

# Microéconomie (part1)

## Chapitre 1 : Préférences et choix

16 pts Exam  
4 pts 21 Avril  
Qcm +1,0,-0.25

### 1.1 Problème de décision

**Problème de décision** : Un décideur fait face à un ensemble d'alternatives possibles ( mutuellement exclusives ) dans une situation donnée.

**Situation** : contraintes d'un choix.

**Alternatives réalisables** : ensemble d'éléments qui définissent une situation.

### 1.2 Préférences (=goûts)

Les goûts de l'individu. Ces goûts peuvent être résumés par une relation de préférence.

L'individu peut :

- préférer strictement  $>$   $<$
- être indifférent à un choix entre 2 choses.  $\sim$
- préférer faiblement  $\geq$   $\leq$

### Hypothèses fondamentales (préférences rationnelles / cohérence )

*Toute paire d'alternatives peut être comparée* (relation complète)

- soit  $a \geq b$  soit  $a \leq b$  soit  $a \geq b$  et  $a \leq b$

*Si une alternative quelconque est au moins aussi désirable qu'une autre et cette autre au moins aussi désirable qu'une troisième, alors la première est au moins aussi désirable que la troisième* (relation de transitivité)

- si  $a \geq b$  et  $b \geq c$  alors  $a \geq c$

*Toute Alternative est au moins aussi désirable qu'elle-même* (relation de réflexivité)

- $a \geq a$

Violation des hypothèses de :

- **complétude**: paires incomparables
- **transitivité** : cas de différences à peine perceptibles
- **cadrage("framing")** façon dont les choses sont présentées.

Ces hypothèses sont si fondamentales que on peut les appeler axiomes ( ou axiomes de rationalité ou de cohérence )

### 1.3 Utilité

Les préférences peuvent être exprimées au moyen de **fonctions d'utilités**. Ces fonctions sont utilisés pour classer les alternatives. C'est le seul but de cette fonction, on ne peut pas donner une interprétation aux écarts d'utilité (**concept ordinal**).

Cette fonction peut donc subir autant de **transformation monotones** qu'elle le souhaite (transformation qui n'affecte pas l'ordre (mult. par un nombre positif, addition d'un nombre quelconque, puissance impaire,...)).

On ne peut *pas toujours trouver une fonction d'utilité* représentant la relation de préférences. Si nous pouvons, alors la fonction) est dite *complète et transitive*.

Exemple :  $u(a) \geq u(b) \Leftrightarrow a \succeq b$ .

## 1.4 Choix et Contraintes

Face à une situation, un décideur choisira la meilleure alternative et ainsi **maximiser ses préférences**. Si il est confronté à des contraintes, alors il effectuera une **maximisation de son utilité sous contraintes**. Ses choix peuvent aussi être synthétisés sous la forme d'une fonction appelée **fonction de choix**. On parle d'**alternatives acceptables** quand l'individu pourrait être amené à choisir cet alternative au lieu d'une autre  
N.B. si il existe plusieurs alternatives meilleures, alors l'individu sera indifférent entre elles

## 1.5 Préférences révélées

- » Le concept de relation de préférence (mécanisme d'introspection) -> manipulation de l'information possible
- » règle de choix : se base sur l'observation des choix de l'individu  
On parlera alors de **préférences révélées**  
Ces préférences ne correspondent pas toujours aux véritables préférences. Il est aussi important de bien noter que les préférences des individus ne peuvent **pas changer au cours de la période d'observation** ( ce qui devient de plus en plus difficile au fur et à mesure que la **période est longue** )

**Axiome faible des préférences révélées** : On s'attend à une certaine cohérence dans les choix observés. Il permet aussi de *vérifier la correspondance avec le modèle économique*

### Deux approches duales

- » Préférences -> Choix (satisfait l'axiome faible des préférences révélées)
- » Choix -> Préférences (elle peut être rationalisée)

# Chapitre 2 : Consommation

## 2.1 Ensemble de consommation

Le problème de décision (du consommateur) est de devoir choisir quelle quantité de biens il souhaite et est capable de payer.

Un **panier de biens** ou **panier de consommation** est une liste de quantités des différents biens:  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ . On considère souvent que le panier n'est

composé que de deux biens, le premier est le bien en question est le second est un agrégé de tous les autres biens(=**bien composite**)

Les choix de consommation sont limités des contraintes physiques: la non négativité ou le fait qu'un bien soit **Discret** (*disponible uniquement en nombre entiers*)

**L'ensemble de consommation** est l'ensemble des paniers satisfaisant les contraintes physiques. (= Alternatives possibles)

## 2.2 Contraintes Budgétaire

En plus des contraintes physiques, le consommateur est limité aux paniers qu'il est **capable de payer**

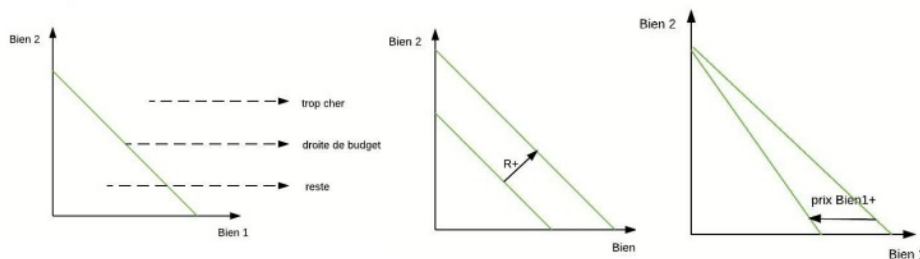
Chaque panier à une valeur qui lui est attribué en fonction du prix de chaqu'un des biens qui le compose.

La **contrainte budgétaire** sont les paniers accessibles ou abordables au prix des biens sur le marché comparativement aux revenus du consommateur.

L'**ensemble budgétaire** l'ensemble des paniers qui répondent à la fonction

$$px \leq R$$

si  **$px = R$**  alors on se trouve sur l'**hyperplan de budget**. Dans le cas de deux biens, cette équation est représentée graphiquement par une droite, appelée droite de budget.



$$pente = -p_1/p_2$$

$$Origine = R/p_2$$

L'équation suivante exprime combien d'unités du bien 2 on peut obtenir à partir du nombre d'unités du bien 1.

$$x_2 = R/p_2 - (p_1/p_2) \cdot x_1$$

## 2.3 Préférences

Les **courbes d'indifférence** regroupent tous les paniers qui satisfont de manière égale le consommateur

**courbe d'indifférence** :  $y \sim x$

**contour supérieur** :  $y \succeq x$

**contour inférieur** :  $y \preceq x$

(x est un panier)

Si on souhaite passer du panier  $x=(x_1, x_2)$  à un panier avec plus du bien 1, alors on obtient  $x'=(x_1+\Delta x_1, x_2-\Delta x_2)$

$\Delta x_2$  est la quantité qu'il faut retirer au panier sachant que l'on vient d'ajouter la quantité  $\Delta x_1$

## Hypothèses sur les préférences

Les préférences qui satisfont les hypothèses suivantes sont dites **classiques** et ont des courbes dites d'**allure normale**

» *Toute paire peut être comparée (complétude)*

graphiquement, en tout point de l'ensemble de consommation passe (au moins) une courbe d'indifférence.

» *Si un panier quelconque est au moins aussi désirable qu'un autre et cet autre au moins aussi désirable qu'un troisième, alors le premier est au moins aussi désirable que le troisième*

graphiquement, les courbes d'indifférence ne se croisent pas car un panier ne peut être indifférent que pour une seule courbe d'indifférence.

» *Les contours inférieurs et supérieurs de chaque panier contiennent leurs frontières*

graphiquement, la courbe d'indifférence est continue

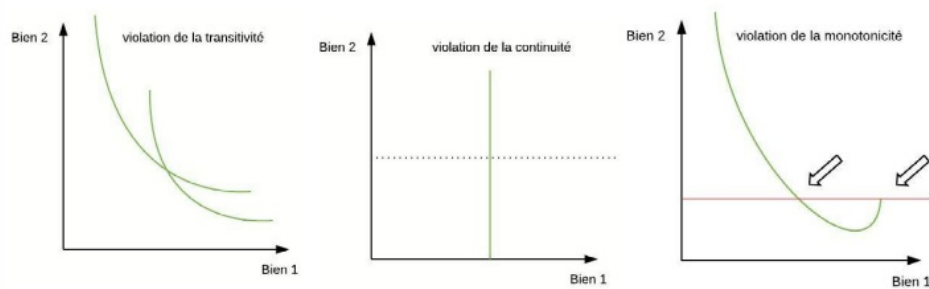
» *Un panier contenant au moins autant de chaque bien est plus d'au moins un bien qu'un autre panier est préféré à celui-ci (**Monotonicité**)*

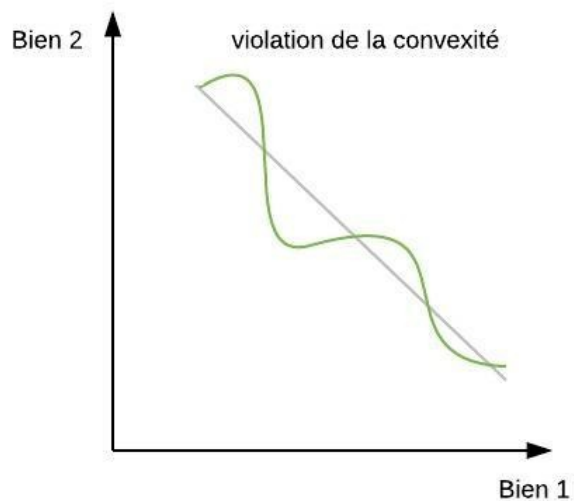
graphiquement, à une valeur du bien 1 il ne peut correspondre qu'une valeur du bien 2.

La monotonicité sous-entend que chaque bien est **désirable**. c.à.d : pas **neutre** (indifférence à plus ou moins consommer du bien) ni **indésirable** (on préfère moins que plus). Et on exclut aussi la **saturation ou satiété** (point préféré = le fait de consommer plus ou moins d'un des 2 biens est perçu négativement).

» *Les paniers intermédiaires sont préférés aux paniers extrême (relation convexe)*

graphiquement, les courbes sont strictement convexes





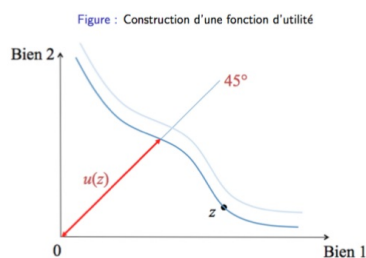
## 2.4 Utilité

### Utilité et courbes d'indifférence

A partir d'une fonction d'utilité il est facile de tracer les courbes d'indifférence.

1. prendre un panier quelconque
2. trouver le y correspondant à ce panier avec la fct u
3. Tracer la courbe d'indifférence passant par x et la reliant tous ces points
4. Appliquer la même méthode un autre panier

Rappel : les préférences qui peuvent être représentées en fonction d'utilité sont complètes, transitives et continues



### Utilité marginale (Um)

Soit un panier  $x=(x_1, x_2) \in X$ . Si on augmente la quantité du bien 1 de  $\Delta x$ , quelle est la variation d'utilité ( $\Delta U$ ) de cet individu ?

$$\frac{\Delta U}{\Delta x_1} = \frac{u(x_1 + \Delta x_1, x_2) - u(x_1, x_2)}{\Delta x_1}$$

$$Um_1(x) = \lim_{\Delta x_1 \rightarrow 0} \frac{u(x_1 + \Delta x_1, x_2) - u(x_1, x_2)}{\Delta x_1} = \frac{\partial u(x)}{\partial x_1},$$

$$Um_2(x) = \lim_{\Delta x_2 \rightarrow 0} \frac{u(x_1, x_2 + \Delta x_2) - u(x_1, x_2)}{\Delta x_2} = \frac{\partial u(x)}{\partial x_2}.$$

## Taux marginal de substitution (TmS(x))

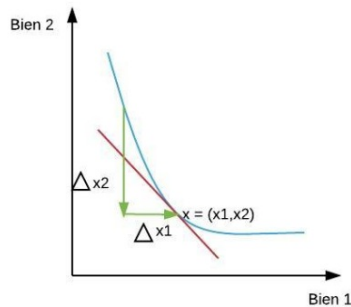
Le **taux marginal de substitution** est le taux auquel le consommateur accepte de substituer le bien 2 au bien 1.

Ce taux est le rapport des unités marginales des biens considérés.

Son signe algébrique est négatif. Souvent, par convention, on utilise la valeur absolue de ce ratio.

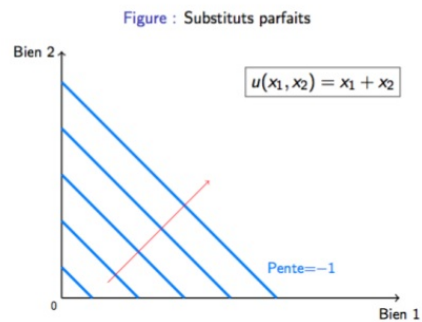
$$TmS(x) = \frac{dx_k}{dx_l} = - \frac{\partial u(x) / \partial x_l}{\partial u(x) / \partial x_k} = - \frac{Um_l(x)}{Um_k(x)}.$$

**La pente de la courbe d'indifférence** mesurée en n'importe quel point est égale au taux auquel le consommateur désire substituer un bien à un autre en ce point



## Exemples de fonctions d'utilité

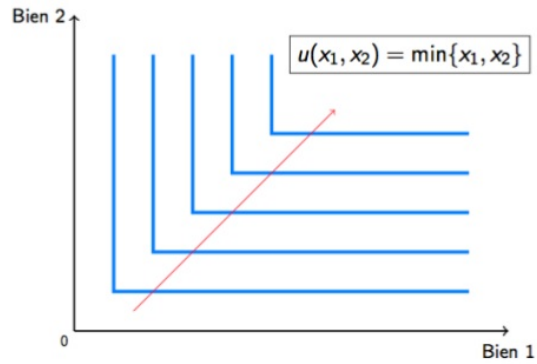
» Substituts parfaits (on ne se préoccupe que de la quantité totale des biens)



$$Tms = -1$$

» Compléments parfaits (On ne se préoccupe que de la quantité minimale de biens)

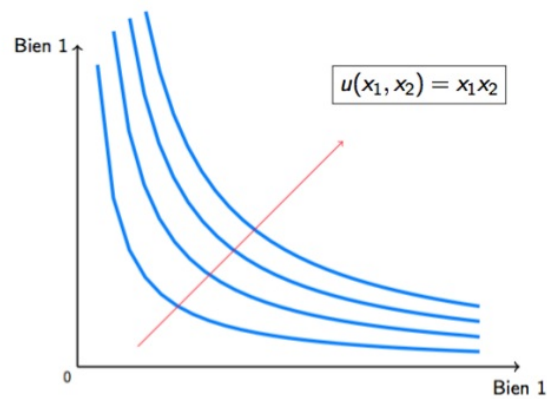
Figure : Compléments parfaits



$$Tms = non - défini$$

- » Préférences Cobb-Douglas ( $u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d$ )  
L'exemple classique des courbes d'indifférence dites d'allure normale.

Figure : Cobb-Douglas



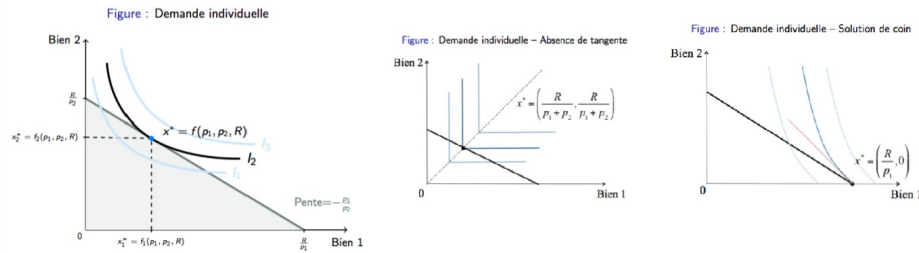
$$Tms = -(c \cdot x_2) / (d \cdot x_1)$$

## 2.5 Demande individuelle

Dans l'hypothèse où le consommateur maximise ses préférences en choisissant le panier  $x^*(B(p, R))$ .

$$u(x^*) = \max(B(p, R))$$

Dans le cas de  $n$  biens  $x^* = f(p, R) = (f_1(p, R), \dots, f_n(p, R))$ .  
 $f(p, R)$  est la **fonction de choix**. La quantité demandée individuelle d'un bien, spécifiée par cette fonction de choix, est donc la quantité de ce bien que le consommateur souhaite et est capable de se payer. Le panier optimal se situe au point de tangence entre la courbe d'indifférence et la droite du budget.



**La courbe d'indifférence ne peut jamais couper la droite de budget**

## Propriétés de la demande individuelle

1. Continuité : La continuité de la relation de préférence assure la continuité de la fonction de demande.
2. Homogénéité : L'invariance de la contrainte budgétaire par rapport à l'unité de compte choisie.
3. Loi de Warlas : La monotonie de la relation de préférence assure l'identité budgétaire.
4. Unicité : La convexité stricte de la relation de préférence implique l'unicité de la solution.

## Solution

Dans le cas d'une solution intérieure, le choix optimal satisfait deux propriétés:

- L'égalisation du taux marginal de substitution et du rapport des prix
- L'identité budgétaire

Dans le cas de deux biens, le problème de maximisation sous contraintes s'écrit comme suit :

$$p_1x_1 + p_2x_2 = R$$

//## 1.6 Préférences révélées  
 //## 1.7 Statique comparative  
 //## 1.8 Demande agrégée  
 //## 1.9 Demande inverse

# Chapitre 3 : Incertitude et temps

## 3.1 L'objet du choix

**Action** : Objet du choix d'un individu dans un univers incertain.

**conséquences** : résultats d'actions.

**état du monde / état de nature** : Il s'agit de la réalisation de l'événement qui détermine la conséquence qu'à une action.

L'individu qui prend des décisions les prends en incertitude.(X univers certain).

**consommations contingentes / consommations conditionnelles /**



**perspectives conditionnelles de consommation** : description de ce qui sera consommé dans les différents états de la nature.

**Loterie** : distribution de probabilité sur un ensemble de résultats ou lots possibles.

$$L=(\pi_1, \dots, \pi_n)$$

**loterie simple** : deux résultats possibles.

**loterie dégénérée** : si un résultat à une probabilité = 1

**loterie composée** : si il existe au moins un résultat qui est une loterie non dégénérée.

Une loterie non composée peut s'écrire comme une combinaison de loterie simples

## Généralisation

**variable aléatoire** : résultat d'une action que l'individu peut choisir

**fonction de distribution** : caractérisation des variables aléatoires

la distribution de probabilité associé peut être résumée par ses **moments** :

- sa **moyenne** ou **espérance(mathématique)**
- sa **variance**

## 3.2 Préférences

### Préférences sur les loteries

Un individu peut classer les loteries.

*“ Postulat conséquantialiste : seule la distribution de probabilité sur les résultats possibles certains a de l'importance et dès lors, l'individu est indifférent entre toute loterie produisant cette distribution composée ou non.*

*”*

### Hypothèses sur les préférences

1. Complétude
2. Transitivité
3. Continuité
4. Indépendance

## 3.3 Utilité espérée

L'utilité d'une loterie est égale à la somme pondérée d'une fonction du résultat de chaque état.

$$U(L) = \text{Somme}(\text{de } i=1 \text{ à } n) \pi_i.v(x_i)$$

“  $x_i$  est le résultat  $i$  qui se réalise avec probabilité  $\pi_i^*$  ”

**Forme d'utilité espérée / forme d'utilité attendue** : ce que la fonction d'utilité admet alors

fonction d'utilité dans ce cas est une **fonction d'utilité espérée / fonction d'utilité attendue / fonction d'utilité Von Neumann - Morgenstern**

On dit aussi que la fonction d'utilité possède la **propriété de l'espérance de l'utilité / propriété de l'utilité espérée / propriété de l'utilité attendue**

## Utilité espérée et choix

Le décideur choisira la meilleure loterie en fonction de ses préférences. Si il souhaite maximiser ses préférences, alors il maximisera l'utilité espérée des lots qui la compose.

## Concept cardinal

La propriété d'utilité cardinale est une propriété cardinale. c.à.d : elle permet de, en plus du signe, de récupérer la grandeur d'écart entre les valeurs

## Existence et limites

*Théorème de l'espérance de l'utilité (von Neumann - Morgenstern)* : si les préférences sont continues et indépendantes, alors il existe une fonction d'utilité représentant ces préférences qui possède la propriété de l'utilité espérée.

## Unicité à une transformation affine près

Toute transformation monotone d'une fonction d'utilité exprime les mêmes préférences mais ne possède pas forcément les mêmes propriétés de l'utilité espérée. Si on conserve les propriétés de l'utilité espérée, alors on a une **transformation affine positive**

$F(U)$  est une **transformation affine positive** et  $F(U) = \alpha U + \beta$  avec  $\alpha > 0$

“ On dit alors qu'une fonction d'utilité espérée est unique à une transformation affine près. ”

## 3.4 Aversion au risque

Aversion : Espérance de la loterie  $\geq$  loterie

Goût : Espérance de la loterie  $\leq$  loterie

“ On fait l'hypothèse décroissante avec la richesse ”

”

Concavité stricte :  $u''(x) < 0$   
convexité stricte :  $u''(x) > 0$

On peut avoir une aversion au risque sur des petits montants

On peut mesurer le **degré d'aversion au risque** = coëf d'aversion absolue pour le risque

$$Mu(x) = -u''(x) / u(x)$$

aussi appelé **coef d'arrow-Pratt**

## Modèle moyenne-variance

Ce modèle suppose que les préférences ne dépendent que de **la moyenne** et de **la variance**.

**L'utilité** est une *distribution des probabilités*.  $u(\mu, \sigma^2)$  ou  $(\mu, 1/\sigma^2)$

$1/\sigma^2$  est appelé **précision**

“  $\mathcal{E} = Ro$

”

Pour une aversion au risque, les décideurs vont préférer, une moyenne + élevée et une variance plus faible (= précision + élevée)

Cette approche est utilisée dans le choix d'un portefeuille financier. Les actifs -> (moyenne et variance) et donc par niveau d'utilité, ce qui permet de les classer par la suite.

## Limites de l'approche

La variance seule ne suffit pas à caractériser le risque. il faut tenir compte des moments d'ordre >2

## 3.5 Applications

### Application 1 : Demande d'assurance

#### Du point de vue du demandeur d'assurance

Un individu à une richesse **w0**, il peut perdre **S** avec une probabilité **π**

Pour assurer ce patrimoine, il veut couvrir avec le niveau **x**, et sa prime est égale à **&x**

On suppose que le décideur à une aversion au risque. Son choix optimal est donc **l'assurance complète**

- » Si il y a sinistre :  $w1(x) = (w0 - S - \&x + x)$
- » Si il n'y a pas de sinistre :  $w2(x) = (w0 - \&x)$

On va donc tenter de maximiser l'équation suivante :  $\pi \cdot u(w0 - S - \&x + x) + (1 - \pi) \cdot u(w - \&x)$

On obtient donc la fonction suivante :

### Du point de vue de la compagnie d'assurance

elle perçoit  $x$  peu importe le sinistre ou non. Donc son profit espéré est donc de  $x - (\pi x - (1 - \pi)0) \Leftrightarrow x - \pi x$ . On fait ici l'hypothèse que la compagnie ne fait en moyenne pas de profits, ni de perte. La prime d'assurance sera dite **actuariellement équitable** et donc  $\pi = \pi$ .

Au final, par l'hypothèse d'aversion au risque on obtient :  $w(0 - s - x) + x = w(0) - s$   $\Leftrightarrow$

**La solution du problème de demande d'assurance consiste donc à** couvrir totalement le risque\*\*

## Application 2 : Précaution

### Un individu neutre vis à vis du risque

La somme  $x$  est ce qu'il est prêt à payer au plus pour réduire la probabilité de  $\pi$  à  $(\pi - \epsilon)$ . Dans le cas où l'individu est neutre vis à vis du risque, alors  $u(m) = m$  et  $x^* = \epsilon s$ .

La solution est donc de **payer le gain espéré de la réduction de la probabilité du risque**.

“ on se fiche de  $\pi$  et de  $w$

”

## Application 3 : Choix de portefeuille

Un individu doit choisir entre un actif risqué et un actif à rendement variable  $R$  sur une distribution  $F$ . Il investira  $x$  dans l'actif

cet individu a une aversion au risque.

On choisira l'actif risqué quand le rendement espéré dépasse le rendement de l'actif certain.

## Application 4 : Risk pooling

on a ici le cas de deux personnes qui ont chacune un revenu aléatoire. doivent-ils mettre leurs ressources en commun et puis diviser par 2? OUI

## 3.6 Epargne

On va diviser le temps en  $t$  en  $T$  intervalles ( $t=1$  est le présent et  $t=T$  est l'**horizon décisionnel (infini)** ).

### Valeurs présentes et futures

$R_1$  est un montant sur un compte qui rapporte un intérêt  $r$ . On peut en déduire la valeur présente ou valeur actualisée d'une somme  $R_t$ :  $R_t = (1+r)^{-(t-1)} \cdot R_1$