Jos $x = 0$:

$$y = -\frac{1}{2} \cdot 0 - 2$$

$$y = -2$$

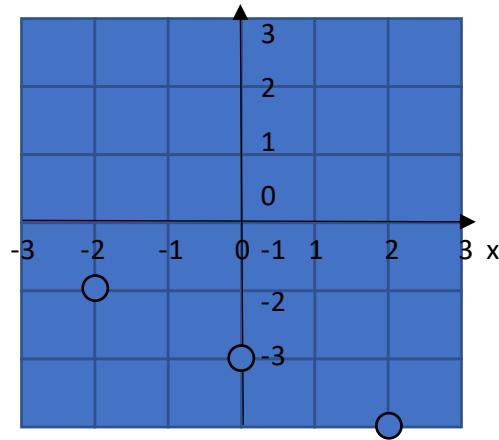
Jos $x = 2$:

$$y = -\frac{1}{2} \cdot 2 - 2$$

$$y = -1 - 2$$

$$y = -3$$

x	y	(x, y)
-2	-1	(-2, -1)
0	-2	(0, -2)
2	-3	(2, -3)



b) $3x - y = -1$

$$-y = -3x - 1 \quad || \times 1$$

$$y = 3x + 1$$

Jos $x = -1$:

$$y = 3(-2) + 1$$

$$y = -6 + 1$$

$$y = -5$$

Jos $x = 0$:

$$y = 3(-0) - 1$$

$$y = -1$$

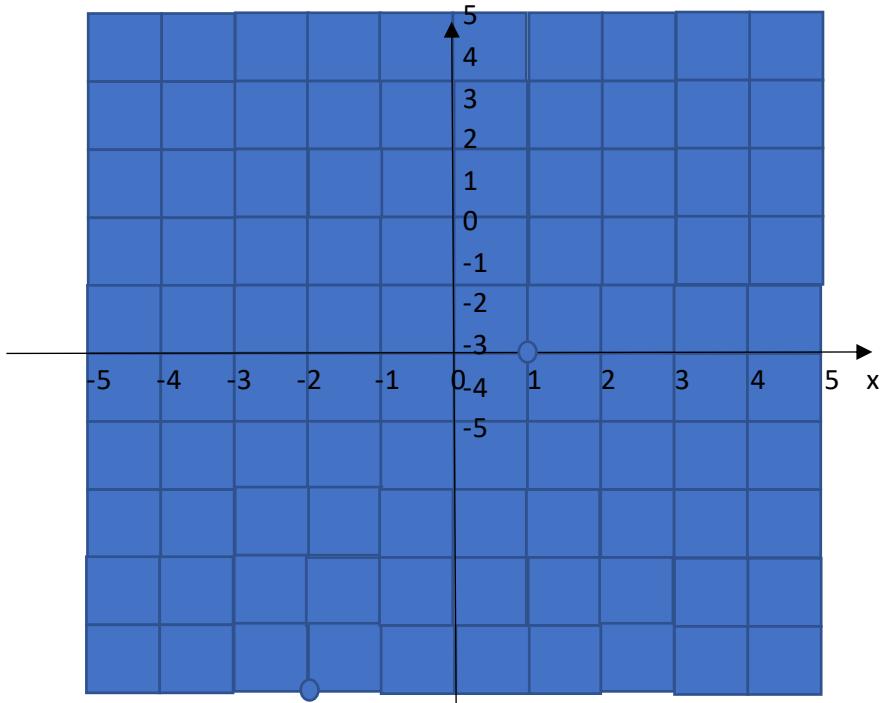
Jos $x = 2$:

$$y = 3(2) + 1$$

$$y = 6 + 1$$

$$y = 7$$

x	y	(x, y)
3	-5	(3, -5)
0	-1	(0, -1)
2	7	(2, 7)



7. Tehtävä

Ratkaise yhtälöpari

a) $\{x - y = 1, x + 2y = 4\}$

$$x - y = 1$$

$$x = 1 + y$$

$$1 + y + 2y = 4$$

$$1 + 3y = 4$$

$$3y = 4 - 1$$

$$3y = 3 \parallel :: 3$$

$$y = 1$$

$$x = 1 + 1$$

$$x = 2$$

Vastaus: $x = 2, y = 1$

b) $\{3x - 2y = -1, 3x + 2y = 7\}$

$$(3x - 2y) + (3x + 2y) = (-1) + 7$$

$$3x + 3x = (-1) + 7$$

$$6x = 6 \parallel :: 6$$

$$x = 1$$

$$\begin{aligned}
 3(1) - 2y &= -1 \\
 3 - 2y &= -1 \\
 -2y &= -1 - 3 \\
 -2y &= -4 \parallel : 2 \\
 -y &= -2 \parallel \times 1 \\
 y &= 2
 \end{aligned}$$

Vastaus: x=1, y=2

8. Tehtävä

Opiskelijalla on 20 sentin ja 50 sentin kolikoita yhteensä 49 kappaletta. Rahaa hänellä on yhteensä 19,40 €. Kuinka monta kappaletta kumpiakin kolikoita opiskelijalla on?

Jos $x = 20$ snt

Ja $y = 50$ snt

Kolikoita on 49 kpl

Tiedetään että $x + y = 49$

Tiedetään että on 1940 snt

$$\{ x + y = 49 \text{ ja } 20x + 50y = 1940$$

$$x = 49 - y$$

$$20(49 - y) + 50y = 1940$$

$$980 - 20y + 50y = 1940$$

$$980 + 30y = 1940 \quad ||-980$$

$$30y = 960 \quad ||: 30$$

$$y = 32$$

$$x + 32 = 49$$

$$x = 49 - 32$$

$$x = 17$$

Vastaus: Opiskelijalla on 32 x 50 sentin kolikoita ja 17 x 20 sentin kolikoita.

3.2 Trigonometriset funktiot

1. Tehtävä

Laske pisteen (2, -4) etäisyys origosta. Piirrä kuva koordinaatistoon!

Pythagora?

$$d^2 = x^2 + y^2$$

$$d^2 = 2^2 + (-4)^2$$

$$d^2 = 4 + 16$$

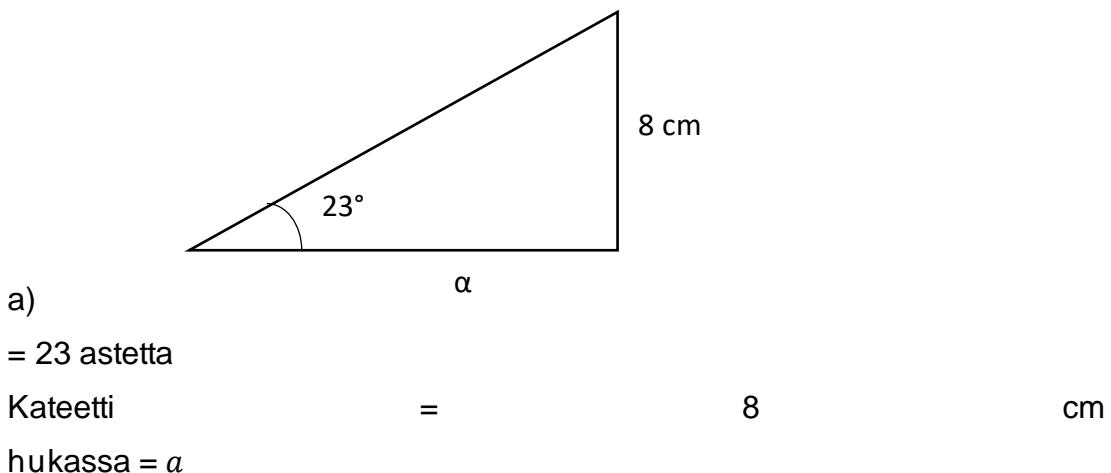
$$d = \sqrt{20}$$

$$d = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \approx 4,47$$

Vastaus: 4,5

2. Tehtävä

Laske sivun a pituus.

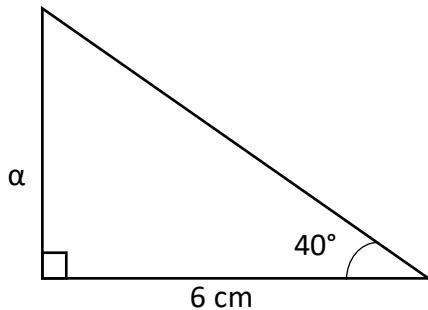


$$\tan(23^\circ) = \frac{8}{\alpha}$$

$$\alpha = \frac{8}{\tan(23^\circ)}$$

$$\alpha = \frac{8}{0.4245} \approx 18,85$$

Vastaus: 18,85

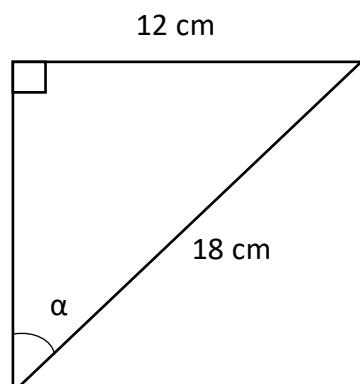


b)

Asdf

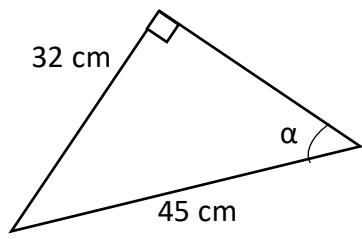
3. Tehtävä

Määritä suorakulmaisen kolmion kulma α .



a)

Asdf

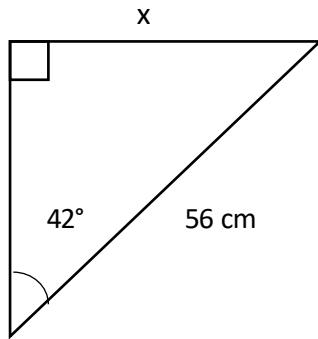


b)

Asdf

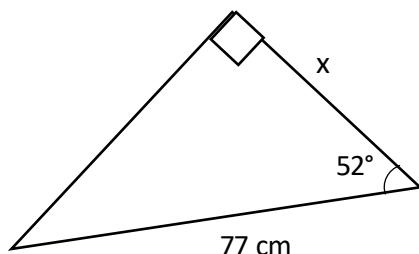
4. Tehtävä

Mikä on x :llä merkityn sivun pituus?



a)

Asdf



b)

Asdf

5. Tehtävä

Voimavektori \bar{F} muodostuu kahdesta koordinaattiakselien suuntaisista komponenteista $F_x = 50 \text{ N}$ ja $F_y = 30 \text{ N}$.

Piirrä kuva ja laske voimavektorin \bar{F} -suuruus.

Asdf

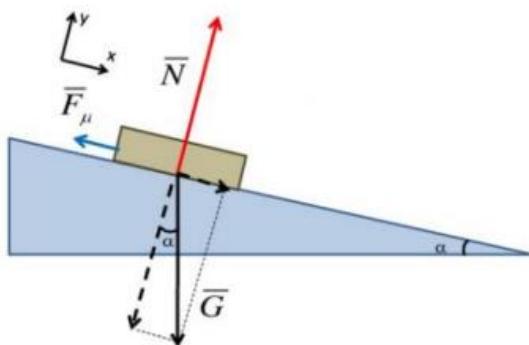
6. Tehtävä

Jaa 60° kulmassa origoon vaikuttava voima $\mathbf{F} = 65 \text{ N}$ vaaka- ja pystykomponentteihin.

Asdf

7. Tehtävä

Määritä kappaleen kitkavoima \mathbf{F}_μ , jolla kappale pysyy paikallaan kuvan tilanteessa. Kitkavoiman on oltava yhtä suuri kuin painovoiman pinnan suuntainen komponentti $F_\mu = G_x$, jotta kappale pysyy tässä paikallaan. Painovoiman suuruus kuvassa $G = 180 \text{ N}$ ja kaltevuuskulma $\alpha = 21^\circ$.

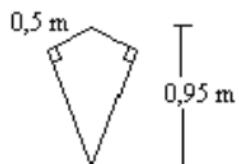


Asdf

8. Tehtävä

Laske kuvan mukaisen leijan pinta-ala.

(pääsykoetehtävä teknikkokoulutukseen, kevät 1992)



Asdf

9. Tehtävä

Ohuen, jäykän levyn pituus on 250 cm ja leveys 210 cm.

Voidaanko levy viedä oviaukosta, jonka leveys on 80 cm ja korkeus 200 cm?

(yo kevät 1997)

Asdf

10. Tehtävä

Kuinka korkea on torni, joka näkyy 60,0 metrin päässä tornin juuren korkeudelta kulmassa $51,5^\circ$?

(pääsykoetehtävä insinöörikoulutukseen, kevät 1990)

11. Tehtävä

Kiikan näkökenttä on $7,0^\circ$. Kuinka kauana on 140 m pitkä ohi kulkeva laiva, joka täsmälleen täyttää kiikan näkökentän? (yo syksy 1996)

12. Tehtävä

Voimien F_1 ja F_2 yhteisvaikutusta voidaan kuvata resultantivektorilla F_{kok} .

Laske resultantivektorin pituus ja suuntakulma x -akselilta, kun $F_1 = 30 \text{ N}$ ja sen suuntakulma on 45° ja $F_2 = 40 \text{ N}$ ja sen suuntakulma on 135° .

Piirrä kuva.

