

Лабораторная работа № 4

Модель гармонических колебаний

Тарусов Артём Сергеевич

Содержание

Цель работы	4
Задание	5
Теоретическое введение	6
Выполнение лабораторной работы	7
Выводы	22
Список литературы	23

Список иллюстраций

1	Начальные значения и коэффициенты для случая 1 на языке Julia	7
2	Система дифференциальных уравнений для случая 2 на языке Julia	8
3	Решение системы дифференциальных уравнений для случая 1 на языке Julia	8
4	Построение решения для случая 1 на языке Julia	9
5	Решение уравнения колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы, построенное на Julia	10
6	Построение фазового портрета для случая 1 на языке Julia	11
7	Фазовый портрет колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы, построенный на Julia	11
8	Начальные значения и коэффициенты для случая 2 на языке Julia	12
9	Решение уравнения колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы, построенное на Julia	13
10	Фазовый портрет колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы, построенный на Julia	14
11	Начальные значения и коэффициенты для случая 3 на языке Julia	14
12	Система дифференциальных уравнений для случая 3 на языке Julia	15
13	Решение уравнения колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы, построенное на Julia	15
14	Фазовый портрет колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы, построенный на Julia	16
15	Модель для случая 1 на языке OpenModelica	17
16	Решение уравнения колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы, построенное на OpenModelica	18
17	Фазовый портрет колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы, построенный на OpenModelica	18
18	Модель для случая 2 на языке OpenModelica	19
19	Решение уравнения колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы, построенное на OpenModelica	19
20	Фазовый портрет колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы, построенный на OpenModelica	20
21	Модель для случая 3 на языке OpenModelica	20
22	Решение уравнения колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы, построенное на OpenModelica	21
23	Фазовый портрет колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы, построенный на OpenModelica	21

Цель работы

Целью данной работы является построение модели гармонических колебаний.

Задание

Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решить уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев:

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

Теоретическое введение

- Гармонический осциллятор [1] — система, которая при смещении из положения равновесия испытывает действие возвращающей силы F , пропорциональной смещению x .
- Гармоническое колебание [2] - колебание, в процессе которого величины, характеризующие движение (смещение, скорость, ускорение и др.), изменяются по закону синуса или косинуса (гармоническому закону).

Выполнение лабораторной работы

1. Опишем начальные значения x и y , а также коэффициенты уравнения для первого случая согласно варианту 8 на языке Julia (fig. 1).

```
5      #Параметры осциллятора
6      #x'' + g * x' + w * x = f(t)
7      #w - квадрат частоты
8      #g - удвоенное затухание
9      w ::Float64 = 1.5
10     g ::Float64 = 0.0
11     x0 ::Float64 = 0.0
12     y0 ::Float64 = 0.0
```

Рис. 1: Начальные значения и коэффициенты для случая 1 на языке Julia

2. Опишем соответствующую систему дифференциальных уравнений(fig. 2).

```

15  function ode_fn(du, u, p, t)
16      x, y = u
17      du[1] = u[2]
18      du[2] = -w*u[1] - g*u[2]
19  end

```

Рис. 2: Система дифференциальных уравнений для случая 2 на языке Julia

3. Получим решение системы дифференциальных уравнений (fig. 3).

```

21  v0 ::Array{Any} = [x0, y0]
22  tspan = (0.0, 60.0)
23  prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
24  sol = solve(prob, dtmax=0.05)
25
26  X = [u[1] for u in sol.u]
27  Y = [u[2] for u in sol.u]
28  T = [t for t in sol.t]

```

Рис. 3: Решение системы дифференциальных уравнений для случая 1 на языке Julia

4. Построим решение по полученным данным (fig. 4 - fig. 5).


```
29 plt = plot(  
30     dpi=300,  
31     title="Решение уравнения",  
32     legend=false)  
33  
34 plot!(  
35     plt,  
36     T,  
37     X,  
38     color=:blue)  
39  
40 savefig(plt, "out/lab04_1_solve.png")
```

Рис. 4: Построение решения для случая 1 на языке Julia

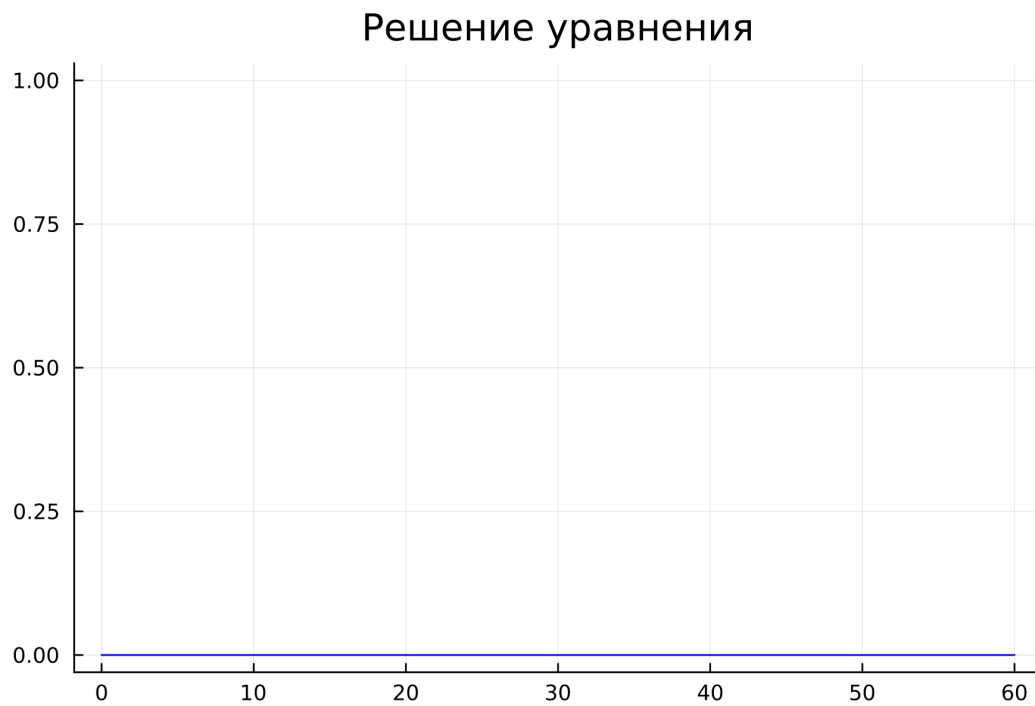


Рис. 5: Решение уравнения колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы, построенное на Julia

5. Построим решение по полученным данным (fig. 6 - fig. 7).

```

42 plt2 = plot(
43     dpi=300,
44     title="Фазовый портрет",
45     legend=false)
46
47 plot!(
48     plt2,
49     X,
50     Y,
51     color=:blue)
52
53 savefig(plt2, "out/lab04_1_phase .png")

```

Рис. 6: Построение фазового портрета для случая 1 на языке Julia

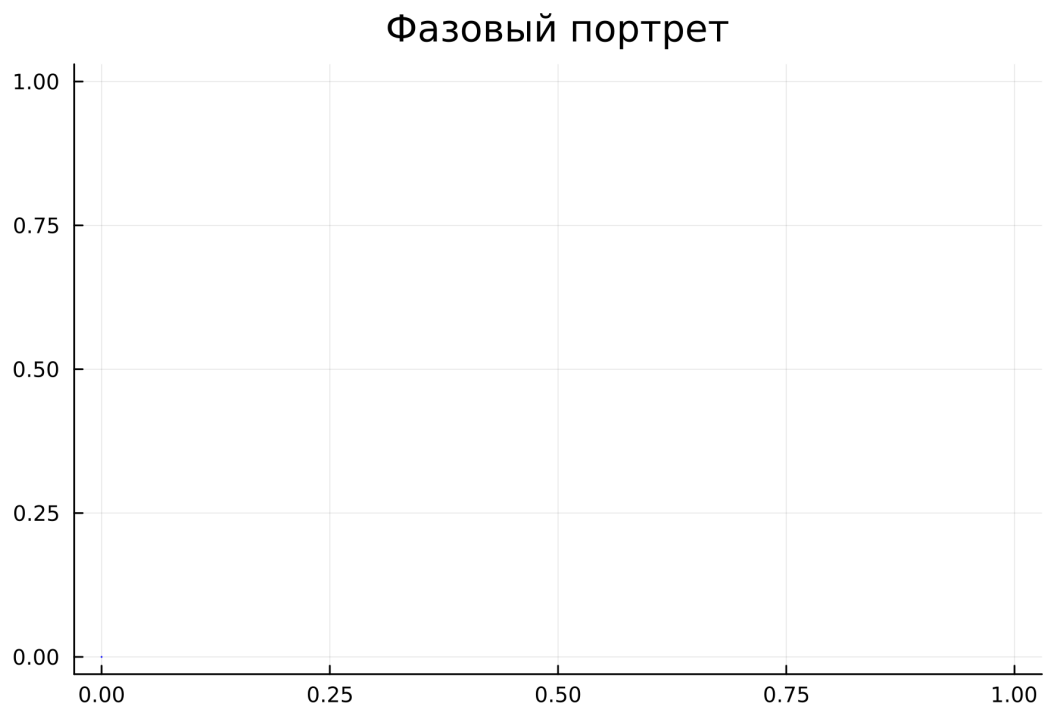


Рис. 7: Фазовый портрет колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы, построенный на Julia

6. Для второго случая изменим значение коэффициентов (fig. 8).

```
5      #Параметры осциллятора
6      #x'' + g * x' + w * x = f(t)
7      #w - квадрат частоты
8      #g - удвоенное затухание
9      w ::Float64 = 10.0
10     g ::Float64 = 1.0
11     x0 ::Float64 = 0.0
12     y0 ::Float64 = 0.0
```

Рис. 8: Начальные значения и коэффициенты для случая 2 на языке Julia

7. Код решения остается без изменений. Получим решение и фазовый портрет (fig. 9 - fig. 10).

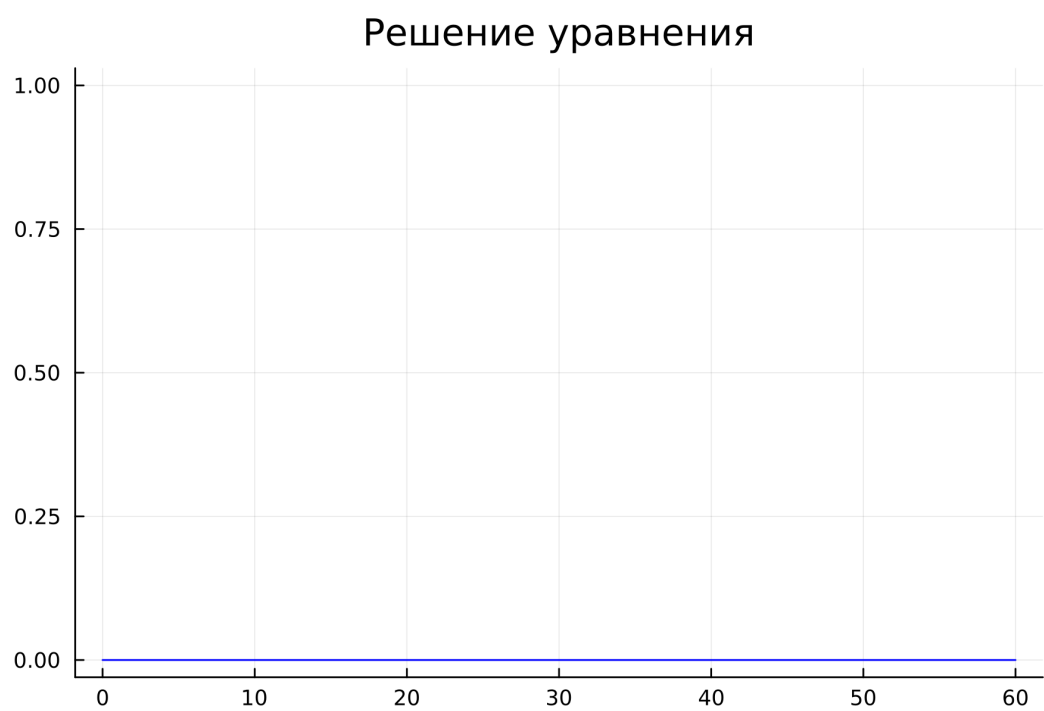


Рис. 9: Решение уравнения колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы, построенное на Julia

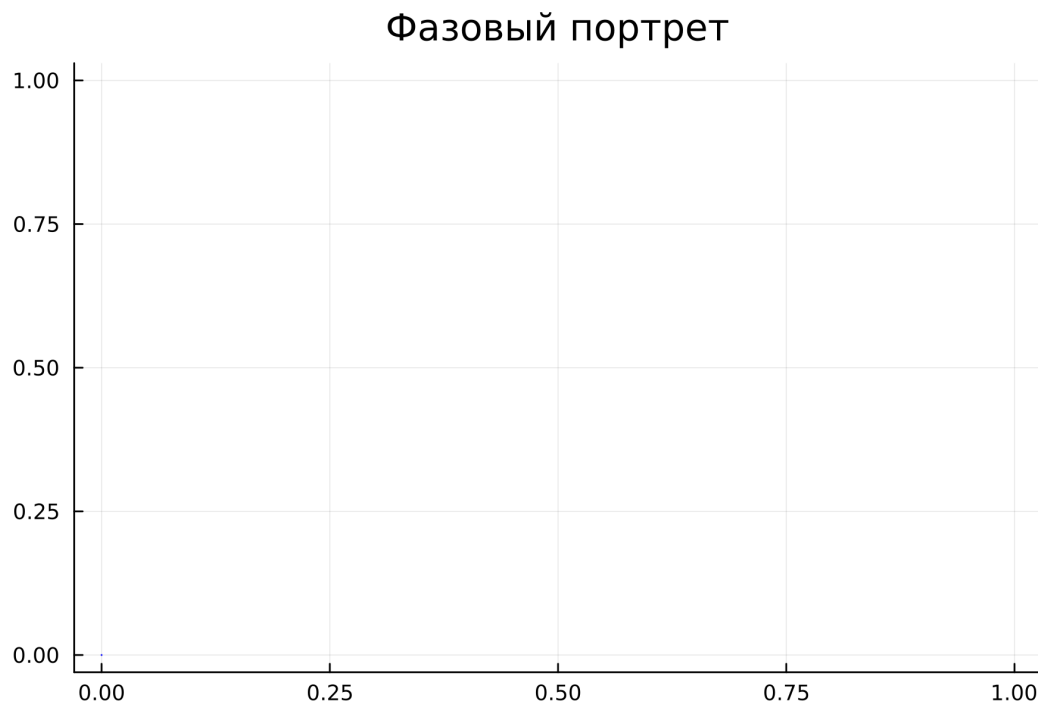


Рис. 10: Фазовый портрет колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы, построенный на Julia

8. Изменим значение коэффициентов для третьего случая (fig. 11).

```

5      #Параметры осциллятора
6      #x'' + g * x' + w * x = f(t)
7      #w - квадрат частоты
8      #g - удвоенное затухание
9      w ::Float64 = 11.0
10     g ::Float64 = 1.0
11     x0 ::Float64 = 0.0
12     y0 ::Float64 = 0.0

```

Рис. 11: Начальные значения и коэффициенты для случая 3 на языке Julia

9. Добавим функцию внешней силы в систему дифференциальных уравнений (fig. 12).

```
15 function ode_fn(du, u, p, t)
16     x, y = u
17     du[1] = u[2]
18     du[2] = -w*u[1] - g*u[2] + 2*cos(t)
19 end
```

Рис. 12: Система дифференциальных уравнений для случая 3 на языке Julia

10. Получим решение и фазовый портрет (fig. 13 - fig. 14).

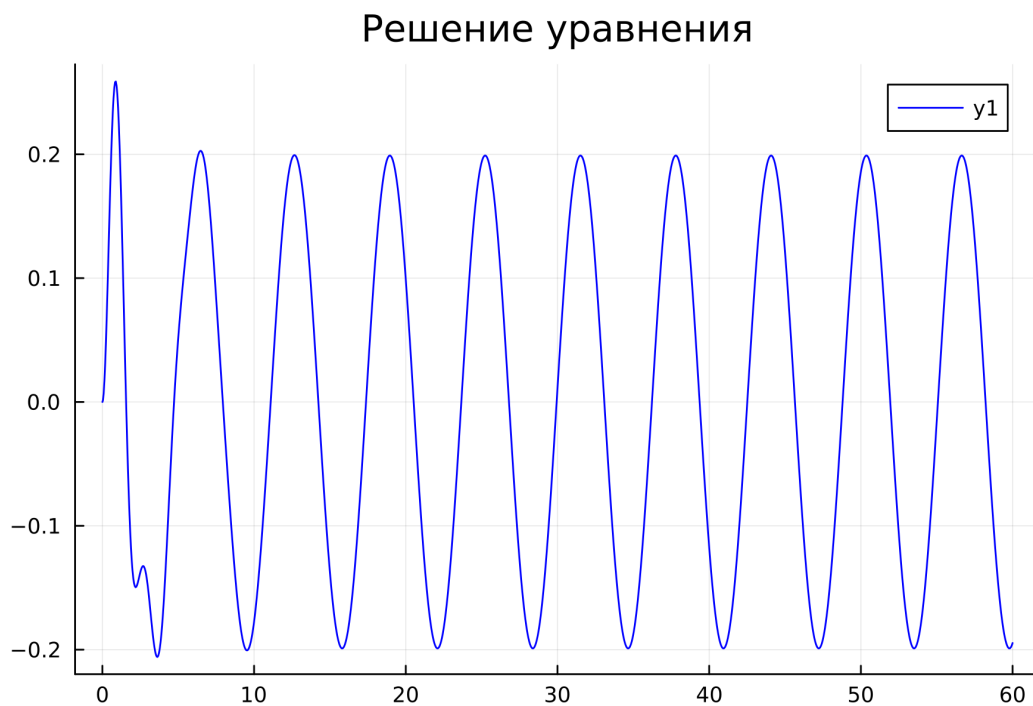


Рис. 13: Решение уравнения колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы, построенное на Julia

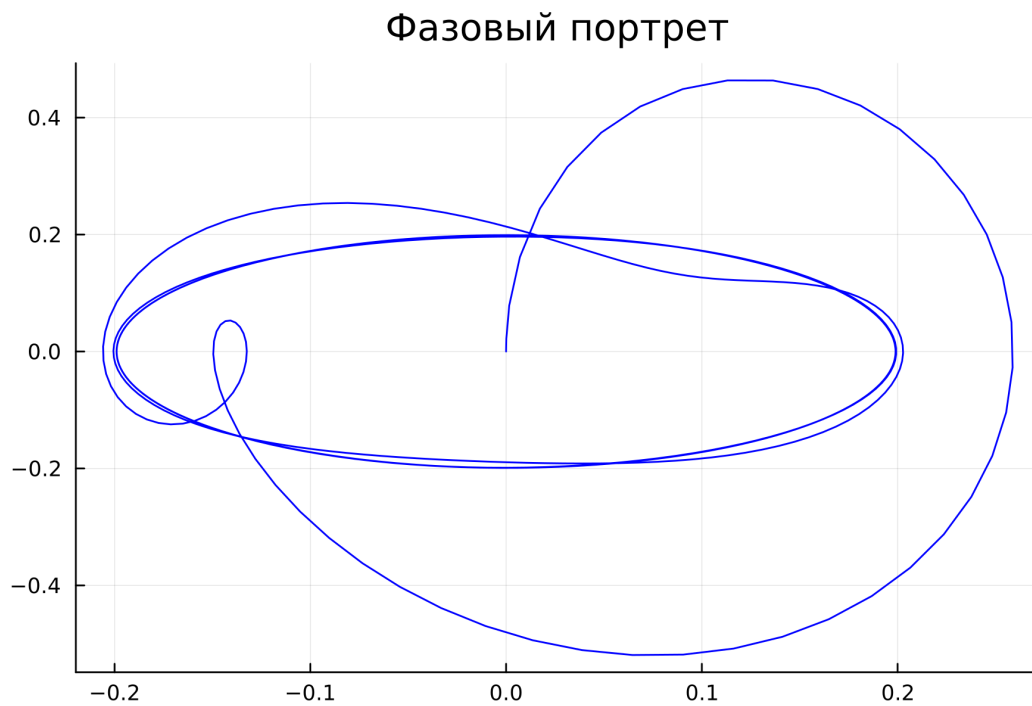


Рис. 14: Фазовый портрет колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы, построенный на Julia

11. Построим модель для случая 1 на языке OpenModelica и получим решение и фазовый портрет (fig. 15 - fig. 17).


```
1  model lab4_1
2  Real x;
3  Real y;
4  Real w = 1.5;
5  Real g = 0.0;
6  Real t = time;
7  initial equation
8  x = 0;
9  y = 0;
10 equation
11 der(x) = y;
12 der(y) = -w*x - g*y;
13 end lab4_1;
```

Рис. 15: Модель для случая 1 на языке OpenModelica

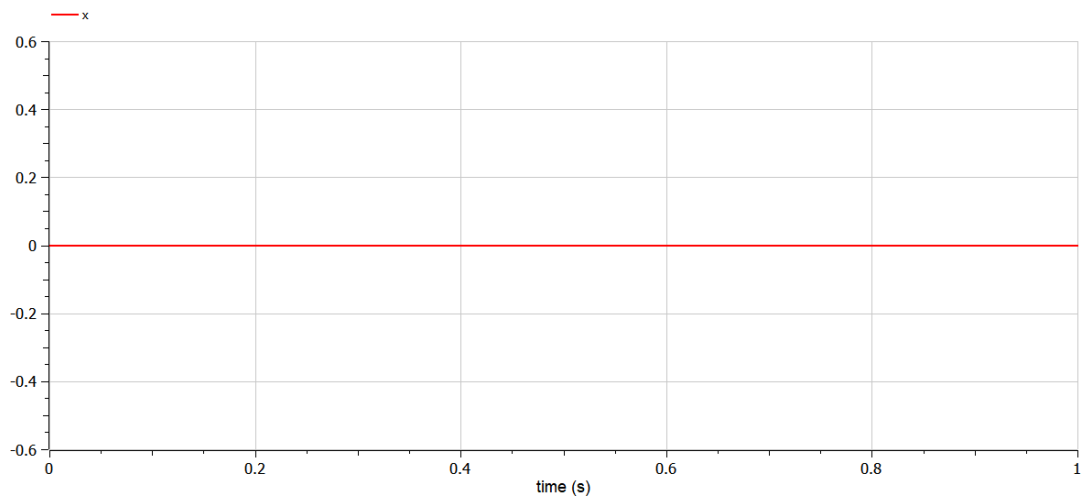


Рис. 16: Решение уравнения колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы, построенное на OpenModelica

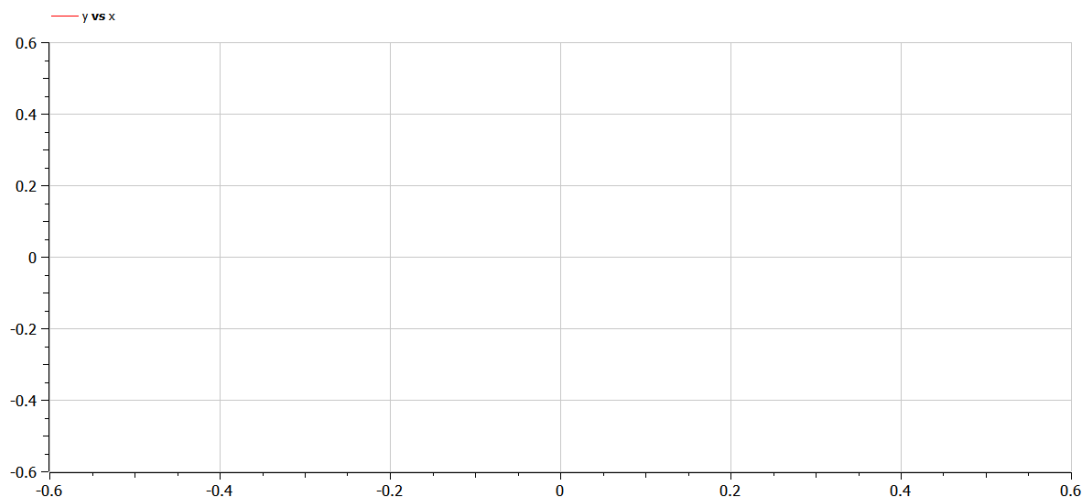


Рис. 17: Фазовый портрет колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы, построенный на OpenModelica

12. Построим модель для случая 2 на языке OpenModelica и получим решение и фазовый портрет (fig. 18 - fig. 20).

```

1  model lab4_2
2  Real x;
3  Real y;
4  Real w = 10.0;
5  Real g = 1.0;
6  Real t = time;
7  initial equation
8  x = 0;
9  y = 0;
10 equation
11 der(x) = y;
12 der(y) = -w*x - g*y;
13 end lab4_2;

```

Рис. 18: Модель для случая 2 на языке OpenModelica

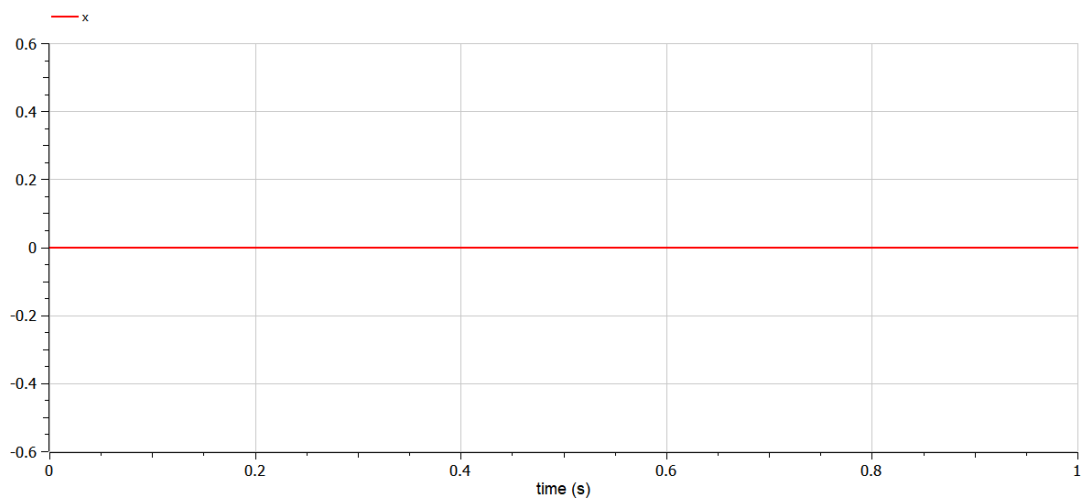


Рис. 19: Решение уравнения колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы, построенное на OpenModelica

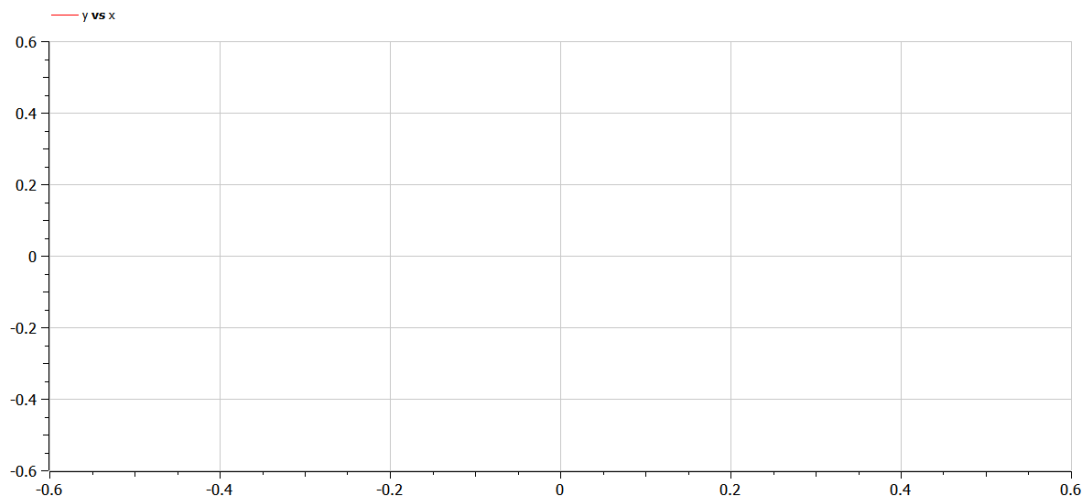


Рис. 20: Фазовый портрет колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы, построенный на OpenModelica

13. Построим модель для случая 3 на языке OpenModelica и получим решение и фазовый портрет (fig. 21 - fig. 23).

```

1  model lab4_3
2  Real x;
3  Real y;
4  Real w = 11.0;
5  Real g = 1.0;
6  Real t = time;
7  initial equation
8  x = 0;
9  y = 0;
10 equation
11 der(x) = y;
12 der(y) = -w*x - g*y + 2*cos(t);
13 end lab4_3;

```

Рис. 21: Модель для случая 3 на языке OpenModelica

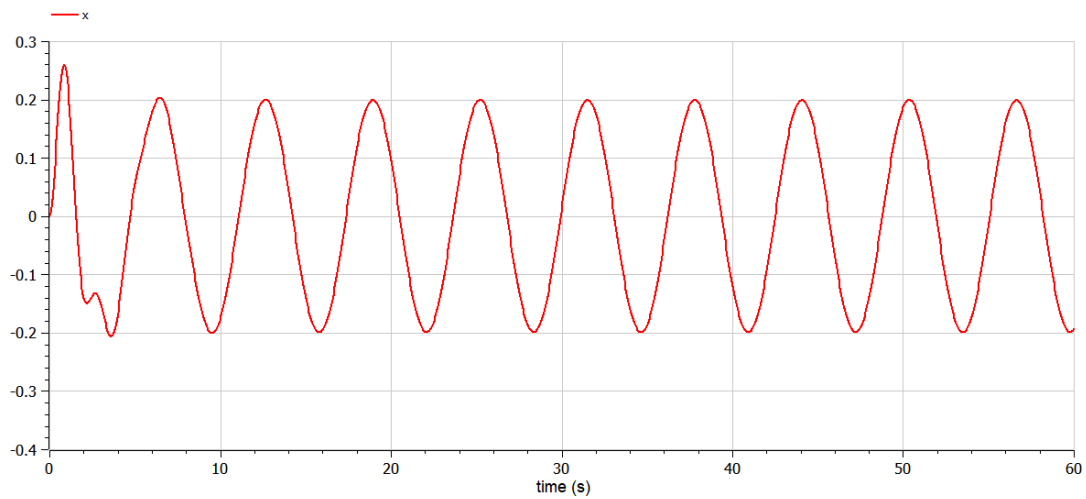


Рис. 22: Решение уравнения колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы, построенное на OpenModelica

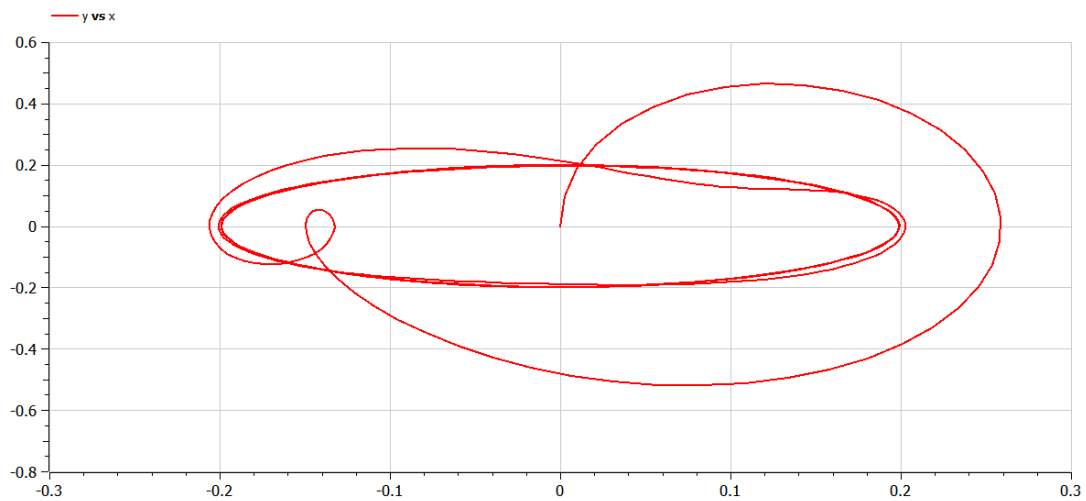


Рис. 23: Фазовый портрет колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы, построенный на OpenModelica

Выводы

В итоге проделанной работы мы построили по три модели на языках Julia и OpenModelica. Построение моделей колебания на языке openModelica занимает меньше строк, чем аналогичное построение на Julia.

Список литературы

[1] <https://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/112993>

[2] <https://foxford.ru/wiki/fizika/garmonicheskie-kolebaniya>