Fysiikan perusteet: suppea luentomoniste

Paavo Rikkilä

11. tammikuuta 2019

Intro

Tämä luentomoniste toimii suppeana tietolähteenä kurssille Fysiikan perusteet, TTZM0600. Monisteeseen on tiivistetty ainoastaan kurssin pääasiat. Tästä syystä luentomonisteen kylkeen tärkeitä ovat viikottaiset tunti- ja viikkotehtävät, luentoesimerkit sekä kurssikirjallisuus.

Moniste perustuu osittain Pekka Variksen vuoden 2017 *Luentomoniste: Mekaniikka* -monisteeseen sekä teokseen Hautala, Peltonen: Insinöörin (AMK) Fysiikka, osa 1.

Jokainen tietää oman opiskelutekniikkansa parhaiten, mutta aina voi suositella. Yksi tehokas tapa on tutustua aina hieman etukäteen tulevan viikon aiheeseen esim. kurssikirjallisuuden kautta. Lisäksi tunti- ja viikkotehtävien säännöllinen ratkominen on kuin laittaisi rahaa pankkiin aiheen sisäistämisen kannalta.

Pään hakkaaminen seinään kuuluu tietyissä määrin asiaan, mutta liika on aina liikaa. Kannattaa siis muistaa, että aina voi kysyä apua.

Motivaatio

Miksi ICT-alalla luetaan fysiikkaa? Ns. perusvastaus on se, että suomalaiseen insinööritutkintoon kuuluu tietty määrä luonnontieteitä. Fyysikon näkökulmasta taas tietenkin siksi, että fysiikka on uskomattoman siistiä. Ehkä kuitenkin monipuolisin vastaus kysymykseen on se, että koska fysiikkaa on kaikkialla, perustuu myös ICT-ala hyvin pitkälti fysiikan pohjalle.

Esimerkiksi tiedonsiirto pohjimmiltaan juontaa juurensa sähkömagneettiseen säteilyyn. Ja sähkömagneettisen säteilyn ymmärtämiseksi taas tarvitaan tietoa aaltoliikkeestä, ja edelleen aaltoliikkeen ymmärtämisessä auttaa fysiikan perusasioiden hallitseminen. Kyberturvallisuuden puolelta löytyy esim. tilanne, jossa kännykän kiihtyvyysanturiin suunnatulla musiikilla (ääniaalloilla) saatiin anturi luulemaan kännykän olevan liikkeessä.

Toki fysiikka harjoittaa myös yleisesti ongelmanratkaisutaitoja ja hahmottamista. Loppukevennykseksi varoittava esimerkki fysiikan taitojen puutteesta peliohjelmoinnin saralta. Kannattaa tässä kiinnittää huomiota peruuttamisen fysiikkaan ja törmäysten mallintamiseen:
`https://www.youtube.com/watch?v=rikTiT2OwqQ&t=93s`.

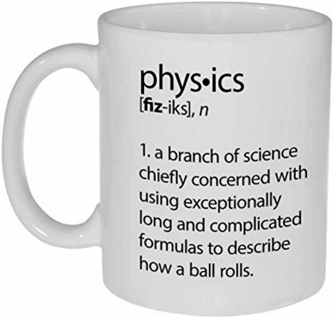
Sisältö

Mitä fysiikka on?

1. Mitä fysiikka on?

Fysiikka on perusluonnontiede, joka käsittelee aineen käyttäytymistä ja muodostumista sekä sen vuorovaikutuksia.

Fysiikassa pyritään usein luomaan matemaattisia malleja luonnonilmiöistä. Matematiikka on siis fysiikan työkalu. Mallien avulla ilmiöitä pyritään ymmärtämään paremmin.



Kuva: Neurons Not Included™

Mittaaminen ja yksiköt

Fysiikka on kokeellinen tiede, jossa teoriat ja mallit tuottavat numeerisia ennusteita, joita testataan mittaamalla.

- suure = mitattava ominaisuus (esim. aika t, pituus l, jännite U...)
- mittayksikkö mahdollistaa mitattujen suureiden vertailun (esim. sekunti s, metri m, voltti V ...)

$$\textit{suure} = \text{mittaluku} \cdot \text{yksikkö}$$

Esim.

$$t = 20{,}6\,\mathrm{s}$$

Kansainvälinen yksikköjärjestelmä, eli SI-järjestelmä, mahdollistaa mittayksiköiden maailmanlaajuisen käytön (tosin esim. USA:ssa ja Iso-Britanniassa myös järjestelmän ulkopuolisia yksiköitä).

Käytä fysiikan laskuissa aina SI-yksiköitä!

Perussuureet ja yksiköt			
suure	**suureen tunnus**	**yksikkö**	**yksikön tunnus**
pituus	l	metri	m
aika	t	sekunti	s
massa	m	kilogramma	kg
lämpötila	T	kelvin	K
sähkövirta	I	ampeeri	A
valovoima	I	kandela	cd
ainemäärä	n	mooli	mol

Kuva: SI-järjestelmän perussuureet ja yksiköt (Hautala, Peltonen: Insinöörin (AMK) Fysiikka, osa 1)

1-ulotteista kinematiikkaa

2. 1-ulotteista kinematiikkaa

Kinematiikka on oppi kappaleen liiketilasta kiinnittämättä huomiota siihen, miten liiketila syntyy. Luonnossa liike on kolmiulotteista tai kaksiulotteisena pidettävää (esim. heittoliike). Yksinkertaisin liike on 1-ulotteista eli suoraviivaista liikettä. 1-ulotteista liikettä voidaan mallintaa ajattelemalla kappaleen liikkuvan pitkin x-akselia.

<u>Peruskäsitteitä</u>

- vauhti = matemaattinen suure, hetkellinen, suuruus mutta ei suuntaa
- keskivauhti = kappaleen kulkema matka jaettuna matkaan kuluneella ajalla
- nopeus = vektorisuure, jolla on suuruuden lisäksi suunta
- keskinopeus = kappaleen siirtymä jaettuna siirtymään kuluneella ajalla

Huomaa siis, että vauhti tarkoittaa eri asiaa kuin nopeus.

Keskivauhti v_k = kuljettu matka / käytetty aika

$$v_k = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

jossa merkillä Δ tarkoitetaan muutosta. Eli Δs on kuljettu matka ja $\Delta t = t - t_0$ aikaväli, jonka kuluessa kappale kulkee tämän matkan.

Vauhdin/nopeuden SI-yksikkö on $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Usein käytetään myös yksikköä $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$, mutta laskuissa käytettävä aina SI-yksiköitä! Vauhdin/nopeuden yksiköiden muuntaminen:

$$1\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 3,6\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$

Esimerkki:

Iina Insinööri ajaa yhtä kyytiä ilman taukoja Jyväskylästä Helsinkiin (välimatka 269 km). Hän lähtee liikkeelle klo 12:00 ja on perillä klo 15:15. Mikä oli Iinan keskivauhti? Ilmoita tulos sekä yksiköissä m/s että km/h.

Ratkaisu:

Kuljettu matka $\Delta s = 269$ km $= 269\ 000$ m.

Matkaan kuluu aikaa 3 h 15 min $=$ 195 min $=$ 11 700 s.

Eli keskivauhti on

$$v_k = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{269\,000\,\mathrm{m}}{11\,700\,\mathrm{s}} = 22,9914...\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Ja sama yksiköissä km/h:

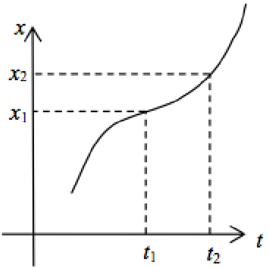
$$v_k = 22{,}9914\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 3,6 = 82,7690...\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$

Keskinopeus = siirtymä / käytetty aika

$$v_k = \frac{\Delta x}{\Delta t},$$

jossa siirtymä $\Delta x = x_2 - x_1$ tarkoittaa siis sijainnin muutosta. Siirtymä voi olla positiivinen tai negatiivinen, merkki riippuu liikkeen suunnasta. Siirtymä ottaa huomioon vain alku- ja loppupisteet.

Keskinopeudessa ajattelun apuna voidaan käyttää kuvaajaa, jossa x-akseliksi on valittu kappaleen ratasuora. Tällöin liikeradan kuvaaja voidaan esittää graafisesti (t, x) -koordinaatistossa.



Kuva: Pekka Varis, Luentomoniste: Mekaniikka

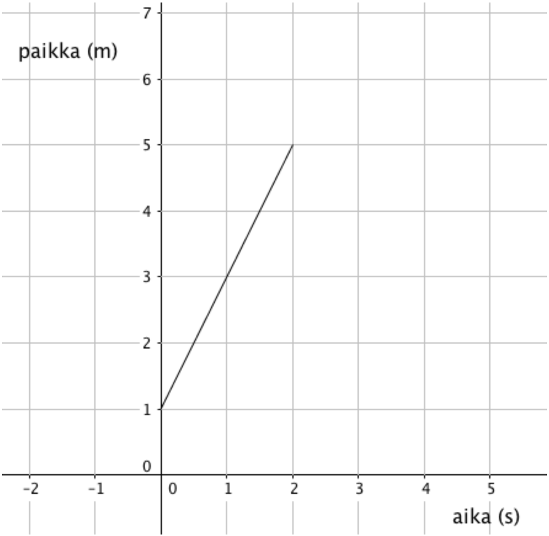
Tasainen liike on liikettä, jossa nopeus ei muutu, eli se on vakio v. Tasaisen liikkeen kuvaaja (t, x) -koordinaatistossa on suora, ja tämän suoran kulmakerroin on nopeus v.

Tasaisen liikkeen radan yhtälö:

$$x = x_0 + vt,$$

jossa x_0 on kappaleen sijainti alussa (eli ajanhetkellä $t = 0$) ja x kappaleen sijainti jollakin ajanhetkellä t.

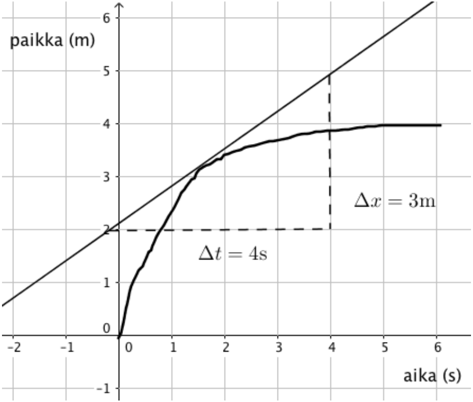
Esim. seuraavalla sivulla kuva kappaleesta, joka liikkuu tasaisella nopeudella sijainnista 1 m sijaintiin 5 m kahden sekunnin aikana. Kuvaajan kulmakerroin on 2, eli kappaleen nopeus on 2 m/s.


paikka (m)
7
6
5
4
3
2
1
0
-2
-1
0
1
2
3
4
5
aika (s)

Jos kappaleen **liike ei ole tasaista**, niin nopeus ei ole vakio, vaan muttuu ajan funktiona. Tällöin liikkeen kuvaaja ei ole suora, vaan jonkinlainen käyrä.

Jos halutaan tietää tällöin kappaleen **hetkellinen nopeus**, niin se saadaan liikeradan kuvaajan tangentin kulmakertoimena. Eli sijainnin $x(t)$ derivaattana:

$$v(t) = x'(t)$$



Esimerkiksi edellisen sivun kuvaajassa käyrälle on piirretty tangentti, jonka kulmakerroin ja siten siis nopeus on n.

$$\frac{3\,\mathrm{m}}{4\,\mathrm{s}} = 0{,}75\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Kiihtyvyys

Kiihtyvyys kuvaa nopeuden muutosta. Kiihtyvyyden tunnus on fysiikassa a (acceleration) ja yksikkö $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Kiihtyvyys voi olla:

- nolla (tasainen liike jota käsiteltiin edellä, nopeus vakio)
- vakio (tasaisesti kiihtyvä tai hidastuva liike)
- kasvava tai vähenevä (kiihtyvyyskin muuttuu)

Keskikiihtyvyys a_k saadaan jakamalla kappaleen nopeuden muutos Δv ajalla, joka muutokseen kuluu Δt:

$$a_k = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

Keskikiihtyvyys kertoo kuinka monta nopeusyksikköä kappaleen nopeus keskimäärin muuttuu 1 sekunnissa.

Hetkellinen kiihtyvyys voidaan määrittää (t, v)-koordinaatistossa olevan kuvaajan tangentin kulmakertoimena (samaan tyyliin kuin hetkellinen nopeuskin, mutta nyt eri kuvaaja).

Tasaisesti kiihtyvä liike (a = vakio)

Tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä **keskinopeus** saadaan alku- ja loppunopeuden keskiarvona:

$$v_k = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

Tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä **nopeus ajanhetkellä** t voidaan laskea lausekkeella

$$v = v_0 + at,$$

jossa v_0 on kappaleen alkunopeus.

Lisäksi voidaan määrittää kappaleen **sijainti ajan** t **funktiona** tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2,$$

jossa x_0 on kappaleen sijainti alussa.

Pystysuora heittoliike

Jos esim. pesäpallossa lukkari heittää pallon suoraan ylöspäin, kyseessä on pystysuora heittoliike. Pallo siis käy lakipisteessä ja sen jälkeen putoaa vapaalla putoamisliikkeellä alaspäin. Ilmanvastuksia ym. vastusvoimia ei huomioida.

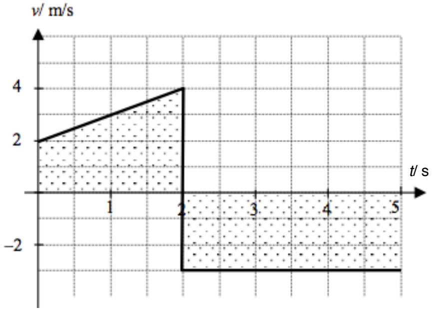
Ylöspäin heitettäessä pallon kiihtyvyys on $a = -g$, jossa g on normaaliputoamiskiihtyvyys (n. $9{,}82\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$)

Kohtisuoraan alaspäin heitettäessä pallon kiihtyvyys on $a = g$.

1-ulotteisen liikkeen graafinen tulkinta

Jos liikkeen nopeus v piirretään ajan t funktiona (t, v) -koordinaatistoon, niin aikavälillä $t_1 \ldots t_2$ kuljettu matka saadaan kuvaajan ja t-akselin väliin jäävästä pinta-alasta välillä $t_1 \ldots t_2$.

Pinta-ala on luettava positiivisena jos ollaan t-akselin yläpuolella, ja negatiivisena jos ollaan t-akselin alapuolella.



Kuva: Pekka Varis, Luentomoniste: Mekaniikka

2-ulotteista kinematiikkaa

3. 2-ulotteista kinematiikkaa

Siirrytään seuraavaksi yhdestä ulottuvuudesta kahteen. 2-ulotteista liikettä voidaan käsitellä kahtena yksiulotteisena liikeenä (pystysuunta ja vaakasuunta).

2-ulotteinen kinematiikka vaatii **vektoreiden** käyttöä, joten aloitetaan ensin tutustumalla niihin.

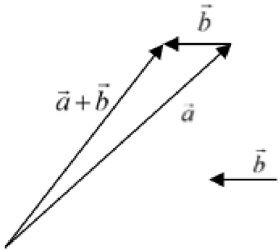
Vektorisuureet

Vektorisuureet ovat suureita, joilla on **suuruus** ja **suunta**. Esimerkiksi nopeus on vektorisuure (suuruus ja suunta) ja taas esim. lämpötila ei ole vektorisuure vaan skalaari (vain suuruus, ei suuntaa).

Vektorisuureita voidaan kuvata **vektoreilla**, eli nuolilla, joiden pituus kertoo suureen suuruuden ja suunta suunnan. Vektoreita merkitään laskuissa asettamalla viiva tai nuoli suureen päälle, esim. nopeus $\overline{v}$ tai $\vec{v}$. Vektorin pituutta kutsutaan myös vektorin itseisarvoksi ja sitä merkitään $|\vec{v}|$. Vektorin itseisarvo on pelkkä luku, eli skalaari.

Vektorien yhdistäminen

Vektoreiden yhdistämisessä täytyy myös ottaa huomioon suuruuden lisäksi suunta. Vektoreiden $\vec{a}$ ja $\vec{b}$ summa muodostetaan siirtämällä $\vec{b}$ alkamaan pisteestä, johon $\vec{a}$ päättyy. Tällöin vektoreiden summa $\vec{a} + \vec{b}$ on se vektori, joka saadaan kun yhdistetään $\vec{a}$:n alkupiste ja $\vec{b}$:n loppupiste.

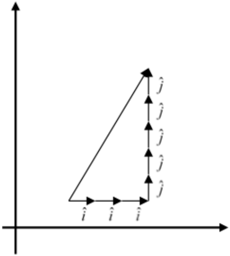


Kuva: Pekka Varis, Luentomoniste: Mekaniikka

Vektoreita voidaan myös kertoa luvuilla (skalaareilla), jolloin vektorin suunta ei muutu, mutta vektorin pituus kasvaa. Tällöin siis vain kerrotaan vektorin pituus $|\vec{x}|$ luvulla, jolla vektoria kerrotaan.

Tasossa vektorit esitetään usein x- ja y- suuntaisina **komponentteina** kantavektorien $\hat{i}$ ja $\hat{j}$ avulla. Kantavektorit ovat x- ja y- akselien suuntaisia yksikkövektoreita (yksikkövektori on vektori, jonka pituus on 1).

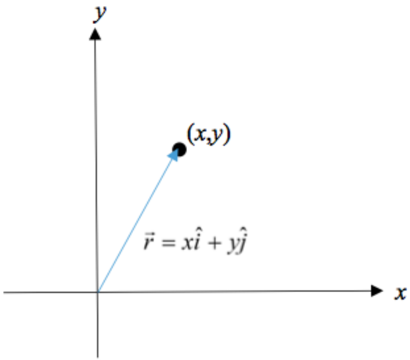
Esim. alla olevassa kuvassa pisteestä (2,1) pisteeseen (5,6) kulkeva vektori voidaan ilmaista kantavektorien avulla siten, että pisteestä (2,1) kuljetaan ensin $3\hat{i}$ verran oikealle ja $5\hat{j}$ verran ylös. Eli siis kuvassa oleva vektori voidaan ilmoittaa muodossa $3\hat{i} + 5\hat{j}$. Tätä kutsutaan vektorin **komponenttiesitykseksi**.



Kuva: Pekka Varis, Luentomoniste: Mekaniikka

Siirrytään sitten itse 2-ulotteiseen liikkeeseen. 2-ulotteista liikettä voidaan kuvata (x, y) -koordinaatistossa, jossa kappaleen paikka ilmoitetaan koordinaateilla (x, y). Usein nämä koordinaatit ilmoitetaan kappaleen paikkavektorin $\vec{r}$ avulla:

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$$



Kuva: Pekka Varis, Luentomoniste: Mekaniikka

Siirtymä kahden pisteen välillä saadaan näiden pisteiden paikkavektorien $\vec{r_1}$ ja $\vec{r_2}$ erotuksena:

$$\Delta\vec{r_{12}} = \vec{r_2} - \vec{r_1} = (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j}$$

Nopeusvektori

Keskinopeus(vektori) $\vec{v_k}$ saadaan kuten aiemmin määriteltiin keskinopeus:

$$\vec{v_k} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r_2} - \vec{r_1}}{t_2 - t_1}$$

Keskinopeusvektori on samansuuntainen siirtymävektorin $\Delta\vec{r}$ kanssa.

Hetkellinen nopeusvektori kuvaa hiukkasen nopeutta jollakin ajanhetkellä t. Nopeusvektori esitetään yleensä komponenttien avulla $\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j}$. Hetkellinen nopeusvektori on hiukkasen radan tangentin suuntainen.

Vauhti v on nopeuden $\vec{v}$ suuruus (eli itseisarvo, eli vektorin pituus):

$$v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

Kiihtyvyysvektori

Keskikiihtyvyysvektori on muotoa

$$\vec{a_k} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v_2} - \vec{v_1}}{t_2 - t_1}$$

Kiihtyvyysvektori kuvaa nopeuden muutosta. Jos nopeus kasvaa, niin kiihtyvyysvektorilla on komponentti nopeusvektorin suuntaan. Jos taas nopeus pienenee, on kiihtyvyysvektorilla komponentti nopeusvektorin suuntaa vastaiseen suuntaan.

Hetkellinen kiihtyvyysvektori kuvaa hiukkasen kiihtyvyyttä jollakin ajanhetkellä t:

$$\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j}$$

Tasaisesti kiihtyvä liike (a vakio)

Tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä liikettä kannattaa tarkastella erikseen x -suunnassa ja y -suunnassa. Tasaisesti kiihtyvässä kaksiulotteisessa liikeessä siis kappaleen nopeus voidaan ilmaista muodossa

$$v = v_0 + at \qquad \Leftrightarrow \qquad \begin{cases} v_x = v_{0x} + a_x t \\ v_y = v_{0y} + a_y t \end{cases}$$

ja paikka muodossa

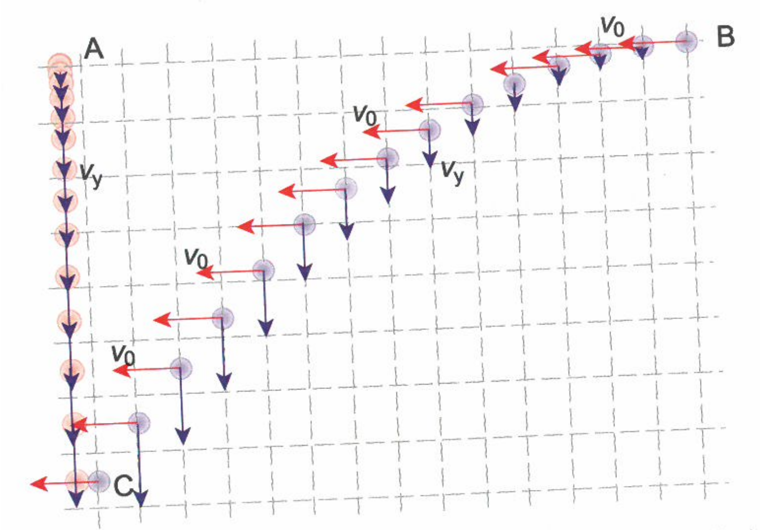
$$r = r_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \qquad \Leftrightarrow \qquad \begin{cases} x = x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \\ y = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2 \end{cases}$$

Heittoliikken alustus: vaakasuora heitto

Otetaan heittoliikkeen alustukseksi erikoistapaus, vaakasuora heitto (ks. kuva seuraavalla slidella). Vaakasuorassa heitossa huomataan, että kun vastusvoimat (esim. ilmanvastus) jätetään huomioimatta, niin x-suunnassa (vaakasuorassa) pallon B nopeusvektori pysyy koko ajan samana. Tämä johtuu siitä, että x-suunnassa palloon ei vaikuta mikään voima kun oletimme ilmanvastuksen nollaksi.

Lisäksi huomataan, että y-suunnassa (pystysuorassa) sekä pallon A että pallon B nopeus muttuu samalla tavalla. Tämä johtuu siitä, että kumpaankin palloon vaikuttaa maan vetovoiman aikaansaama vakiokiihtyvyys, jonka suuruus on g ($9{,}82\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$).

$\Rightarrow$ Pallot putoavat samalla aikavälillä saman matkan.



Kuva: Kaksi palloa A ja B putoamassa (Hautala, Peltonen: Insinöörin (AMK) Fysiikka, osa 1)

Heittoliike

Yleisessä heittoliikkeessä liike on vinoa, ei pakosti vaakasuoraa. Liike tapahtuu (x, y) -tasossa, eli kappalee liikkuu ylös/alas tai vasemmalle/oikealle. Kyseessä on siis 2-ulotteinen liike.

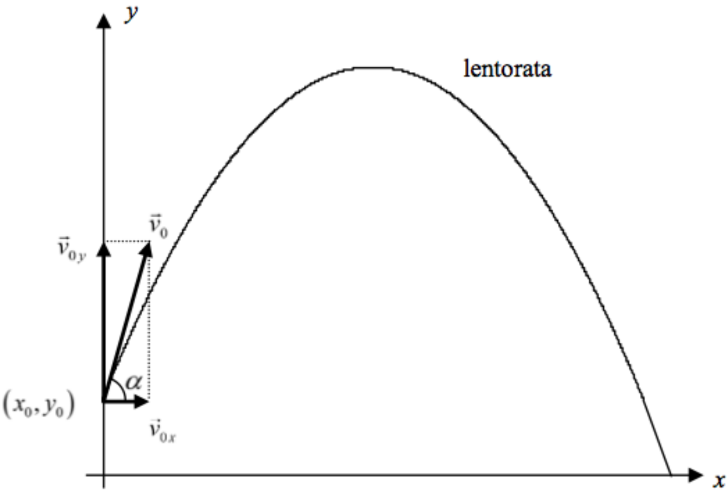
Heittoliikettä kannattaa tarkastella koordinaatistossa, jossa origoksi on valittu heittopiste. Maan vetovoima aiheuttaa heitettyyn kappaleeseen y-suuntaisen vakiokiihtyvyyden $a_y = -g = -9{,}82\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Kiihtyvyys x-suunnassa on nolla, eli $a_x = 0$.

Jos kappaleen heittonopeus on $\vec{v_0}$ ja heittokulma α_0, niin heittonopeuden komponentit ovat

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos \alpha_0 \\ v_{0y} = v_0 \sin \alpha_0 \end{cases}$$

x-suunnassa nopeus on koko ajan v_{x0}, sillä kiihtyvyys $a_x = 0$ eli nopeus x-suunnassa ei muutu. y-suunnassa taas kiihtyvyys on $a_y = -g$ ja liike on samantyyppistä kuin edellisessä luvussa käsitelty pystysuora heittoliike. Siispä kappaleen nopeudelle ja sijainnille pätevät seuraavat lausekkeet:

$$\begin{cases} v_x = v_{0x} \\ v_y = v_{0y} - gt \end{cases} \qquad \begin{cases} x = v_{0x}t \\ y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$



Kuva: Pekka Varis, Luentomoniste: Mekaniikka

Muutamia lentoradan ominaisuuksia:

Lentoaika T

- saadaan laskemalla milloin kappaleen korkeus on taas nolla ($y = 0$)

Nousuaika t_{max}

- saadaan laskemalla milloin kappaleen nopeus y-suunnassa on nolla ($v_y = 0$)

Lentomatka eli kantama R

- saadaan laskemalla kappaleen sijainnin x-koordinaatti hetkellä $t = T$ eli silloin kun korkeus on nolla (ks. lentoaika)

Nousumatka eli lakikorkeus y_{max}

- saadaan laskemalla kappaleen sijainnin y-koordinaatti hetkellä $t = t_{max}$ eli silloin kun kappaleen nopeus y-suunnassa on nolla (ks. nousuaika)

Dynamiikka

4. Dynamiikka

Dynamiikka on oppia voimista ja niiden vaikutuksesta kappaleen liiketilaan (vrt. kinematiikka aiemmin).

Klassisessa mekaniikassa liikettä kuvataan Newtonin lakien avulla. Klassisessa mekaniikassa tärkeitä suureita ovat **massa** m ja **voima** F.

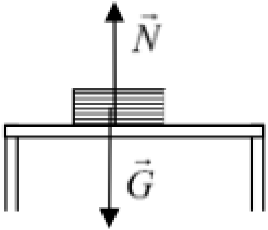
- voima ilmaisee ympäristön vaikutuksen kappaleen liikkeeseen
- voima yksikkönä on N, newton ($1\ \mathrm{N} = 1\ \frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}^2}$)
- voima on vektorisuure, eli sillä on suuruus ja suunta

Newtonin 1. laki (jatkuvuuden laki)

Mikäli kappaleeseen vaikuttavien ulkoisten voimien summa on nolla, pysyy kappale levossa tai jatkaa tasaisesti suoraviivaista liikettään.

Matemaattisesti: $\sum F = 0 \Leftrightarrow a = 0$

- esimerkiksi levossa pöydällä oleva kirja



Kuva: Pekka Varis, Luentomoniste: Mekaniikka

Newtonin 2. laki (dynamiikan peruslaki)

Kappaleeseen vaikuttava kokonaisvoima $\sum \vec{F}$ antaa m-massaiselle kappaleelle kiihtyvyyden $\vec{a}$.

Matemaattisesti: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

<u>Esim.</u> Työnnät kitkattomalla pinnalla olevaa laatikkoa, jonka massa on 2 kg, siten, että laatikko saa vaakasuoraan kiihtyvyyden $0{,}75\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Kuinka suurella voimalla työnnät laatikkoa?

Pystysuorassa voimien summa on nyt nolla, joten riittää vain vaakasuora tarkastelu. Vaakasuorassa kokonaisvoima on nyt vain työntövoima, sillä laatikko on kitkattomalla pinnalla. Tällöin siis työntövoiman suuruus on $F = ma = 2\,\mathrm{kg} \cdot 0{,}75\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 1{,}5\,\mathrm{N}$*. Voiman suunta samaan suuntaan kuin kiihtyvyys.*

Newtonin 3. laki (voiman ja vastavoiman laki)

Kaksi kappaletta vaikuttaa toisiinsa yhtä suurilla, mutta vastakkaisuuntaisilla voimilla.

Matemaattisesti: $F_{12} = -F_{21}$

Esim. Maa (massa $m_1 = 5{,}974 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$) vetää koripalloa (massa $m_2 = 0{,}624\,\mathrm{kg}$ puoleensa voimalla 6,128 N (painovoima). Tällöin myös koripallo vetää maata puoleensa samansuuruisella, mutta vastakkaissuuntaisella voimalla.)

Miksi sitten maapallo ei ala lähestyä koripalloa? Tämä selittyy sillä, että voimat vaikuttava eri kappaleisiin.

Tennispalloon aiheutuu kiihtyvyys

$$F = m_2 a_2 \Leftrightarrow a_2 = \frac{F}{m_2} = \frac{6{,}128\,\mathrm{N}}{0{,}624\,\mathrm{kg}} \approx 9{,}82\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

ja maapalloon kiihtyvyys

$$F = m_1 a_1 \Leftrightarrow a_1 = \frac{F}{m_1} = \frac{6{,}128\,\mathrm{N}}{5{,}974 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}} \approx 1{,}026 \times 10^{-24}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \approx 0$$

Voimien yhdistäminen

Usein kappaleeseen tai kappaleisiin vaikuttaa useampia erisuuntaisia voimia. Jotta tällöin tiedettäisiin kappaleeseen vaikuttava kokonaisvoima, on voimat yhdistettävä.

- jaa ensin voimat pysty- ja vaakasuoriin komponentteihin
- tarkastele erikseen pystysuora tilanne ja vaakasuora tilanne, eli laske voimien summa pysty- ja vaakasuunnassa
- voimia summatessa ota huomioon voimien suunnat, sillä voimat ovat vektoreita (ks. esim. joku tuntitehtävien esimerkeistä jos et ollut tunnilla)

Muutamia erilaisia voimia

Painovoima $\vec{G}$

Kuten aikaisemmin todettiin, putoamisliikkeessä vallitsee alaspäin normaaliputoamiskiihtyvyys $g \approx 9{,}82\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Siispä on olemassa myös alaspäin suuntautuva voima. Tätä voimaa kutsutaan **painovoimaksi eli gravitaatiovoimaksi** $\vec{G}$ ja se saadaan laskettua lausekkeesta

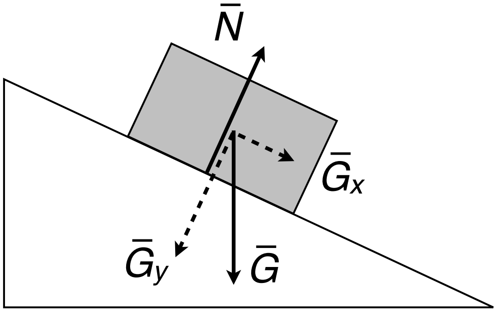
$$G = mg$$

- painovoiman suunta on aina maapallolla alaspäin (kohti Maan keskipistettä)
- painovoima piirretään alkamaan kappaleen massakeskipisteestä
- fysiikassa siis paino on eri asia kuin massa, painolla tarkoitetaan voimaa

Tukivoima $\vec{N}$

Miksi sitten edellisen sliden perusteella esim. pöydällä oleva tietokone ei kiihdy alaspäin, kun siihen kerta vaikuttaa alaspäin suuntautuva painovoima? Syy tähän on se, että tässä tapauksessa pöytä kohdistaa koneeseen **tukivoiman** $\vec{N}$. Tukivoima syntyy pöydän muodonmuutoksista.

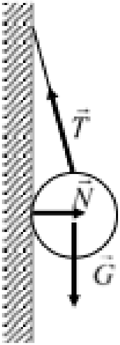
- tukivoima $\vec{N}$ on **aina kohtisuorassa** kosketuspintaa eli tukipintaa vastaan
- tukivoima $\vec{N}$ piirretään alkamaan tukipinnasta



Tukivoima $\vec{T}$ (jännitysvoima)

Jos kappale on ripustettu esim. köydestä tai tangosta, niin tällöin ripustusköysi aiheuttaa kappaleeseen tukivoiman $\vec{T}$

- tukivoima $\vec{T}$ on **aina samansuuntainen** köyden kanssa
- tukivoima $\vec{T}$ piirretään alkamaan köyden kiinnityskohdasta



Kuva: Pekka Varis, Luentomoniste: Mekaniikka

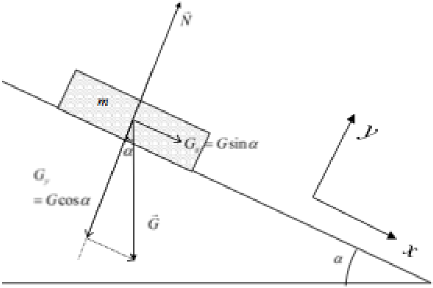
Toimintaohjeet Newtonin lakien soveltamiseen

1) Märittele koordinaatisto. Valitse erikseen pysty- ja vaakatasoissa kumpi suunta (oikea vai vas., ylös vai alas) on positiivinen ja kumpi negatiivinen. Kannattaa valita liikkeen suunta (jos tiedossa) positiiviseksi.

2) Merkitse ylös paperille mitä tiedät ja **piirrä kuva**. Piirrä kuvaan ne voimat, jotka vaikuttavat tutkittavaan kappaleeseen/systeemiin.

3) Jaa voimat x- ja y-suuntaisiin komponenetteihin. Käytä apuna trigonometriaa.

4) Sovella Newtonin lakeja erikseen x- ja y-suunnissa.



Kuva: Pekka Varis, Luentomoniste: Mekaniikka

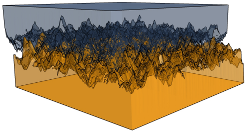
Kitka

5. Kitka

Siirrytään seuraavaksi tarkastelemaan kitkaa. **Kitka on kappaleen liikettä vastustava voima** (yksikkönä siis newton N). Kitka vaikuttaa kappaleiden kosketuspintojen välillä.

Kitka voi olla esim. liukukitkaa (jokin kappale liukuu) tai vierimiskitkaa (kappale vierii). Tällä kurssilla keskitymme oikeastaan vain liukukitkaan, sillä emme käsittele pyörimis/vierimisliikettä.

Liukukitka aiheutuu siitä, että kappaleen ja pinnan kosketuspinnat ovat epätasaiset. Vaikka pinnat näyttäisivät silmämääräisesti sileiltä, niin pinnoissa on lähemmin tarkasteltuna pieniä epätasaisuuksia. Lisäksi pinnoissa tapahtuu muodonmuutoksia, jotka myös aiheuttavat liukukitkaa.



Kuva: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Friction_between_surfaces.jpg, Wikimedia-käyttäjä CaoHao, 2017

Mistä asioista liukukitka sitten riippuu ja mistä ei? Tarkastellaan seuraavaksi niitä.

Liukukitka riippuu:

- kitkakertoimesta μ
- pintaa vastaan kohtisuorasta tukivoimasta N

Liukukitka ei riipu runsaasti:

- hankaavien pintojen pinta-alasta
- nopeudesta (vaikka pienenee hieman nopeuden kasvaessa)

Kitkakerroin μ kuvaa pintojen laatua/liukkausta. Kitkakerroin on nimensä mukaisesti vain kerroin (numero), joka on aina pintaparille ominainen vakio.

- Esim. puun ja lumen välinen lepokitkakerroin on 0,12 (seuraavilla slideilla katsotaan mitä lepokitkalla tarkoitetaan).

Kitka jaetaan kahteen eri lajiin – **lepokitkaan** ja **liikekitkaan**.

Lepokitka f_s

- lepokitka vaikuttaa silloin, kun kappale on alustaan nähden levossa
- suuruus yhtä suuri kuin kokonaisvoima, joka pyrkii samaan kappaletta liikkeelle
- ilman lepokitkaa esim. käveleminen tai autolla ajaminen olisi mahdotonta, sillä jalka ja pyörät vain luistaisivat
- lisäksi lepokitkan ansiosta esim. naula pysyy kiinni puussa ja mutteri kiinni ruuvissa

Suurin mahdollinen lepokitka $f_{s,max}$

Kun kappaletta liikkeelle pyrkimään saavaa voimaa kasvatetaan tarpeeksi, lähtee kappale liikkeelle. Juuri ennen liikkeelle lähtöä lepokitka on siis suurimmillaan. Tätä lepokitkaa kutsutaan **suurimmaksi mahdolliseksi lepokitkaksi**.

$$f_{s,max} = \mu_s \cdot N,$$

jossa μ_s = lepokitkakerroin ja N pinnan tukivoima.

Liikekitka f_k

- liikekitka vaikuttaa silloin, kun kappale on liikkeessä
- liikekitka on yleensä pienempi kuin suurin mahdollinen lepokitka $\Rightarrow$ kappaleen liikkeelle saaminen vaatii suuremman voiman kuin sen liikkeellä pitäminen

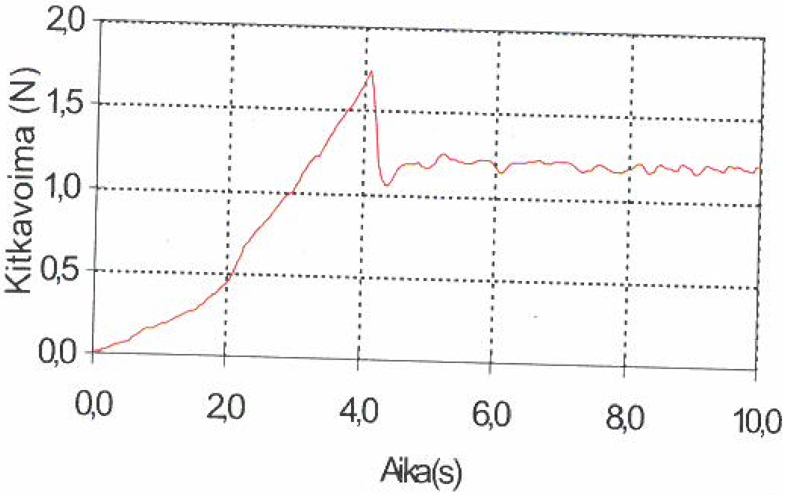
$$f_k = \mu_k \cdot N,$$

jossa μ_k = liikekitkakerroin ja N pinnan tukivoima.

Huomionarvoista on seuraavalla sivulla oleva kuvaaja. Kuvaaja kuvaa kitkavoiman suuruutta ajan funktiona tilanteessa, jossa esim. pöydällä olevaa kappaletta vedetään yhä suuremmalla voimalla. Alussa kappale on levossa.

Noin aikavälillä 0...4 s kappaletta vedetään yhä suuremmalla voimalla, mutta kappale on yhä paikallaan. Koska vetävä voima kasvaa, kasvaa myös lepokitkavoima, joka pitää kappaletta paikallaan (muista Newtonin 1. laki).

Ajanhetkellä 4 s kappale nytkähtää liikkeelle. Tällöin juuri ennen liikkeelle lähtöä lepokitkavoima on suurimmillaan ja siis saadaan laskettua lausekkeella $f_{s,max} = \mu_s \cdot N$. Liikkeelle lähdön jälkeen kappaleeseen vaikuttaa liikekitka $f_k = \mu_k \cdot N$, jonka suuruus on usein pienempi kuin suurimman mahdollisen lepokitkan (lepokitkakerroin on aina suurempi kuin liikekitkakerroin). Huomataan myös, että liikekitka ei ole täysin vakio, vaan suuruus heittelee vähän johtuen esim. pinnan epätasaisuudesta.



Kuva: Hautala, Peltonen: Insinöörin (AMK) Fysiikka, osa 1

Työ ja energia

6. Työ ja energia

Käsitellään tässä kappaleessa kahta tärkeää fysiikan suuretta: työtä ja energiaa. Työ ja energia liittyvät toisiinsa siten, että usein kun energia muuttaa muotoaan muodosta toiseen, niin jokin voima tekee työtä. Tällä kurssilla käsitellään pääosin mekaanista energiaa, ei esim. lämpöenergiaa.

Aloitetaan tarkastelumme työn määritelmästä.

Työ W

Fysiikassa **työ** määritellään voiman aikaansaamana energian siirtymisenä systeemiin tai systeemistä pois. Voidaan siis sanoa, että voima tekee työtä.

Kun vakiovoima F siirtää kappaletta voiman suuntaan matkan s verran, saadaan voiman tekemä työ määritettyä lausekkeella

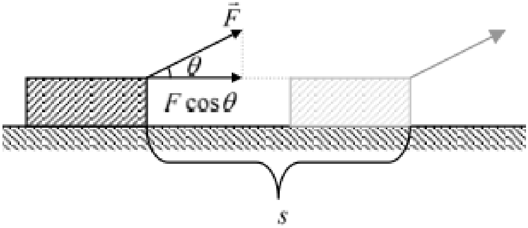
$$W = Fs$$

Työn SI-yksikkö on joule (J). Työ on skalaarisuure, eli sillä on vain suuruus.

(Extrahuomio: jos voima ei olisi vakio, vaan muuttuisi, niin työ saataisiin hieman erilaisella lausekkeella integroimalla.)

Mikäli kappaleen siirtymä ei ole samansuuntainen voiman kanssa, lasketaan työ käyttäen ainoastaan voiman siirtymän suuntaista komponenttia $F_s = F\cos\theta$. Tällöin siis työ on

$$W = F\cos\theta \cdot s$$



Kuva: Pekka Varis, Luentomoniste: Mekaniikka

Jos voima on kohtisuorassa siirtymää vastaan, voiman tekemä työ on nolla. Tämä johtuu siitä, että voimalla ei ole tällöin siirtymän suuntaista komponenttia. Esim. jos kappaletta liikutetaan vain vaakasuunnassa, niin painovoiman tekemä työ on nolla.

Jos voiman ja siirtymän välinen kulma on yli 90 astetta, niin työ on merkiltään negatiivinen. Esimerkiksi liukukitkan tekemä työ on merkiltään negatiivinen.

Nostotyö

Nostettaessa kappaleita tehdään aina nostotyötä. Jos kappale nostetaan vakionopeudella, niin Newtonin 1. lain mukaisesti vakionopeudella etenevään kappaleeseen kohdistuvien voimien summa on nolla. Eli siis kappaleen nostovoima on yhtä suuri kuin painovoima $G = mg$.

Tällöin siis jos nostetaan jotakin kappaletta korkeudelle h, tehdään työ

$$W = Fh = mgh$$

Nostotyön yhteydessä on tärkeää huomata, että sen suuruus ei riipu reitistä, jota pitkin kappale nostetaan, vaan ainoastaan nostokorkeudesta.

Energia E

Siirrytään seuraavaksi tarkastelemaan tarkemmin energian käsitettä. **Energia on kyky tehdä työtä**. Eli mikä tahansa asia, laite, ihminen tai olio, jolla on energiaa, voi tehdä työtä.

Energian yksikkönä on myös joule (J) kuten työlläkin. Jos johonkin kappaleeseen tehdään työtä, niin kappaleella on tämän jälkeen energiaa siihen tehdyn työn verran.

Esimerkiksi jos tiili nostetaan jollekin korkeudelle h, niin tiileen tehdään työ $W = mgh$. Tämän jälkeen tiilen ollessa ko. korkeudella, on tiilellä energiaa siihen tehdyn työn verran. Eli koska tiilellä on energiaa, voi tiili tehdä työtä (energian määritelmä).

Tarkastellaan seuraavilla slideilla muutamia eri energiatyyppejä – **potentiaalienergiaa** ja **liike-energiaa**.

Potentiaalienergia E_p

Potentiaalienergia kuvaa kappaleen kykyä tehdä työtä sijaintinsa ansiosta. Kappale saa potentiaalienergiaa, jos sitä nostetaan maan painovoimakentässä ylöspäin jollekin korkeudelle h. Potentiaalienergia määritellään lausekkeella

$$E_p = mgh,$$

jossa

- $m =$ kappaleen massa
- $g =$ normaaliputoamiskiihtyvyys
- $h =$ kappaleen korkeus valittuun potentiaalienergian nollatasoon verrattuna

Tärkeää on huomata, että potentiaalienergia riippuu siis kussakin tilanteessa erikseen valittavasta potentiaalienergian nollatasosta. Nollataso kannattaa valita järkevästi. Esimerkiksi jos jokin kappale nostetaan lattialta jollekin korkeudelle, niin nollatasoksi kannattaa valita lattian taso.

Jos kappaletta nostetaan ylöspäin, sen potentiaalienergia kasvaa (kappaleeseen tehdyn nostotyön verran). Jos taas kappale tulee alaspäin, sen potentiaalienergia pienenee (painovoiman kappaleelle tekemän työn verran).

Liike-energia E_k

Liike-energia kuvaa kappaleen energiaa silloin kun kappale on liikkeessä. Liike-energia määritellään lausekkella

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2,$$

jossa

- m = kappaleen massa
- v = kappaleen vauhti

Eli mitä suurempi massa tai vauhti, niin sitä suurempi liike-energia.

Mekaaninen energia

Kappaleen **mekaaniseksi energiaksi** E_{kok} kutsutaan potentiaalienergian ja liike-energian summaa:

$$E_{kok} = E_p + E_k = mgh + \frac{1}{2}mv^2$$

Mekaanisen energian säilymislaki

Jos kappaleeseen vaikuttaa ainoastaan konservatiivisia, eli energiaa säilyttäviä voimia (esim. painovoima), niin kappaleen mekaaninen energia säilyy.

Eli tällöin liike-energian ja potentiaalienergian summa on vakio.

Matemaattisesti:

$$E_{p1} + E_{k1} = E_{p2} + E_{k2}$$

$$mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2,$$

joissa alaindeksi 1 viittaa energiaan alussa ja alaindeksi 2 energiaan lopussa.

Mitä sitten jos kappaleeseen vaikuttaakin konservatiivisten voimien lisäksi muita ei-konservatiivisia voimia? Tällöin nämä ei-konservatiiviset voimat joko lisäävät tai vähentävät kappaleen mekaanista energiaa voimien tekemän työn verran.

Eli ei-konservatiivisten ulkoisten voimien aikaansaama mekaanisen energian muutos ΔE_{kok} on yhtä suuri kuin voimien tekemä työ W_u:

$$\Delta E_{kok} = W_u \quad \Leftrightarrow \quad E_{kok,2} - E_{kok,1} = W_u$$

jossa alaindeksi 1 viittaa energiaan alussa ja alaindeksi 2 energiaan lopussa.

Teho

Fysiikassa **teho** P kuvaa tehdyn työn suhdetta työhön käytettyyn aikaan. Eli tehon määritelmä on

$$P = \frac{W}{t},$$

jossa W on tehty työ ja t työn tekemiseen käytetty aika. Tehon SI-yksikkö on watti W ($\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = \mathrm{W}$)

Vakiovoiman F keskimääräinen teho

Koska työ määriteltiin $W = Fs$, voidaan vakiovoiman keskimääräiselle teholle P_k johtaa muoto

$$P_k = F\cos\theta \cdot v_k,$$

jossa v_k on kappaleen keskivauhti ja $F\cos\theta$ voiman liikkeen suuntainen komponentti (katso kuva sivulta 53).

Ja vastaavasti voiman hetkellinen teho voidaan ilmoittaa muodossa

$$P = F\cos\theta \cdot v,$$

missä v on kappaleen hetkellinen vauhti.

Muita energian/työn ja tehon yksiköitä

Käyttämiemme SI-yksiköiden lisäksi energialle, työlle ja teholle on käytössä monia muitakin yksiköitä. Koska joule tarkoittaa samaa kuin wattisekunti, niin energialle on käytössä esimerkiksi yksikkö kilowattitunti (kWh).

$$1\,\mathrm{kW\,h} = 1000\,\mathrm{W} \cdot 3600\,\mathrm{s} = 3{,}6 \times 10^{6}\,\mathrm{J}$$

Energian yksikkönä käytetään myös kaloria (cal):

$$1\mathrm{cal} = 4{,}1868\,\mathrm{J}$$

Ja tehon yksikkönä hevosvoimaa (hv):

$$1\mathrm{hv} = 735{,}5\,\mathrm{W}$$

Hyötysuhde

Viimeisenä käsitteenä otamme vielä tarkasteluun **hyötysuhteen**, joka kuvaa koneen/laitteen antaman energian suhdetta sen ottamaan energiaan. Koneen tai laitteen antama energia on aina pienempi kuin sen ottama energia, sillä koneisiin liittyy aina energiahäviöitä (esim. lämpö, kitka ym.)

Hyötysuhde η määritellään joko tehon tai energian kautta lausekkeella

$$\eta = \frac{P_{anto}}{P_{otto}} = \frac{E_{anto}}{E_{otto}},$$

jossa alaindeksi "anto" viittaa koneen antamaan tehoon/energiaan ja "otto" koneen ottamaan tehoon/energiaan.

Tärkeää on huomata, että koneen **hyötysuhde on aina pienempää kuin yksi**, sillä kuten yllä sanottiin, koneessa menee aina energiaa hukkaan.