

Лабораторная работа № 2

Тарусов Артём Сергеевич

2023, Москва

Решение задачи о погоне

- Записать уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев.
- Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
- Найти точку пересечения траектории катера и лодки.

Опишем начальные значения согласно варианту 8.

$$k = 6,5; n = 2, 6$$

$$t_0 = 0; x_{л0} = 0; x_{k0} = 6,5$$

Рис. 1: Начальные значения

Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров, а полярная ось проходит через точку нахождения катера береговой охраны.

Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса, только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

Чтобы найти расстояние x (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x , а катер $k-x$ (или $k+x$, в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как x/v или $k-x / 2.6v$ (во втором случае $k+x / 2.6v$). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Составим уравнения и найдем расстояние x .

$$\frac{x}{v} = \frac{k-x}{2,6v}$$

ИЛИ

$$\frac{x}{v} = \frac{x+k}{2,6v}$$

$$x = \frac{k-x}{2,6}$$

$$x = \frac{k+x}{2,6}$$

$$2,6x = k - x$$

$$2,6x = k + x$$

$$3,6x = k$$

$$1,6x = k$$

$$x_1 = \frac{k}{3,6} = \frac{6,5}{3,6} = \frac{65}{36}$$

$$x_2 = \frac{k}{1,6} = \frac{6,5}{1,6} = \frac{65}{16}$$

После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v . Для этого скорость катера раскладываем на радиальную и тангенциальную скорости.

$$v_r = \frac{dr}{dt} = v ; v_\tau = r \frac{d\theta}{dt}$$

$$v_\tau = \sqrt{(2,6v)^2 - v^2} = \sqrt{6,76v^2 - v^2} = \sqrt{5,76}v$$

Рис. 3: Выражение тангенциальной скорости через v

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений (@fig:004).

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{5,76}v \end{cases} \quad \begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 = \frac{65}{36} \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = x_1 = \frac{65}{16} \end{cases}$$
$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{5,76}}$$

Рис. 4: Составление и решение уравнений для двух случаев

Построим траектории движения катера береговой охраны и лодки с помощью Julia.

Построение траекторий с помощью языка OpenModelica не имеет смысла, так как это невозможно сделать, используя базовые средства.

- Записано уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев.
- Построена траектория движения катера и лодки для двух случаев.
- Найдена точка пересечения траектории катера и лодки.