

Probabilité et Statistiques

Contents

Introduction	2
1. Comment définir une probabilité ?	2
Définition de Laplace	2
Définition comme limite de fréquence	2
Lois de probabilités	2
Probabilité conditionnelle	2
5.3 Probabilités des causes (Théorème de Bayes)	2
5.4 Événements statistiquement indépendants	3
Définitions	3

Introduction

Le cours est en 2 partie, chaque partie doit être réussite à 7/20 pour être validée
Une interrogation est organisée, elle permet une dispense à 3/4 de l'examen
mais elle doit être réussite à 12/20 (une feuille A4 personnelle permise)

1. Comment définir une probabilité ?

Définition de Laplace

La définition de Laplace est une version intuitive de ce que sont les probabilités.
à savoir, la probabilité d'une occurrence sur le total des occurrences.

Définition comme limite de fréquence

On peut aussi définir une probabilité comme la chance qu'un élément à de se voir produire si l'expérience est effectuée une infinité de fois.

Lois de probabilités

$$P(\phi) = 0$$

$$B \subseteq A \rightarrow P(A/B) = P(A) - P(B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) : \text{Relation de Boole}$$

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

Probabilité conditionnelle

Probabilité de A sachant que B est réalisé :

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A \cap B) = P(A|B).P(B) \quad P(A \cap B) = P(B|A).P(A)$$

5.3 Probabilités des causes (Théorème de Bayes)

Une partition : Quand la somme des probabilités vaut 1 et que les probabilités sont mutuellement exclusives.

Le cas d'une partition A,B et C avec une probabilité d'un événement D qui s'effectue dans les univers A,B,C

$$P(D) = P(D \cap A) + P(D \cap B) + P(D \cap C) = P(A).P(D|A) + P(B).P(D|B) + P(C).P(D|C)$$

Nota-bene : pour effectuer un tel calcul il peut parfois être plus simple de résoudre un exercice en réalisant un *arbre des probabilités*

Nota-bene : Si dans un exercice, on utilise "Au moins un", c'est équivalent à dire que "tout sauf rien" $\rightarrow 1 - \text{Probabilité de ne rien avoir}$

5.4 Événements statistiquement indépendants

Deux événements sont statistiquement indépendants ssi : $P(A|B) = P(A)$

Nota-bene : Une indépendance statistique n'est pas forcément vraie dans le monde réel. car la statistique est calculée sur un échantillon qui peut ne pas être représentatif

Définitions

- **Une expérience aléatoire** (=épreuve) : expérience ou le hasard intervient, son issue n'est donc pas connue.
- **L'espace d'échantillonnage** : L'ensemble de tous les issues possibles d'une expérience aléatoire. notée Ω .
- Ω : ensemble des possibilités de résultats.
- **événement** : sous ensemble de Ω
- ϕ : événement impossible
- **Variable aléatoire** : quantité qui varie en fonction du hasard. Une variable aléatoire est en général notée X.