



Satakunnan ammattikorkeakoulu  
Satakunta University of Applied Sciences

KIRSI LAAKSONEN

# **Matematiikan perustyökalut insinööreille SY221100-3039**

## **3. Funktiot**

DATA ENGINEERING  
2024

## 1 LAUSEKKEET

Aiempi palautus.

## 2 YHTÄLÖT

Aiempi palautus.

## 3 FUNKTIOT

### 3.1 Ensimmäisen asteen polynomifunktiot

#### 1. Tehtävä

Olkoon funktio  $f(x) = -2x + 3$ . Laske funktion arvo

a)  $f(-2)$

$$f(-2) = -2 \cdot (-2) + 3$$

$$f(-2) = 4 + 3$$

$$f(-2) = 7$$

**Vastaus:** Funktion arvo on 7.

b)  $f(a + 2)$

$$f(a + 2) = -2 \cdot (a + 2) + 3$$

$$f(a + 2) = -2a - 4 + 3$$

$$f(a + 2) = -2a - 1$$

**Vastaus:** Funktion arvo on  $-2a-1$ .

c)  $f(1) - f(-3)$

$$f(1) = -2 \cdot (1) + 3 \quad f(-3) = -2 \cdot (-3) + 3$$

$$f(1) = -2 + 3 \quad f(-3) = 6 + 3$$

$$f(1) = 1 \quad f(-3) = 9$$

$$f(1) - f(-3) = 1 - 9$$

$$f(1) - f(-3) = -8$$

**Vastaus:** Funktion arvo on  $-8$ .

## 2. Tehtävä

Laske funktion  $g(x) = -\frac{1}{2}x - 3$

a) arvo kohdassa nolla

Eli sijoitetaan  $x$  kohdalle  $0$ ?

$$g(0) = -\frac{1}{2}x - 3$$

$$g(0) = -\frac{1}{2} \cdot 0 - 3$$

$$g(0) = -3$$

**Vastaus:** Funktion arvo kohdassa  $x = 0$  on  $-3$ .

b) nollakohta

Eli funktion vastauksesta tarvii saada  $0$ ?

$$-\frac{1}{2}x - 3 = 0$$

$$-\frac{1}{2}x - 3 = 0 \quad || +3$$

$$-\frac{1}{2}x = 3 \quad || \cdot (-2)$$

$$x = -6$$

**Vastaus:** Funktion nollakohta on  $x = -6$ .

## 3. Tehtävä

Laske laskimella funktion  $f(x) = x^3 + x^2 - 15x + 1$  arvo,

kun  $x = \frac{\sqrt{61}-1}{2}$ .

Käytä laskimesi muistitoimintoa tai ANS/Enter-näppäintä. Ohje vastauksissa.

Näppäilin:

| 61 | √ | - | 1 | = | / | 2 | = | STO | y^x | 3 | = | + | ( | RCL | y^x | 2 | = | - | ( | 15 |  
x                      RCL                      =                      +                      1                      |

**Vastaus:** 1

#### 4. Tehtävä

Määritä suoran kulmakerroin

a)  $y = x - 3$

Koska en näe kuin yhden  $x$  oletan tästä, että kulmakerroinkin on vain yksi?

**Vastaus:**  $k = 1$

b)  $y - \frac{1}{3}x = 2$

$$y = \frac{1}{3}x + 2$$

Sama periaate kuin edellisessä kohdassa?

**Vastaus:**  $k = \frac{1}{3}$

c)  $2y - 4x - 2 = 0$

$$2y = 4x + 2 \quad || / 2$$

$$y = 2x + 1$$

Sama periaate kuin aiemmin

**Vastaus:**  $k = 2$

#### 5. Tehtävä

Määritä seuraavien annettujen pisteiden kautta kulkevan suoran kulmakerroin ***laskemalla***.

***Kulmakerroin kahden pisteen avulla:***  $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

a)  $(-2, 5)$  ja  $(-1, 0)$

Olettaen että  $x$  on ensin, sitten  $y$ :

$$k = \frac{0 - 5}{-1 - (-2)}$$

$$k = \frac{-5}{-1+2}$$

$$k = \frac{-5}{1}$$

**Vastaus:**  $k = -5$

b)  $(4, -2)$  ja  $(-3, 7)$

$$k = \frac{7 - (-2)}{-3 - 4}$$

$$k = \frac{7 + 2}{-3 - 4}$$

$$k = \frac{7 + 2}{-7}$$

$$k = \frac{9}{-7}$$

**Vastaus:**  $k = \frac{9}{-7}$

## 6. Tehtävä

Piirrä suora koordinaatistoon laskemalla sille arvoja taulukkoon.

a)  $y = -\frac{1}{2}x - 2$

$$x = -2, y = -1 \quad (-2, -1)$$

Jos  $x = 0$ :

$$y = -\frac{1}{2} \cdot 0 - 2$$

$$y = -2$$

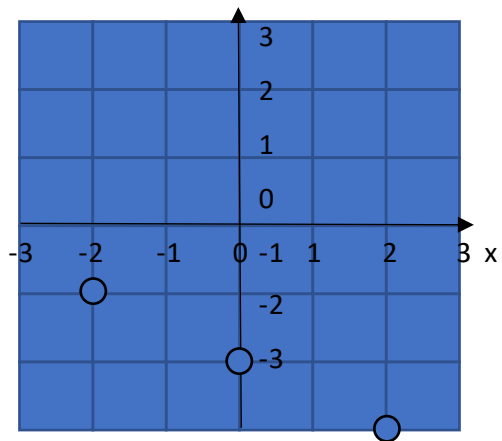
Jos  $x = 2$ :

$$y = -\frac{1}{2} \cdot 2 - 2$$

$$y = -1 - 2$$

$$y = -3$$

x	y	(x, y)
-2	-1	(-2, -1)
0	-2	(0, -2)
2	-3	(2, -3)



b)  $3x - y = -1$

$$-y = -3x - 1 \quad || \times 1$$

$$y = 3x + 1$$

Jos  $x = -1$ :

$$y = 3(-2) + 1$$

$$y = -6 + 1$$

$$y = -5$$

Jos  $x = 0$ :

$$y = 3(-0) - 1$$

$$y = -1$$

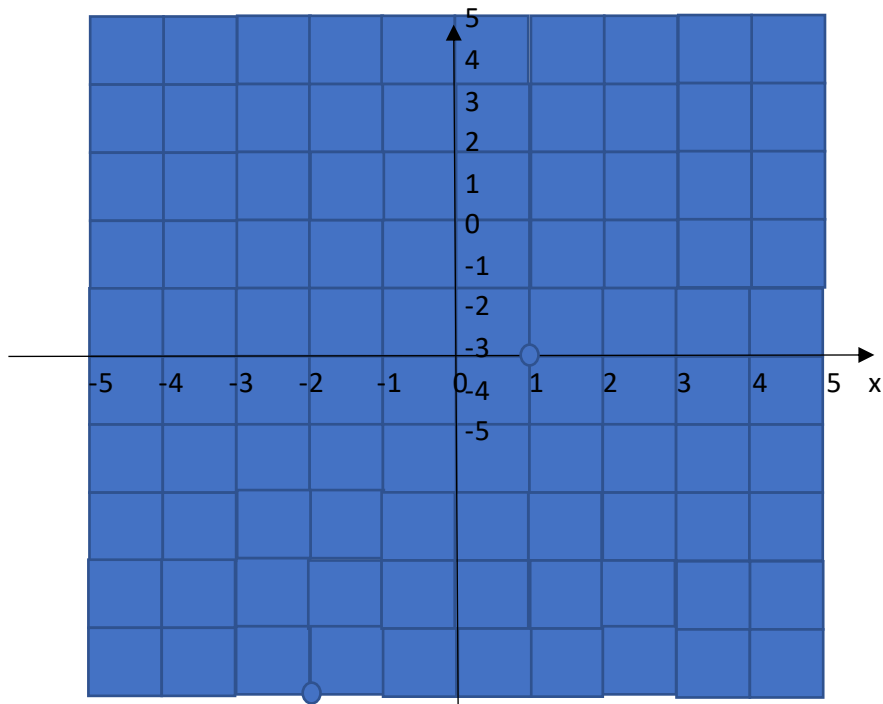
Jos  $x = 2$ :

$$y = 3(2) + 1$$

$$y = 6 + 1$$

$$y = 7$$

x	y	(x, y)
3	-5	(3, -5)
0	-1	(0, -1)
2	7	(2, 7)



## 7. Tehtävä

Ratkaise yhtälöpari

a)  $\{x - y = 1, x + 2y = 4\}$

$$x - y = 1$$

$$x = 1 + y$$

$$1 + y + 2y = 4$$

$$1 + 3y = 4$$

$$3y = 4 - 1$$

$$3y = 3 \parallel :: 3$$

$$y = 1$$

$$x = 1 + 1$$

$$x = 2$$

**Vastaus:**  $x = 2, y = 1$

b)  $\{3x - 2y = -1, 3x + 2y = 7\}$

$$(3x - 2y) + (3x + 2y) = (-1) + 7$$

$$3x + 3x = (-1) + 7$$

$$6x = 6 \parallel :: 6$$

$$x = 1$$

$$3(1) - 2y = -1$$

$$3 - 2y = -1$$

$$-2y = -1 - 3$$

$$-2y = -4 \quad || : 2$$

$$-y = -2 \quad || \times 1$$

$$y = 2$$

**Vastaus:**  $x=1$ ,  $y=2$

### 8. Tehtävä

Opiskelijalla on 20 sentin ja 50 sentin kolikoita yhteensä 49 kappaletta. Rahaa hänellä on yhteensä 19,40 €. Kuinka monta kappaletta kumpiakin kolikoita opiskelijalla on?

Jos  $x = 20$  snt

Ja  $y = 50$  snt

Kolikoita on 49 kpl

Tiedetään että  $x + y = 49$

Tiedetään että on 1940 snt

$$\{ x + y = 49 \text{ ja } 20x + 50y = 1940$$

$$x = 49 - y$$

$$20(49 - y) + 50y = 1940$$



$$980 - 20y + 50y = 1940$$

$$980 + 30y = 1940 \quad || -980$$

$$30y = 960 \quad || : 30$$

$$y = 32$$

$$x + 32 = 49$$

$$x = 49 - 32$$

$$x = 17$$

**Vastaus:** Opiskelijalla on 32 x 50 sentin kolikoita ja 17 x 20 sentin kolikoita.

### 3.2 Trigonometriset funktiot

#### 1. Tehtävä

Laske pisteen (2, -4) etäisyys origosta. Piirrä kuva koordinaatistoon!

Pythagora?

$$d^2 = x^2 + y^2$$

$$d^2 = 2^2 + (-4)^2$$

$$d^2 = 4 + 16$$

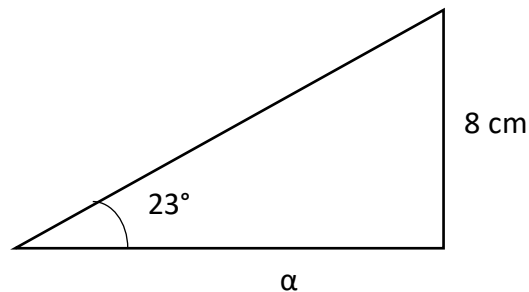
$$d = \sqrt{20}$$

$$d = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \approx 4,47$$

**Vastaus:** 4,5

#### 2. Tehtävä

Laske sivun  $a$  pituus.



a)

= 23 astetta

Kateetti

=

8

cm

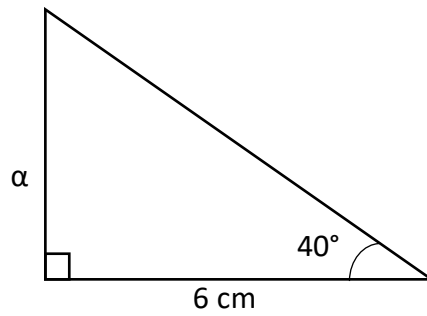
hukassa =  $a$

$$\tan(23^\circ) = \frac{8}{\alpha}$$

$$\alpha = \frac{8}{\tan(23^\circ)}$$

$$\alpha = \frac{8}{0.4245} \approx 18,85$$

**Vastaus:** 18,85

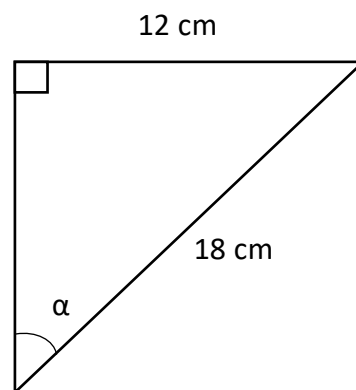


b)

Asdf

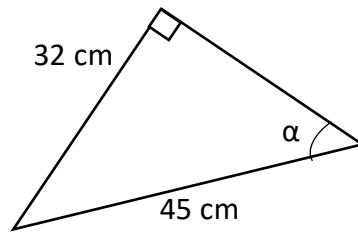
### 3. Tehtävä

Määritä suorakulmaisen kolmion kulma  $\alpha$ .



a)

Asdf

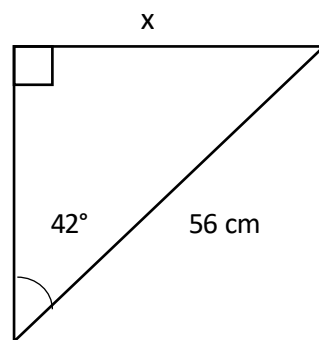


b)

Asdf

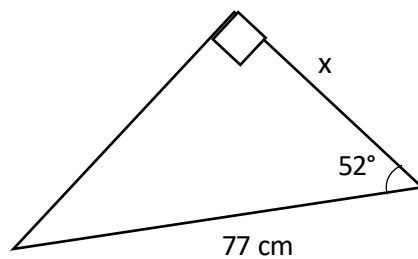
#### 4. Tehtävä

Mikä on  $x$ :llä merkityn sivun pituus?



a)

Asdf



b)

Asdf

#### 5. Tehtävä

Voimavektori  $\vec{F}$  muodostuu kahdesta koordinaattiakselien suuntaisista komponenteista  $F_x = 50 \text{ N}$  ja  $F_y = 30 \text{ N}$ .

Piirrä kuva ja laske voimavektorin  $\vec{F}$  suuruus.

Asdf

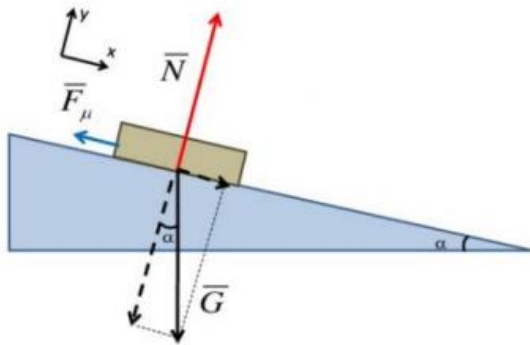
### 6. Tehtävä

Jaa  $60^\circ$  kulmassa origoon vaikuttava voima  $F = 65 \text{ N}$  vaaka- ja pystykomponentteihin.

Asdf

### 7. Tehtävä

Määritä kappaleen kitkavoima  $F_\mu$ , jolla kappale pysyy paikallaan kuvan tilanteessa. Kitkavoiman on oltava yhtä suuri kuin painovoiman pinnan suuntainen komponentti  $F_\mu = Gx$ , jotta kappale pysyy tässä paikallaan. Painovoiman suuruus kuvassa  $G = 180 \text{ N}$  ja kaltevuuskulma  $\alpha = 21^\circ$ .

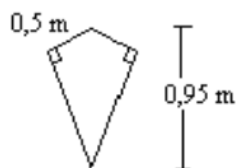


Asdf

### 8. Tehtävä

Laske kuvan mukaisen leijan pinta-ala.

(pääsykoetehtävä teknikkokoulutukseen, kevät 1992)



Asdf

### 9. Tehtävä

Ohuen, jäykän levyn pituus on  $250 \text{ cm}$  ja leveys  $210 \text{ cm}$ .

Voidaanko levy viedä oviaukosta, jonka leveys on  $80 \text{ cm}$  ja korkeus  $200 \text{ cm}$ ?

(yo kevät 1997)

Asdf

### 10. Tehtävä

Kuinka korkea on torni, joka näkyy 60,0 metrin päässä tornin juuren korkeudelta kulmassa  $51,5^\circ$ ?

(pääsykoetehtävä insinöörikoulutukseen, kevät 1990)

### 11. Tehtävä

Kiikarin näkökenttä on  $7,0^\circ$ . Kuinka kaukana on 140 m pitkä ohi kulkeva laiva, joka täsmälleen täyttää kiikarin näkökentän? (yo syksy 1996)

### 12. Tehtävä

Voimien  $F_1$  ja  $F_2$  yhteisvaikutusta voidaan kuvata resultanttivektorilla  $F_{kok}$ .

Laske resultanttivektorin pituus ja suuntakulma  $x$ -akselilta, kun  $F_1 = 30\text{ N}$  ja sen suuntakulma on  $45^\circ$  ja  $F_2 = 40\text{ N}$  ja sen suuntakulma on  $135^\circ$ .

Piirrä kuva.

