

# **Лабораторная работа № 5**

**Модель хищник-жертва**

Тарусов Артём Сергеевич

# Содержание

<b>Цель работы</b>	<b>4</b>
<b>Задание</b>	<b>5</b>
<b>Теоретическое введение</b>	<b>6</b>
<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>7</b>
<b>Выводы</b>	<b>17</b>
<b>Список литературы</b>	<b>18</b>

## Список иллюстраций

1	Начальные значения и коэффициенты на языке Julia . . . . .	7
2	Система дифференциальных уравнений на языке Julia . . . . .	8
3	Решение системы дифференциальных уравнений на языке Julia . . . . .	8
4	Построение графика зависимости численности хищников от численности жертв на языке Julia . . . . .	9
5	График зависимости численности хищников от численности жертв, построенный на Julia . . . . .	10
6	Построение графиков зависимости численности хищников и численности жертв от времени на языке Julia . . . . .	11
7	Графики зависимости численности хищников и численности жертв от времени, построенные на Julia . . . . .	12
8	Нахождение точки, в которой система переходит в стационарное состояние, на Julia . . . . .	12
9	Графики зависимости численности хищников и численности жертв от времени в стационарной системе, построенные на Julia . . . . .	13
10	Модель хищник-жертва на языке OpenModelica . . . . .	14
11	График зависимости численности хищников от численности жертв, построенный на OpenModelica . . . . .	15
12	Графики зависимости численности хищников и численности жертв от времени, построенные на OpenModelica . . . . .	15
13	Нахождение точки, в которой система переходит в стационарное состояние, на OpenModelica . . . . .	16
14	Графики зависимости численности хищников и численности жертв от времени в стационарной системе, построенные на OpenModelica . . . . .	16

## **Цель работы**

Целью данной работы является построение модели хищник-жертва.

## Задание

1. Построить график зависимости численности хищников от численности жертв
2. Построить график зависимости численности хищников и численности жертв от времени
3. Найти стационарное состояние системы

# Теоретическое введение

- Модель Лотки—Вольтерры [1] — модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва», названная в честь её авторов, которые предложили модельные уравнения независимо друг от друга. Такие уравнения можно использовать для моделирования систем «хищник — жертва», «паразит — хозяин», конкуренции и других видов взаимодействия между двумя видами.

Данная двувидовая модель основывается на следующих предположениях [2]:

1. Численность популяции жертв  $x$  и хищников  $y$  зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории)
2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает
3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными
4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается
5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников

## Выполнение лабораторной работы

1. Опишем начальные значения  $x$  и  $y$ , а также коэффициенты согласно варианту 8 на языке Julia (fig. 1).

```
5      x0 ::Int64  = 13
6      y0 ::Int64  = 18
7
8      a  ::Float64 = 0.19
9      b  ::Float64 = 0.048
10     c  ::Float64 = 0.39
11     d  ::Float64 = 0.036
```

Рис. 1: Начальные значения и коэффициенты на языке Julia

2. Опишем соответствующую систему дифференциальных уравнений(fig. 2).

```

14 function ode_fn(du, u, p, t)
15     x, y = u
16     du[1] = -a*u[1] + b * u[1] * u[2]
17     du[2] = c * u[2] - d * u[1] * u[2]
18 end

```

Рис. 2: Система дифференциальных уравнений на языке Julia

3. Получим решение системы дифференциальных уравнений (fig. 3).

```

20 v0 ::Array{Any} = [x0, y0]
21 tspan = (0.0, 60.0)
22 prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
23 sol = solve(prob, dtmax=0.05)
24 X = [u[1] for u in sol.u]
25 Y = [u[2] for u in sol.u]
26 T = [t for t in sol.t]

```

Рис. 3: Решение системы дифференциальных уравнений на языке Julia

4. Построим график зависимости численности хищников от численности жертв (fig. 4 - fig. 5).



```
28     plt = plot(  
29         dpi=300,  
30         legend=false)  
31  
32     plot!(  
33         plt,  
34         X,  
35         Y,  
36         color=:blue)  
37  
38     savefig(plt, "out/lab05_1.png")
```

Рис. 4: Построение графика зависимости численности хищников от численности жертв на языке Julia

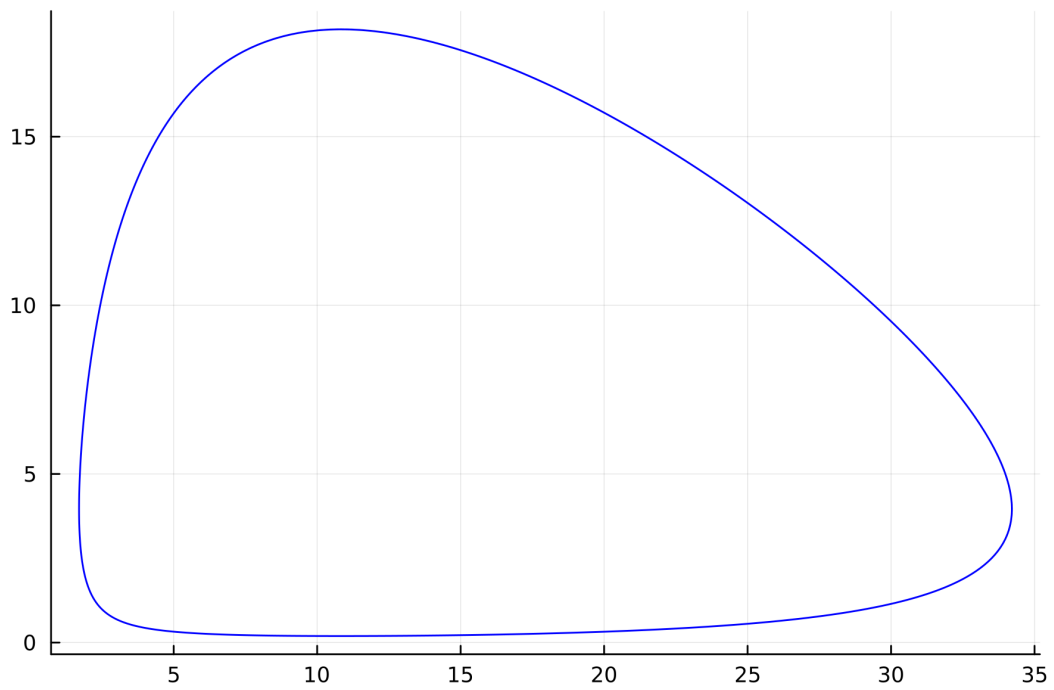


Рис. 5: График зависимости численности хищников от численности жертв, построенный на Julia

5. Построим графики зависимости численности хищников и численности жертв от времени (fig. 6 - fig. 7).

```
40 plt2 = plot(  
41     dpi=300,  
42     legend=true)  
43  
44 plot!(  
45     plt2,  
46     T,  
47     X,  
48     label="Численность жертв",  
49     color=:green)  
50  
51 plot!(  
52     plt2,  
53     T,  
54     Y,  
55     label="Численность хищников",  
56     color=:red)  
57  
58 savefig(plt2, "out/lab05_2.png")
```

Рис. 6: Построение графиков зависимости численности хищников и численности жертв от времени на языке Julia

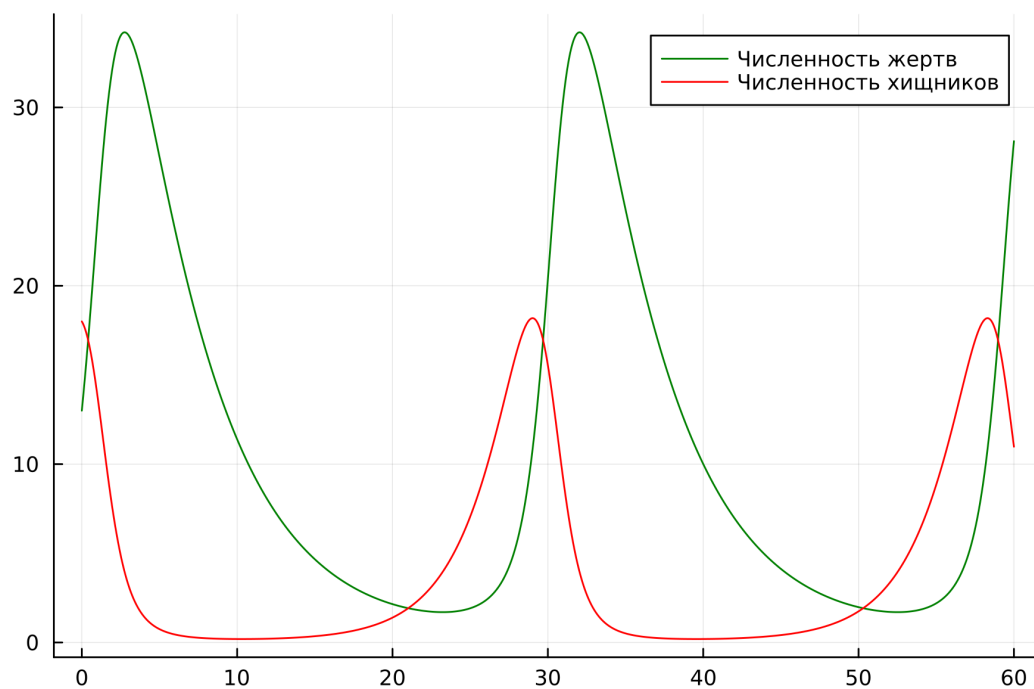


Рис. 7: Графики зависимости численности хищников и численности жертв от времени, построенные на Julia

6. Найдем точку, в которой система переходит в стационарное состояние (fig. 8).

```

10 x0 = c / d # 10.8
11 y0 = a / b # 3.96

```

Рис. 8: Нахождение точки, в которой система переходит в стационарное состояние, на Julia

7. По аналогии с предыдущим построением получим графики зависимости численности хищников и численности жертв от времени в стационарной системе на языке Julia (fig. 9).

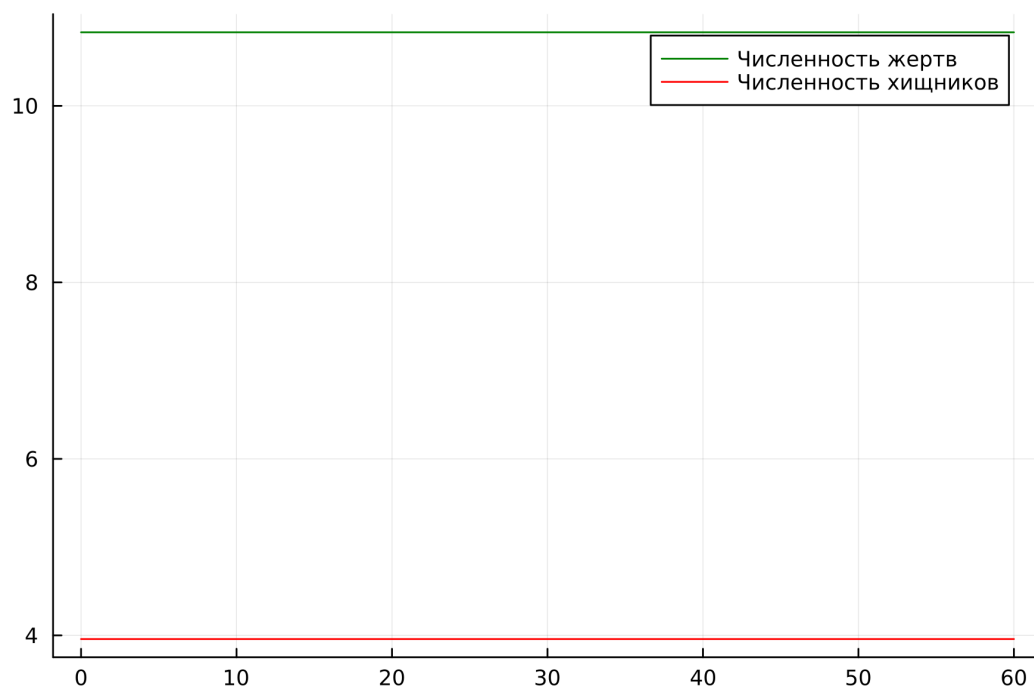


Рис. 9: Графики зависимости численности хищников и численности жертв от времени в стационарной системе, построенные на Julia

8. Построим модель на языке OpenModelica (fig. 10).

```

1  model lab05_1
2  Real a = 0.19;
3  Real b = 0.048;
4  Real c = 0.39;
5  Real d = 0.036;
6  Real x;
7  Real y;
8  initial equation
9  x = 13;
10 y = 18;
11 equation
12 der(x) = -a*x + b*x*y;
13 der(y) = c*y - d*x*y;
14 end lab05_1;

```

Рис. 10: Модель хищник-жертва на языке OpenModelica

9. Получим график зависимости численности хищников от численности жертв (fig. 11).

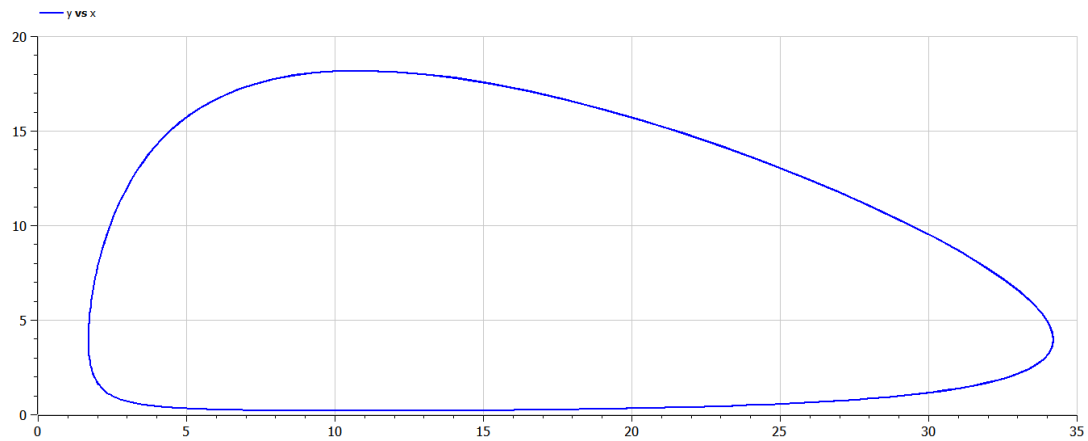


Рис. 11: График зависимости численности хищников от численности жертв, построенный на OpenModelica

10. Получим графики зависимости численности хищников и численности жертв от времени (fig. 12).

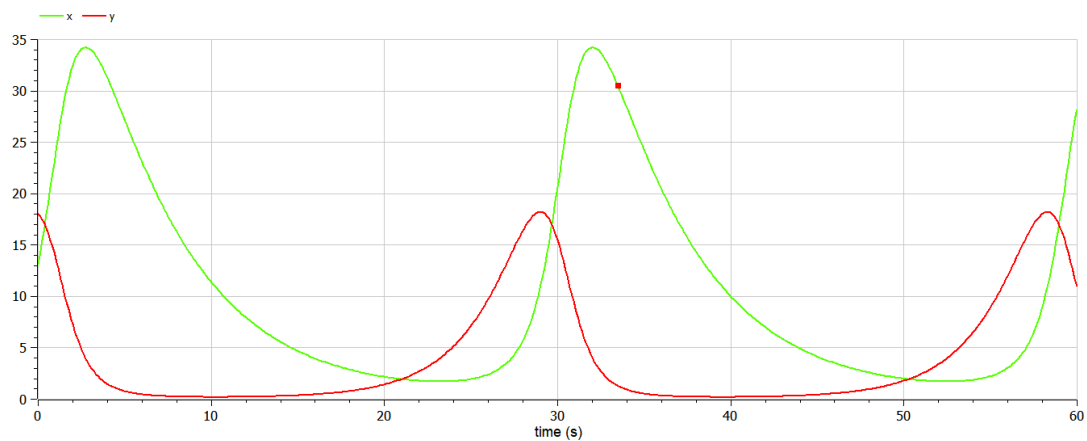


Рис. 12: Графики зависимости численности хищников и численности жертв от времени, построенные на OpenModelica

11. Найдем точку, в которой система переходит в стационарное состояние (fig. 13).

```

1  model lab05_2
2  Real a = 0.19;
3  Real b = 0.048;
4  Real c = 0.39;
5  Real d = 0.036;
6  Real x;
7  Real y;
8  initial equation
9  x = c / d;
10 y = a / b;
11 equation
12 der(x) = -a*x + b*x*y;
13 der(y) = c*y - d*x*y;
14 end lab05_2;

```

Рис. 13: Нахождение точки, в которой система переходит в стационарное состояние, на OpenModelica

12. По аналогии с предыдущим построением получим графики зависимости численности хищников и численности жертв от времени в стационарной системе на языке OpenModelica (fig. 14).

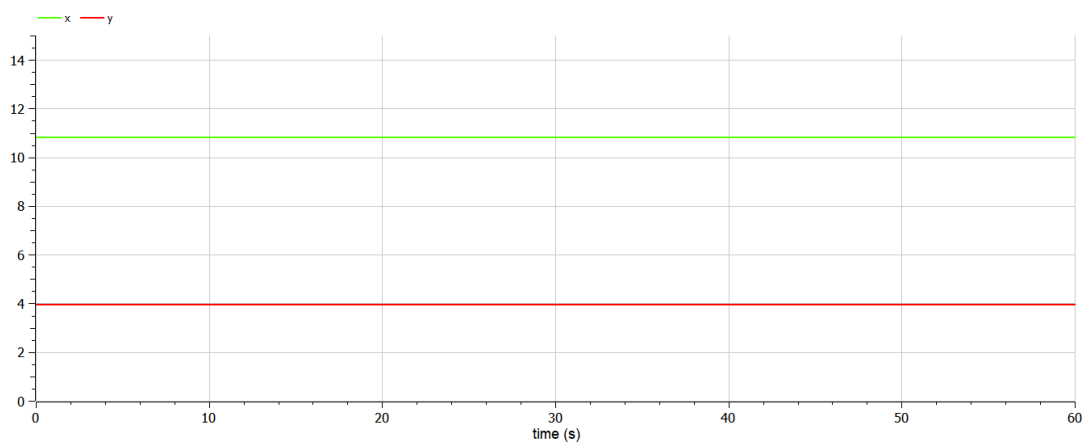


Рис. 14: Графики зависимости численности хищников и численности жертв от времени в стационарной системе, построенные на OpenModelica



## Выводы

В итоге проделанной работы мы построили график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв на языках Julia и OpenModelica. Построение моделей колебания на языке openModelica занимает меньше строк, чем аналогичное построение на Julia.

## Список литературы

- [illegible]