1. Si D_N denota el nucli de Dirichlet. Demostreu que
$$\int_{-\pi}^{\pi} |D_N(t)|dt \approx \log(N+1)$$
i que per tant la família de nuclis de Dirichlet no són una aproximació de la identitat quan $N \to \infty$.

2. Sigui $f \in \mathcal{C}_c^\infty(\mathbb{R}^2)$ una funció infinitament diferenciable i amb suport compacte. Definim la seva transformada de Radon $R_\theta f(t)$ d'angle θ i paràmetre t com la integral de f a la recta $-x\sin\theta + y\cos\theta = t$, és a dir
$$R_\theta f(t) = \int_{\mathbb{R}} f(-t\sin\theta + \rho\cos\theta, t\cos\theta + \rho\sin\theta)d\rho.$$
   (a) Trobeu una expressió de la transformada de Fourier 1-dimensional $\widehat{R_\theta f}(\xi)$ en funció de la transformada de Fourier 2-dimensional de f:
$$\hat{f}(\xi_1, \xi_2) = \hat{f}(\xi) = \int_{\mathbb{R}^2} f(x)e^{-2\pi i x\cdot\xi}dx.$$
   (b) Com podem recuperar f a partir de $R_\theta f$ amb $0 \leq \theta < 2\pi$?

3. Suposeu que f és contínua a $\mathbb{R}$. Proveu que f i $\hat{f}$ no poden tenir les dues suport compacte a no ser que $f = 0$. Això es pot interpretar amb el mateix esperit que el principi d'incertesa.

4. Apliqueu la fórmula de sumació de Poisson a la funció $g(x) = (1-|x|)\chi_{|x|\leq 1}(x)$ per demostrar
$$\sum_{n\in\mathbb{Z}} \frac{1}{(n+\alpha)^2} = \frac{\pi^2}{\sin^2(\pi\alpha)}.$$
Deduïu com a conseqüència que
$$\sum_{n\in\mathbb{Z}} \frac{1}{n+\alpha} = \frac{\pi}{\tan(\pi\alpha)}.$$

5. (a) Donada $f[n] = \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)$, $n = 0,1,2,3$, calculeu la seva Transformada Discreta de Fourier (DFT).
   (b) Sigui $f[n] = [1,2,0,3,-2,4,7,5]$. Calculeu $\hat{f}[0]$, $\hat{f}[4]$, $\sum_{k=0}^{7} \hat{f}[k]$ i $\sum_{k=0}^{7} |\hat{f}[k]|^2$.