# T.I.P.E: Nœuds

Nous souhaitons aborder la théorie mathématiques des nœuds avec une approche nouvelle, via l'implémentation des nœuds sous forme de structure de donnée en C, dans le but de résoudre des problèmes fondamentaux de cette théorie par une démarche algorithmique: Comment savoir si un nœud peut être démêlé et comment le faire? Comment déterminer si deux nœuds sont les mêmes ?

Voici les articles dont nous nous servons actuellement:

- ENS Rennes: Théorie des noeuds par Lucas Toury
- Nœuds: Genèse d'une théorie mathématiques de Alexei Sossinsky

## I. Structure du répertoire

Un fichier texte idees.txt contient des idées de fonctions à cette heure non implémentées.

Dans le répertoire **type\_noeuds** se trouve l'implémentation concrète d'une structure de nœud ainsi que les premières primitives pour manipuler la structure de donnée:

myknot.h: on y trouvera la définition du type construit knot et le type des premières primitives. (cf II)

knot.c: ce fichier contient l'implémentation de toutes les primitives fondamentales réalisées jusqu'à présent.

**figures.c**: ce fichier contient toutes les fonctions de constructions de nœuds particuliers.

### II. Définition du type knot

Un *nœud*, dans son sens mathématique, est une ligne fermée dans l'espace. Pour simplifier leur étude, les nœuds sont conventionnellement représentés sur le plan, comme une ligne fermée, en mettant en avant les croisements de cette ligne avec des coupures ce qui distingue la portion du nœud supérieur de la portion inférieure. On appellera cordes par la suite ces portions de nœud. (chaque corde possède une couleur différente dans le 2e exemple)

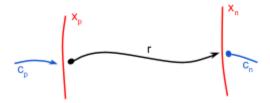
Exemple de nœuds:





Pour cette implémentation, nous allons donc visualiser le nœud comme la liaison et la superposition des différentes cordes.

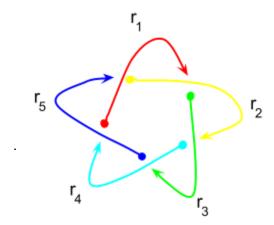
Voici la définition récursive du nœud que nous avons trouvé: Un nœud k est une corde r muni de ses attachements à un nœud  $c_p$  à une extrémité, et à un nœud  $c_n$  à l'autre extrémité. Au dessus de chaque attachement se trouve un nœud de superposition (ou de croisement) x.



On a alors choisi de faire une implémentation des nœuds par maillons chaînés, où chaque maillon r est chaîné à ses quatres maillons  $c_p$ ,  $c_n$ ,  $x_p$  et  $x_n$ . (cf myknot.h pour la définition du type rope puis knot)

On définit alors le **parcours direct** du nœud par la lecture de chaque corde  $c_n$  à partir d'une corde de départ  $r_0$ . Il prend fin lorsque l'on retombe sur la corde  $r_0$ . Ainsi, pour vérifier la propriété de fermeture du nœud, il faut pouvoir retomber sur la corde  $r_0$  au bout d'un nombre fini de lectures. Autrement dit, le parcours direct termine.

#### Exemple:



lci, les flèches des cordes pointent vers leur corde  $c_n$  On a alors comme parcours direct, en partant de  $r_1$ :  $r_{1'}, r_{3'}, r_{5'}, r_{2'}, r_4$ 

On retombe bien sur  $\boldsymbol{r}_{\!_{1}}$  en regardant la corde  $\boldsymbol{c}_{\!_{n}}$  de  $\boldsymbol{r}_{\!_{4}}$ 

#### III. Primitives

- 1. Constructeurs
- 2. Accesseurs
- 3. Transformateurs
- 4. Destructeur

- IV. Visualisation ????
- V. Tests, Applications.
- VI. Approfondissement.