

Лабораторная работа № 6

Тарусов Артём Сергеевич

2023, Москва

Целью данной работы является построение модели эпидемии.

Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп S, I, R.
Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случае:

1) если $I(0) \leq I^*$

2) если $I(0) > I^*$

Опишем начальные значения согласно варианту 8 на языке Julia.

```
5      N ::Int64 = 14000
6      I0 ::Int64 = 114 # заболевшие особи
7      R0 ::Int64 = 14 # особи с иммунитетом
8      S0 = N - I0 - R0 # здоровые, но восприимчивые особи
9      alpha ::Float64 = 0.5 # коэффициент заболеваемости
10     beta ::Float64 = 0.1 # коэффициент выздоровления
```

Рис. 1: Начальные значения на языке Julia

Опишем соответствующую систему дифференциальных уравнений для первого случая, когда больные изолированы.

```
13  function ode_fn(du, u, p, t)
14      S, I, R = u
15      du[1] = 0
16      du[2] = -beta*u[2]
17      du[3] = beta*I
18  end
```

Рис. 2: Система дифференциальных уравнений для первого случая на языке Julia

Получим решение системы дифференциальных уравнений.

```
20 v0 = [S0, I0, R0]
21 tspan = (0.0, 60.0)
22 prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
23 sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
24 S = [u[1] for u in sol.u]
25 I = [u[2] for u in sol.u]
26 R = [u[3] for u in sol.u]
27 T = [t for t in sol.t]
```

Рис. 3: Решение системы дифференциальных уравнений для первого случая на языке Julia

Построим графики численности особей трех групп S, I, R.

```
28 plt = plot(  
29     dpi = 300,  
30     legend = :topright)  
31 plot!(  
32     plt,  
33     T,  
34     S,  
35     label = "Восприимчивые особи",  
36     color = :blue)  
37 plot!(  
38     plt,  
39     T,  
40     I,  
41     label = "Инфицированные особи",  
42     color = :green)  
43 plot!(  
44     plt,  
45     T,  
46     R,  
47     label = "Особь с иммунитетом",  
48     color = :red)  
49  
50 savefig(plt, "out/lab06_1.png")
```

Рис. 4: Построение графиков численности особей трех групп S, I, R на языке Julia

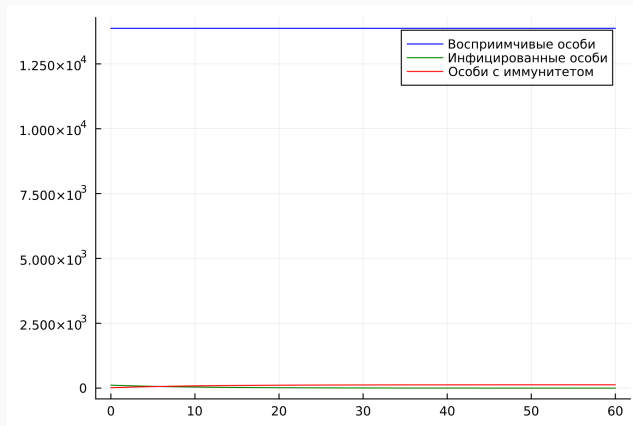


Рис. 5: Графики численности особей трех групп S, I, R, построенные на Julia, для случая, когда больные изолированы

Изменим коэффициенты заболеваемости и выздоровления, а также систему дифференциальных уравнений для второго случая, когда зараженные могут инфицировать особей из группы S.

```
9      alpha ::Float64 = 0.3 # коэффициент заболеваемости
10     beta  ::Float64 = 0.05 # коэффициент выздоровления
11
12     #I0 > I*
13     function ode_fn(du, u, p, t)
14         S, I, R = u
15         du[1] = -alpha*u[1]
16         du[2] = alpha*u[1] - beta*u[2]
17         du[3] = beta*I
18     end
```

Рис. 6: Коэффициенты заболеваемости и выздоровления и система дифференциальных уравнений для второго случая на языке Julia

По аналогии с предыдущим построением получим графики для второго случая.

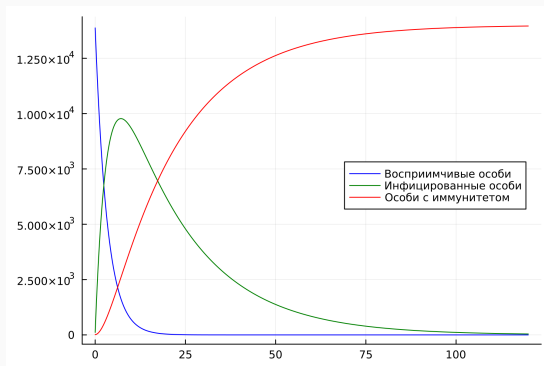


Рис. 7: Графики численности особей трех групп S, I, R, построенные на Julia, для случая, когда больные могут заражать особей группы S

Построим модель для первого случая на языке OpenModelica.

```
1 model lab06_1
2 Real N = 14000;
3 Real I;
4 Real R;
5 Real S;
6 Real alpha = 0.5;
7 Real beta = 0.1;
8 initial equation
9 I = 114;
10 R = 14;
11 S = N - I - R;
12 equation
13 der(S) = 0;
14 der(I) = -beta*I;
15 der(R) = beta*I;
16 end lab06_1;
```

Рис. 8: Построение модели для первого случая на языке OpenModelica

Построим графики численности особей трех групп S, I, R.

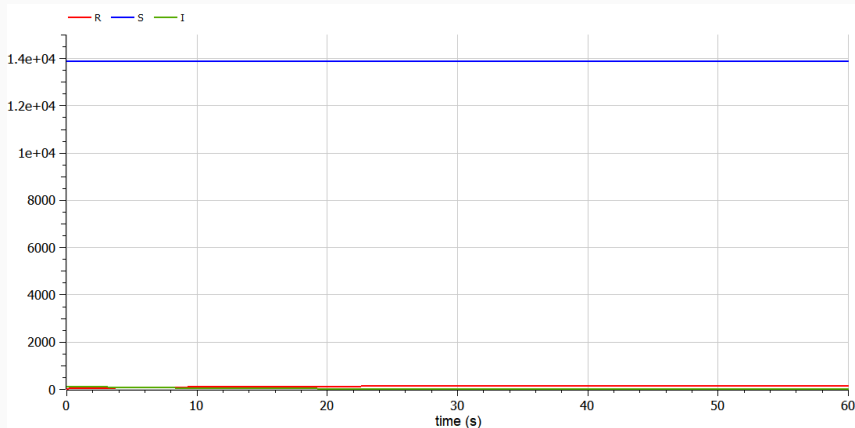


Рис. 9: Графики численности особей трех групп S, I, R, построенные на OpenModelica, для случая, когда больные изолированы

Для второго случая, когда зараженные могут инфицировать особей из группы S, изменим коэффициенты заболеваемости и выздоровления, а также систему дифференциальных уравнений.

```
1 model lab06_2
2 Real N = 14000;
3 Real I;
4 Real R;
5 Real S;
6 Real alpha = 0.3;
7 Real beta = 0.05;
8 initial equation
9 I = 114;
10 R = 14;
11 S = N - I - R;
12 equation
13 der(S) = -alpha*S;
14 der(I) = alpha*S - beta*I;
15 der(R) = beta*I;
16 end lab06_2;
```

Построим графики для второго случая.

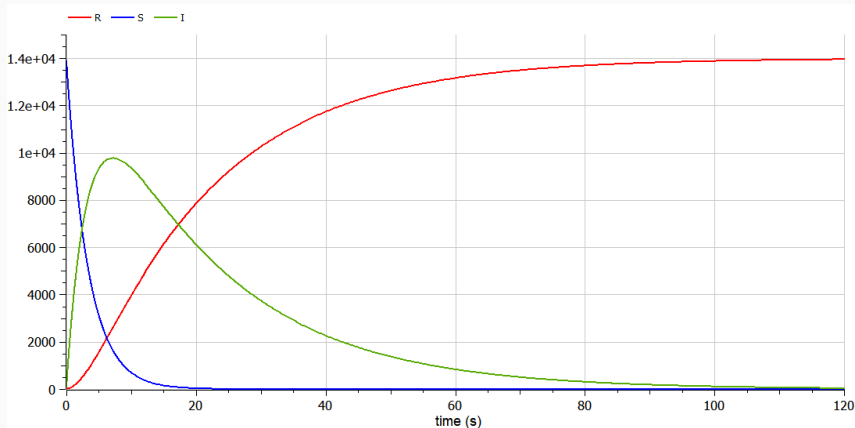


Рис. 11: Графики численности особей трех групп S, I, R, построенные на OpenModelica, для случая, когда больные могут заражать особей группы S

В итоге проделанной работы мы построили графики зависимости численности особей трех групп S , I , R для случаев, когда больные изолированы и когда они могут заражать особей группы S , на языках Julia и OpenModelica. Построение модели эпидемии на языке OpenModelica занимает значительно меньше строк, чем аналогичное построение на Julia. Кроме того, построения на языке OpenModelica проводятся относительно значения времени t по умолчанию, что упрощает нашу работу.