

CS112.P11.KHTN - Bài tập nhóm 4

Nguyễn Hữu Đặng Nguyên - 23521045

Trần Văn Tấn - 23521407

Ngày 5 tháng 12 năm 2024

Bài 1: Trò chơi đối kháng

Phương pháp giải:

- $p \leq 10$:
 - Sử dụng phương pháp backtracking (nhánh cận) để thử tất cả các trạng thái và kiểm tra trạng thái thắng/thua.
- $p \leq 10^6$:
 - Áp dụng quy hoạch động với mảng 'dp' để lưu trạng thái thắng/thua với mỗi giá trị của p.
- $p > 10^6$:
 - Sử dụng chiến thuật:
 - * Nếu p là lẻ, người chơi luôn có lợi thế vì có hai nước đi khả thi. (có thể chứng minh)
 - * Nếu p là chẵn, trạng thái thắng/thua phụ thuộc vào $p/2$.

Mã giả:

Backtracking ($p \leq 10$):

```
1 function canWin(p):  
2     if p == 0:  
3         return False  
4     if p is odd:  
5         return not canWin(p - 1) or not canWin(p + 1)  
6     else:  
7         return not canWin(p / 2)
```

Quy hoạch động ($p \leq 10^6$):

```
1 dp = [-1] * (106 + 10)
2
3 function canWin(p):
4     if p == 0:
5         return False
6     if dp[p] != -1:
7         return dp[p]
8     if p is odd:
9         dp[p] = not canWin(p - 1) or not canWin(p + 1)
10    else:
11        dp[p] = not canWin(p / 2)
12    return dp[p]
```

Chiến thuật lý thuyết trò chơi ($p > 10^6$):

```
1 function canWinTheory(p):
2     while p > 0:
3         if p is odd:
4             return True
5         p = p / 2
6     return False
```

Phân tích độ phức tạp:

- * Backtracking: Độ phức tạp $O(2^p)$, do thử tất cả các trạng thái..
- * Quy hoạch động: Độ phức tạp $O(p)$, do mỗi trạng thái chỉ tính một lần.
- * Lý thuyết trò chơi: Độ phức tạp $O(\log p)$.

Bài 2: Trò chơi đồng xu

Phương pháp giải:

- * $n \leq 1000$:
 - Sử dụng QHĐ để kiểm tra trạng thái thắng/thua cho mỗi giá trị n .
- * $n \leq 1e18$:
 - Sử dụng chiến thuật với công thức:

$$n \bmod (k + 1) \neq 0 \implies A \text{ thắng.}$$

- Cách làm

1. Tìm tất cả các ước d của n , tức là các số nguyên dương d sao cho $n \bmod d = 0$.
2. Với mỗi ước d , nếu $k + 1 = d$, thì loại bỏ $k = d - 1$.
3. Tính số lượng k thỏa mãn:

Tổng số $k = n - 1 - \text{số lượng ước } d \text{ (thỏa mãn } d - 1 > 0)$.

Mã giả:

Quy hoạch động ($n \leq 1000$):

```

1 dp = [False] * (n + 1)
2
3 function countWinningK(n):
4     count = 0
5     for k in range(1, n + 1):
6         for x in range(1, k + 1):
7             if n - x >= 0 and not dp[n - x]:
8                 dp[n] = True
9                 break
10        if dp[n]:
11            count += 1
12    return count

```

Chiến thuật lý thuyết trò chơi ($n \leq 1e18$):

```

1 function countWinningK(n):
2     divisors = []
3     for d in range(1, sqrt(n) + 1):
4         if n % d == 0:
5             divisors.append(d)
6             if d != n // d:
7                 divisors.append(n // d)
8
9     total_k = n - 1
10    for d in divisors:
11        if d - 1 > 0:
12            total_k -= 1
13
14    return total_k

```

Phân tích độ phức tạp:

- * Quy hoạch động: Độ phức tạp $O(n \cdot k)$.
- * Lý thuyết trò chơi: Độ phức tạp $O(\sqrt{n})$.