Парная линейная регрессия Цель работы Познакомиться с моделью парной линейной регрессии регрессии и методом градиентного спуска.

Содержание работы Найти оценки параметров модели парной линейной регрессии прямыми вычислениями и палучить с помощью модели прогнозы результативного прознака. Найти оценки параметров модели парной линейной регрессии с использованием метода градиентного спуска. Оценить качество построенной модели, сравнив на графике обучающую выборку и прогнозы. Построить кривые обучения.

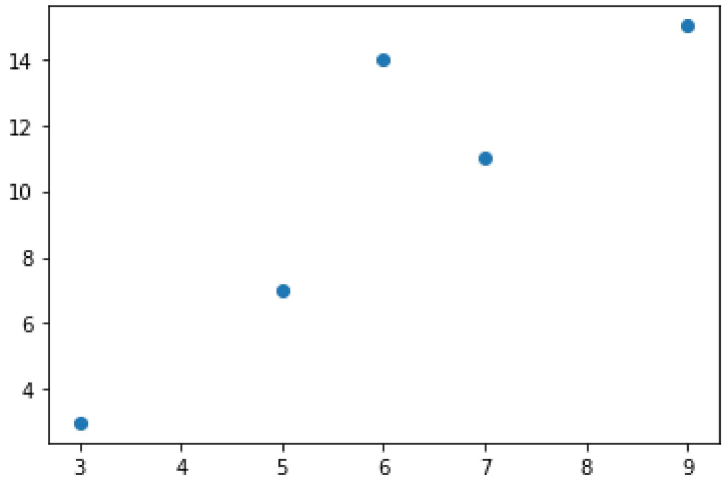
In [3]:
```
#Загрузим необходимые библиотеки
import numpy as np
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
```

In [4]:
```
#Исходные данные: x - расходы на рекламу, Y - объемы продаж
x = np.array([3, 5, 7, 6, 9])
Y = np.array([3, 7, 11, 14, 15])
display(x, Y)
```

```
array([3, 5, 7, 6, 9])

array([ 3,  7, 11, 14, 15])
```

In [5]:
```
#Изобразим их на графике
plt.figure()
plt.scatter(x, Y)
plt.show()
```



In [6]:
```
#Вычислим оценки коэффициентов парной линейной регрессии по формулам
a1 = ((x - x.mean())*(Y - Y.mean())).mean()/((x - x.mean())**2).mean()
a0 = Y.mean() - a1*x.mean()
print("Модель линейной регрессии: Y^ = ", a0, " + ", a1, "* x")
```

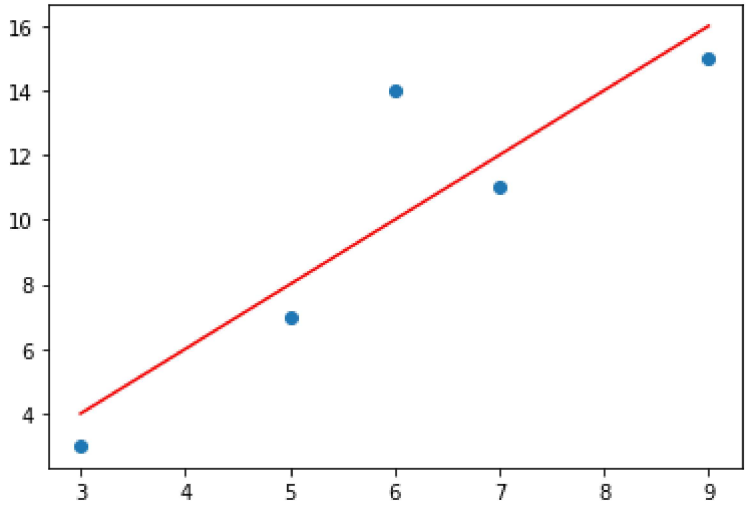
```
Модель линейной регрессии: Y^ =  -2.0  +  2.0 * x
```

In [7]:
```
#Дадим серию прогнозов Y^ для x от 3 до 9 с шагом 1
x_space = np.linspace(3, 9, 7)
print(x_space)
Y_pred = a0 + a1*x_space
print(Y_pred)
```

```
[3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.]
[ 4.  6.  8. 10. 12. 14. 16.]
```

In [8]:
```
#Изобразим на графике исходные данные и прогнозы
fig  = plt.figure()
ax = fig.add_axes([0.1, 0.1, 0.8, 0.8])
ax.scatter(x, Y)
ax.plot(x_space, Y_pred, 'r')
#ax.scatter(x_space, Y_pred)
```

Out[8]:
```
[<matplotlib.lines.Line2D at 0x26b598f7e48>]
```



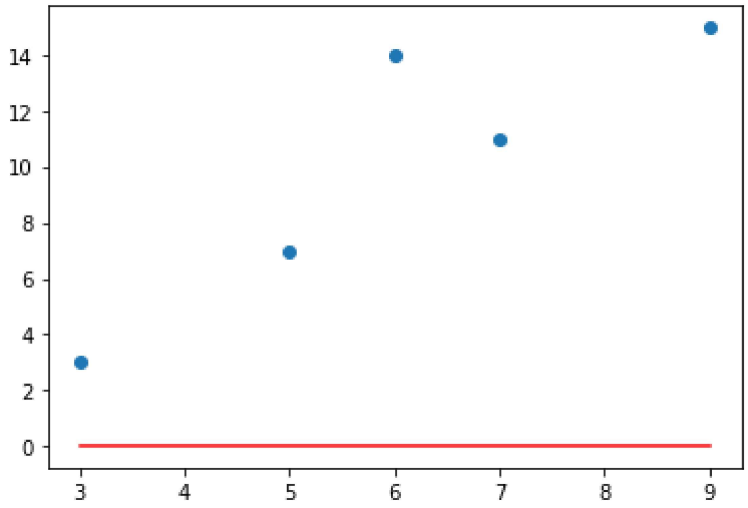
In [9]:
```
#Реализуем шаг градиентного спуска в модели парной лдинейной регрессии
class SimpleRegression(object):
    def __init__(self):
        self.a0 = 0
        self.a1 = 0
    def predict(self, x):
        return self.a0 + self.a1*x
    def MSE(self, x, Y):
        return ((self.predict(x)-Y)**2).mean()
    def fit(self, x, Y):
        alpha = 0.1
        dT_a0 = -2*sum((Y -self.predict(x)))
        dT_a1 = -2*sum((Y -self.predict(x))*x)
        self.a0 -= alpha*dT_a0
        self.a1 -= alpha*dT_a1
```

In [10]:
```
#Получим прогнозы до градиентного спуска с начальными значениями параметров
regr = SimpleRegression()
print(regr.predict(3))
print(regr.predict(5))
print(regr.predict(7))
print(regr.predict(6))
print(regr.predict(9))
print(regr.MSE(x, Y))
```

```
0
0
0
0
0
120.0
```

In [119]:
```
#Выведем прогнозы до градиентного спуска на графике
x_space = np.linspace(3, 9, 7)
Y_pred = regr.predict(x_space)
fig = plt.figure()
ax = fig.add_axes([0.1, 0.1, 0.8, 0.8])
ax.scatter(x, Y)
ax.plot(x_space, Y_pred, 'r')
```

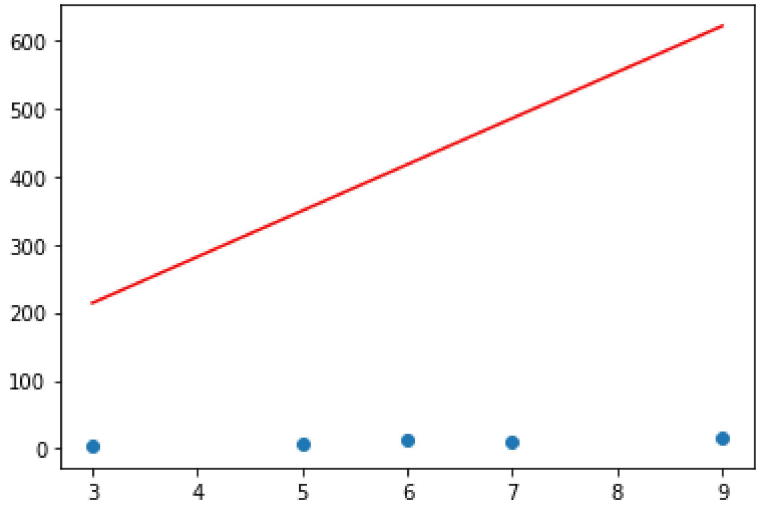
Out[119]:
```
[<matplotlib.lines.Line2D at 0x1a15e05a190>]
```



In [120]:
```
#Реализуем шаг градиентного спуска
regr.fit(x, Y)
print("MSE после первого шага градиентного спуска: ", regr.MSE(x, Y))
Y_pred = regr.predict(x_space)
fig = plt.figure()
ax = fig.add_axes([0.1, 0.1, 0.8, 0.8])
ax.scatter(x, Y)
ax.plot(x_space, Y_pred, 'r')
```

```
MSE после первого шага градиентного спуска:  183892.0
```

Out[120]:
```
[<matplotlib.lines.Line2D at 0x1a15e0ab070>]
```



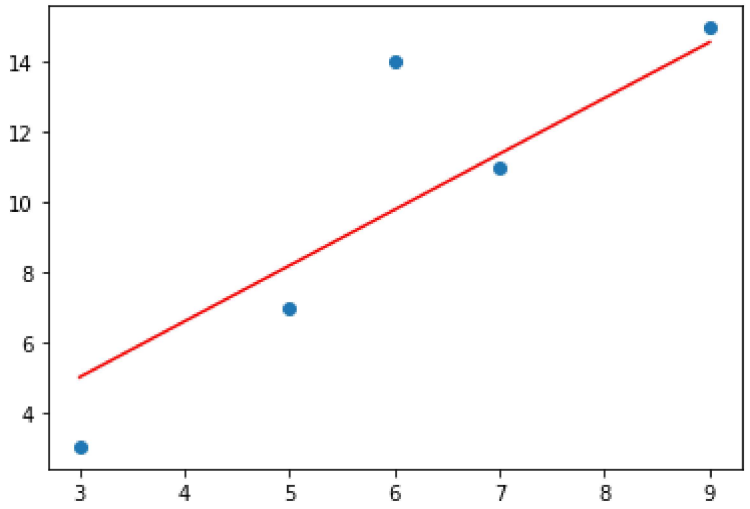
In [164]:
```
#Реализуем цикл градиентного спуска
class SimpleRegression(object):
    def __init__(self):
        self.a0 = 0
        self.a1 = 0
    def predict(self, x):
        return self.a0 + self.a1*x
    def MSE(self, x, Y):
        return ((Y - self.predict(x))**2).mean()
    def MAE(self, x, Y):
        return abs(Y - self.predict(x)).mean()
    def MAPE(self, x, Y):
        return abs((Y - self.predict(x))/Y).mean()
    def fit(self, x, Y, alpha = 0.001, epsylon = 0.01, max_steps = 5000):
        steps, errors = [], []
        step = 0
        for _ in range(max_steps):
            dT_a0 = -2*sum((Y -self.predict(x)))
            dT_a1 = -2*sum((Y -self.predict(x))*x)
            self.a0 -= alpha*dT_a0
            self.a1 -= alpha*dT_a1
            new_error = self.MSE(x, Y)
            step += 1
            steps.append(step)
            errors.append(new_error)
            if new_error < epsylon:
                break
        return steps, errors
```

In [165]:
```
#Запустим цикл градиентного спуска с заданной точностью 5
regr = SimpleRegression()
steps, errors = regr.fit(x, Y, alpha = 0.001, epsylon = 5)
```

In [166]:
```
#Выведем график  прогнозов и вычислим MSE
print(regr.predict(3))
print(regr.predict(5))
print(regr.predict(7))
print(regr.predict(6))
print(regr.predict(9))
print("MSE после градиентного спуска: ", regr.MSE(x, Y))
Y_pred = regr.predict(x_space)
fig = plt.figure()
ax = fig.add_axes([0.1, 0.1, 0.8, 0.8])
ax.scatter(x, Y)
ax.plot(x_space, Y_pred, 'r')
```

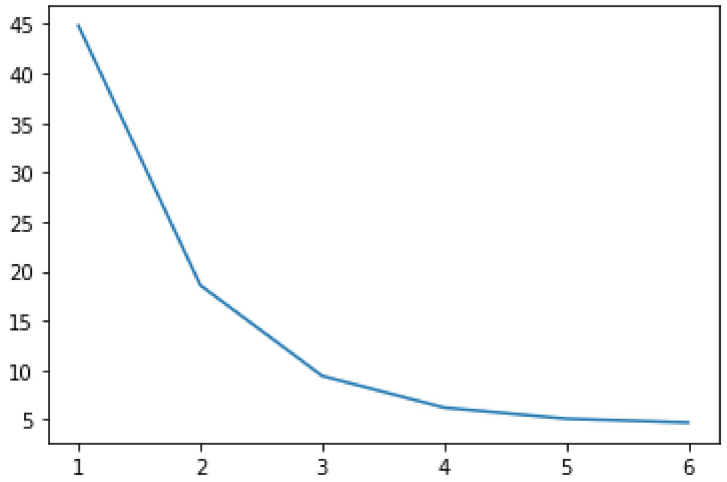
```
5.004697916218
8.190462542210001
11.376227168202002
9.783344855206002
14.561991794194002
MSE после градиентного спуска:  4.709918696051655
```

Out[166]:
```
[<matplotlib.lines.Line2D at 0x1a15ea0fa60>]
```



In [167]:
```
#Выведем график изменения MSE в процессе градиентного спуска
plt.figure()
plt.plot(steps, errors)
```

Out[167]:
```
[<matplotlib.lines.Line2D at 0x1a15fb8d490>]
```

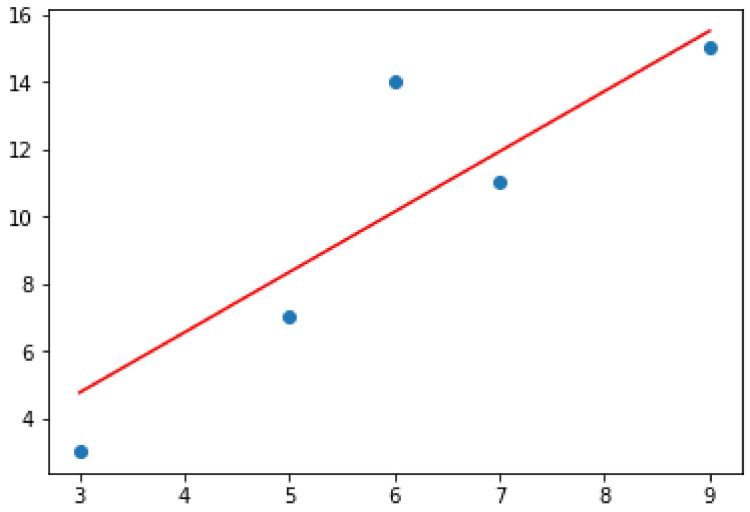


In [168]:
```
#Запустим цикл градиентного спуска с заданной точностью 0.05
regr = SimpleRegression()
steps, errors = regr.fit(x, Y, alpha = 0.001, epsylon = 0.05)
```

In [171]:
```
#Выведем график прогнозов и вычислим MSE
print("MSE после градиентного спуска: ", regr.MSE(x, Y))
Y_pred = regr.predict(x_space)
fig = plt.figure()
ax = fig.add_axes([0.1, 0.1, 0.8, 0.8])
ax.scatter(x, Y)
ax.plot(x_space, Y_pred, 'r')
```

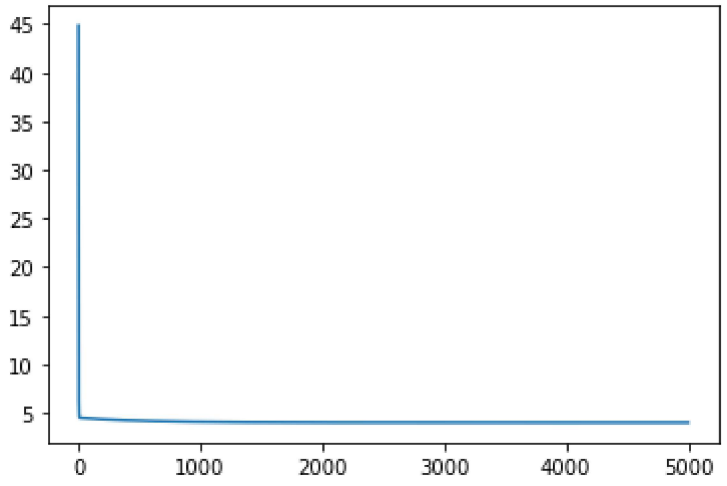
```
MSE после градиентного спуска:  4.1903709155046345
```

Out[171]:
```
[<matplotlib.lines.Line2D at 0x1a15fd0cf10>]
```



In [137]:
```
#Выведем график изменения MSE в процессе градиентного спуска
plt.figure()
plt.plot(steps, errors)
```

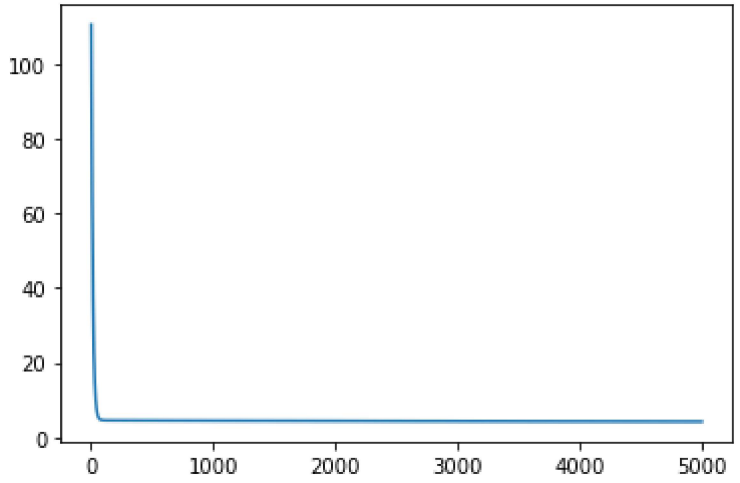
Out[137]: [<matplotlib.lines.Line2D at 0x1a15e406070>]



In [174]:
```
#Запустим цикл градиентного спуска с разными значениями скорости обучения alpha=0.0001, 0.01, 0.1, 1, 10, ...
#с различной допукстимой точностью epsylon = 0.001, 0.5, 5, с различным максимальным количеством шагов max_st
regr = SimpleRegression()
steps, errors = regr.fit(x, Y, alpha = 0.0001, epsylon = 0.01, max_steps = 5000)
print("MSE после градиентного спуска: ", regr.MSE(x, Y))
Y_pred = regr.predict(x_space)
plt.figure()
plt.plot(steps, errors)
```

```
MSE после градиентного спуска:  4.1903709155046345
```

Out[174]:
```
[<matplotlib.lines.Line2D at 0x1a15fe4fd90>]
```



Загрузите файл Гиперспектр кукурузы.csv (с помощью pd.read_csv).

1. Вычислите аналитическим путем оценки коэффициентов парной линейной регрессии и постройте ее график.
2. Найдите оценки параметров модели парной лиенйной регрессии с использованием метода градиентного спуска. Постройте график.
3. Оцените качество построенных моделей сравнив на графике обучающую выборку и прогнозы.

In [ ]:
```
gipers = pd.read_csv(r"Гиперспектр кукурузы.csv")
gipers.head()
#Y = gipers['Spectr']
#x = gipers['waveleng']
```

In [ ]:
```

```