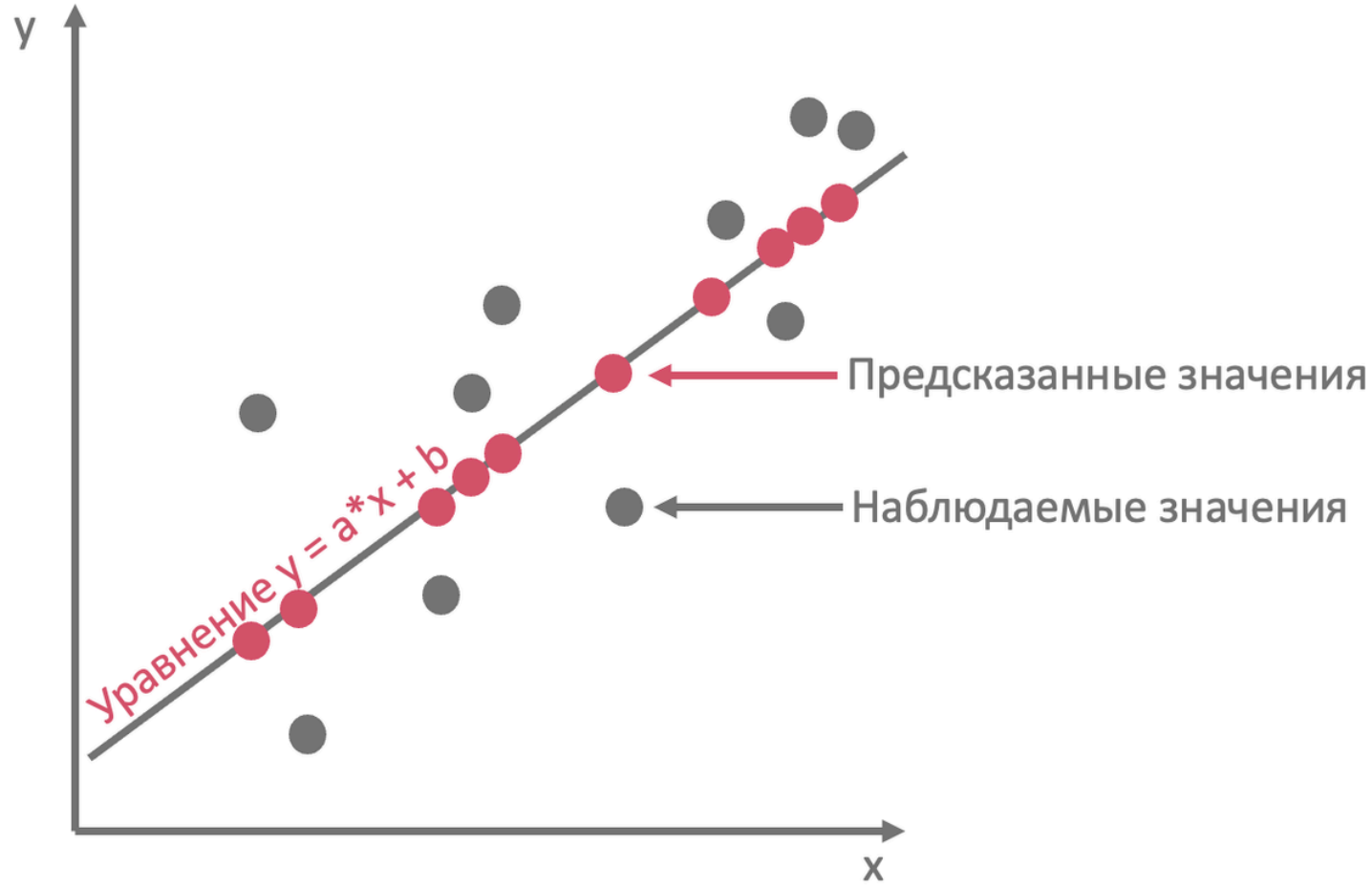
Регрессионный анализ данных: методы предпосылки, методы проведения, анализ результатов.

Регрессия — это статистический метод, который связывает зависимую переменную с одной или несколькими независимыми переменными (строит функцию $y = a1 \cdot x1 + a2 \cdot x2 + ... + an \cdot xn + b$, по которой можно предсказать значение зависимой переменной y по независимым переменным $x1, x2, ... xn$).



(https://postimg.cc/pmcVqJKk)

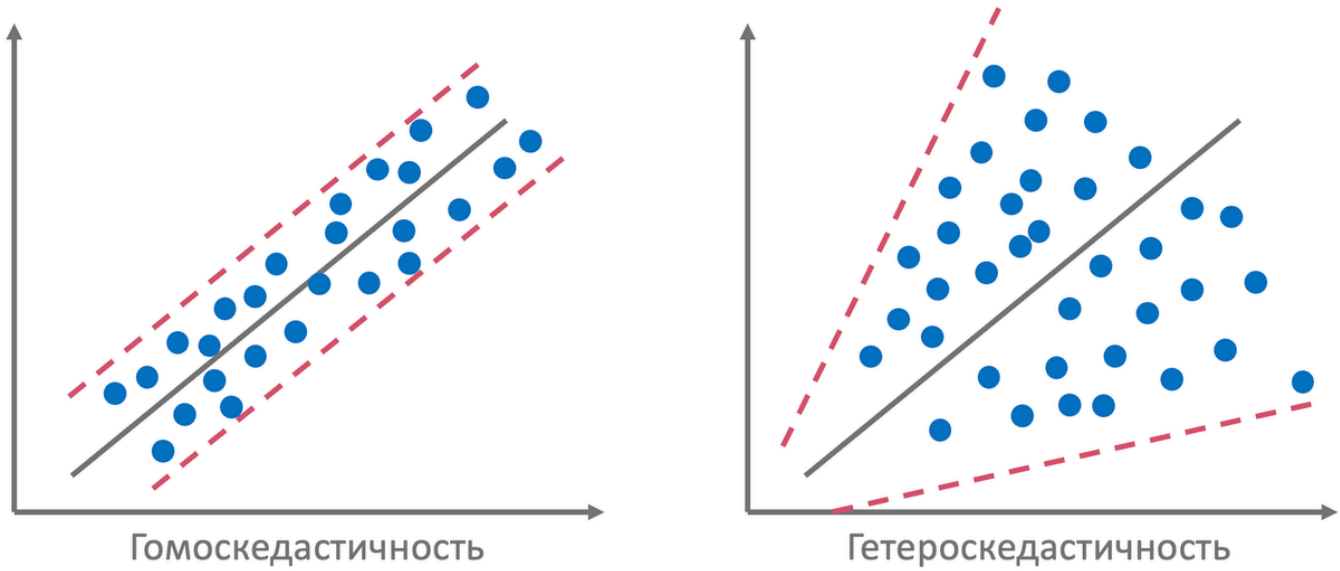
Основные типы регрессии:

1. Линейная регрессия - метод, связывающий зависимую переменную и независимую переменную линейной функцией. Также распространенным видом линейной регрессии является множественная регрессия, которая связывает зависимую переменную с несколькими независимыми переменными, в таком случае результат модели - линейная комбинация независимых переменных. Коэффициенты для данного метода регрессии подбираются методом наименьших квадратов.
2. Полиномиальная регрессия - метод, связывающий зависимую и независимые переменные полиномиальной функцией, например, $y = a1 \cdot x1 + (a2)^2 \cdot x2 + (a3)^4 \cdot x3 ... an \cdot xn + b$.
3. Логистическая регрессия — это тип регрессии, в которой мы оцениваем наличие связи между дихотомической зависимой переменной и одной или несколькими независимыми переменными

Предпосылки регрессии

Для корректной работы алгоритмов регресионных моделей необходимо следить не только за количеством наблюдений (минимум 30), отсутствием выбросов и качеством данных, но и соблюдать следующие предпосылки по теореме Гаусса-Маркова :

1. Модель линейна по параметрам и корректно специфицирована (означает, что выбрана правильная функциональная форма модели и в неё включены необходимые независимые переменные, и не включаются избыточные или нерелевантные переменные)
2. Независимые переменные являются детерминированными и линейно независимыми (независимые переменные не коррелируют и их количество не превосходит число наблюдений). Если независимые переменные коррелируют, то в данных присутсвует *мультиколлинеарность*
3. Математическое ожидание случайных ошибок равно нулю (в данном случае случайная ошибка - это различие между наблюдаемыми и предсказанными значениями. Равенство математического ожидания нулю означает независимость ошибок между собой)
4. Дисперсия случайной ошибки одинакова для всех наблюдений (данное условие означает, что дисперсия случайной ошибки в каждом наблюдении имеет только одно значение). Условие постоянства дисперсии случайной ошибки от номера наблюдения называется гомоскедастичностью, условие непостоянства дисперсии - гетероскедастичностью



(https://postimg.cc/5YctFLGH)

5. Случайные ошибки имеют нормальное распределение

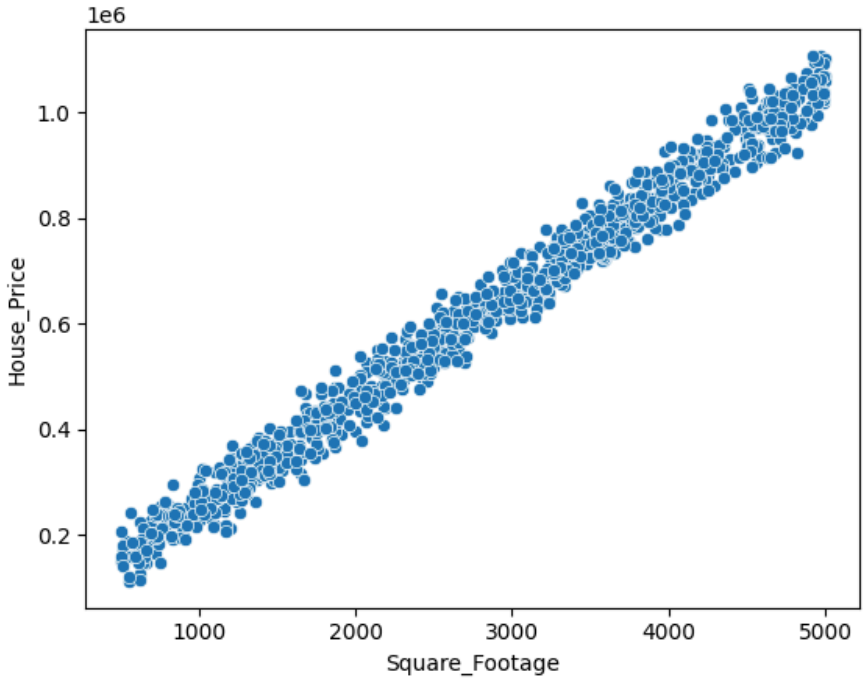
In [1]:
```
import pandas as pd # Импортируем библиотеки для работы с даннми
import matplotlib.pyplot as plt
%matplotlib inline
import seaborn as sns
df=pd.read_csv('house_price_regression_dataset.csv') # Загружаем датасет о стоимости недвижимости
# Подробное описание данных: https://www.kaggle.com/datasets/prokshitha/home-value-insights/data
df.head() # Проверяем загрузку датасета
```

Out[1]:

	Square_Footage	Num_Bedrooms	Num_Bathrooms	Year_Built	Lot_Size	Garage_Size	Neighborhood_Quality	House_Price
0	1360	2	1	1981	0.599637	0	5	2.623829e+05
1	4272	3	3	2016	4.753014	1	6	9.852609e+05
2	3592	1	2	2016	3.634823	0	9	7.779774e+05
3	966	1	2	1977	2.730667	1	8	2.296989e+05
4	4926	2	1	1993	4.699073	0	8	1.041741e+06

In [2]:
```
# Построим модель линейной регрессии, где y - стоимость дома, x - площадь
sns.scatterplot(df, x='Square_Footage', y='House_Price') # Выведем диаграмму рассеяния
```

Out[2]:
```
<Axes: xlabel='Square_Footage', ylabel='House_Price'>
```



In [3]:
```
from sklearn.linear_model import LinearRegression # Для построения линейной регресии используем мет
од LinearRegression
from sklearn import metrics # Импортируем метрики для оценки качества модели
import numpy as np # Импортируем библиотеку для работы с массивами

x, y = np.array(df['Square_Footage']).reshape(-1, 1), np.array(df['House_Price']).reshape(-1, 1) #
определяем независимую и зависимую переменные, метод reshape транспонирует массив
model = LinearRegression()  # Объявляем модель
model.fit(x, y)  # Обучаем модель
```

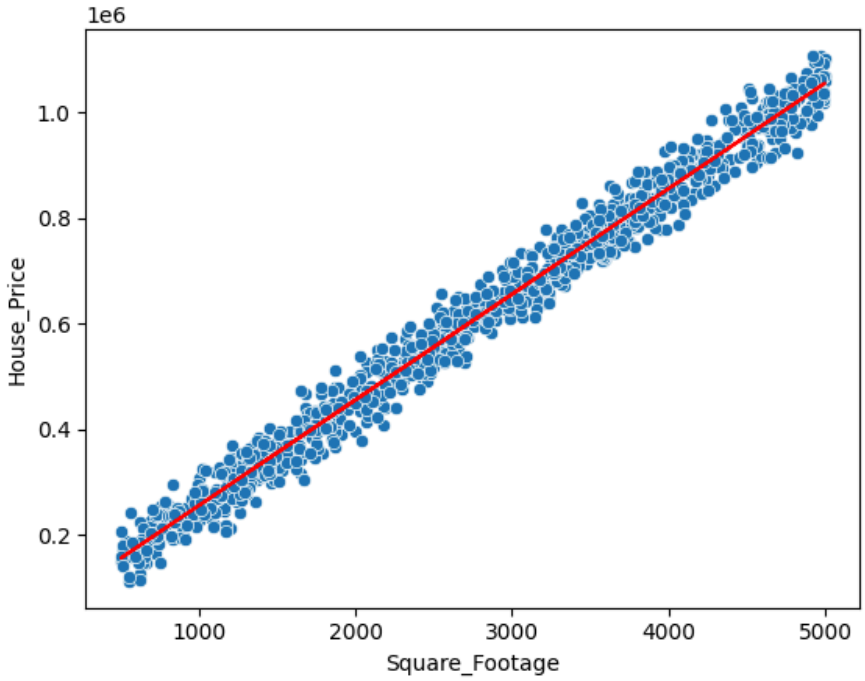
Out[3]:
```
LinearRegression
LinearRegression()
```
(https://scikit-learn.org/1.5/modules/generated/sklearn.linear_model.LinearRegression.html)

In [4]:
```
print('Коэффициент при x:', model.coef_,'Свободный коэффициент:', model.intercept_) # Выведем получ
енные коэффициенты
```

```
Коэффициент при x: [[200.19852991]] Свободный коэффициент: [55217.67316984]
```

In [5]:
```
sns.scatterplot(df, x='Square_Footage', y='House_Price') # Отобразим на графике полученную модель
plt.plot(x, [model.intercept_[0] + model.coef_[0] * l for l in x], color='r')
```

Out[5]:
```
[<matplotlib.lines.Line2D at 0x148dd79d0>]
```



In [6]:
```
model.predict(np.array([50, 100, 150, 100]).reshape(-1, 1)) # Также мы можем предсказать любые значения y по переменной x
```

Out[6]:
```
array([[65227.59966536],
       [75237.52616087],
       [85247.45265638],
       [75237.52616087]])
```

Качество линейной регрессионной модели оценивается по следующим параметрам:

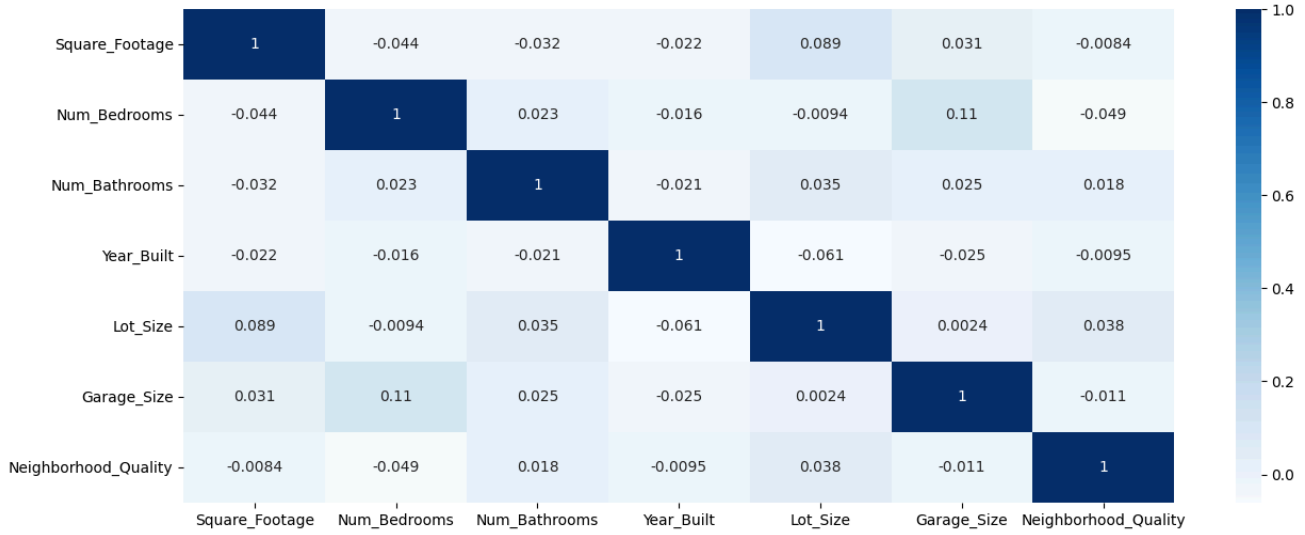
1. R-квадрат (коэффициент детерминации). Показывает долю дисперсии зависимой переменной, объясненой с помощью регресионной модели. Он изменяется от минус бесконечности до нуля: При R больше 0,8 говорят, что модель хорошо объясняет данные, при R больше 0,5 результат является удовлетворительным. Если значение R меньше 0,5 то модель плохая. Также есть скорректированнный коэффициент детерминации, который позволяет сравнивать модели с разным количеством переменных
2. MSE - среднеквадратичная ошибка
3. RMSE - корень из среднеквадратичной ошибки
4. MAE - средняя абсолютная ошибка
5. MAPE - средняя абсолютная процентная ошибка
   Пункты 2,3,4,5 - абсолютные ошибки, не позволяющие чётко оценить размеры ошибок, поэтому для оценки качества регресионной модели предпочтительнее использовать относительную метрику R-квадрат

In [7]:
```
# Рассчитаем метрики качества для моделей. Для этого нам необходимо предсказать все значения y по x для расчета ошибки (|y_настоящее - y_предсказанное|)
y_predict_values = model.predict(x) # Предсказываем значения
r_square = metrics.r2_score(y, y_predict_values) # Коэффициент детерминации
mse = metrics.mean_squared_error(y, y_predict_values) ** 0.5 #MSE
mae = metrics.mean_absolute_error(y, y_predict_values) # MAE
print( 'R-квадрат:', r_square, 'MSE:', mse,'MAE:', mae)
# Значение R-квадрат = 0.88 говорит о хорошем качестве модели
```

```
R-квадрат: 0.9825992634150338 MSE: 33431.903580428225 MAE: 26996.72051668837
```

In [8]:
```
# Построим модель множественной линейной регресии. Для этого необходимо убедиться в отсутствии муль
тиколлинеарности у переменных x1, x2 ... xn
# Для определения можно отобразить матрицу корреляции или расчитывать метрику VIF
plt.figure(figsize=(15, 6))
sns.heatmap(df[[ 'Square_Footage', 'Num_Bedrooms', 'Num_Bathrooms', 'Year_Built',  'Lot_Size', 'Gar
age_Size', 'Neighborhood_Quality']].corr(), annot=True, cmap="Blues")
# По графику убеждаемся в отсутствии мультиколлинеарности
```

Out[8]:
```
<Axes: >
```



In [9]:
```
# Процесс аналогичен построению обычной линейной регрессии, но теперь в x набор данных из нескольки
x столбцов
x, y =  np.array(df[[ 'Square_Footage', 'Num_Bedrooms', 'Num_Bathrooms', 'Year_Built',  'Lot_Size',
'Garage_Size', 'Neighborhood_Quality']]), np.array(df['House_Price']).reshape(-1, 1)
model = LinearRegression()  # Объявляем модель
model.fit(x,y) # Обучаем модель
```

Out[9]:
```
▾  LinearRegression ⓘ ?
(https://scikit-
learn.org/1.5/modules/generated/sklearn.linear_model.LinearRegression.html)
LinearRegression()
```

In [10]:
```
model.coef_ # Выводим полученные коэффициенты
# Коэффициенты показывают силу и характер влияния независимых переменных на зависимую и характеризу
ют степень значимости отдельных переменных
```

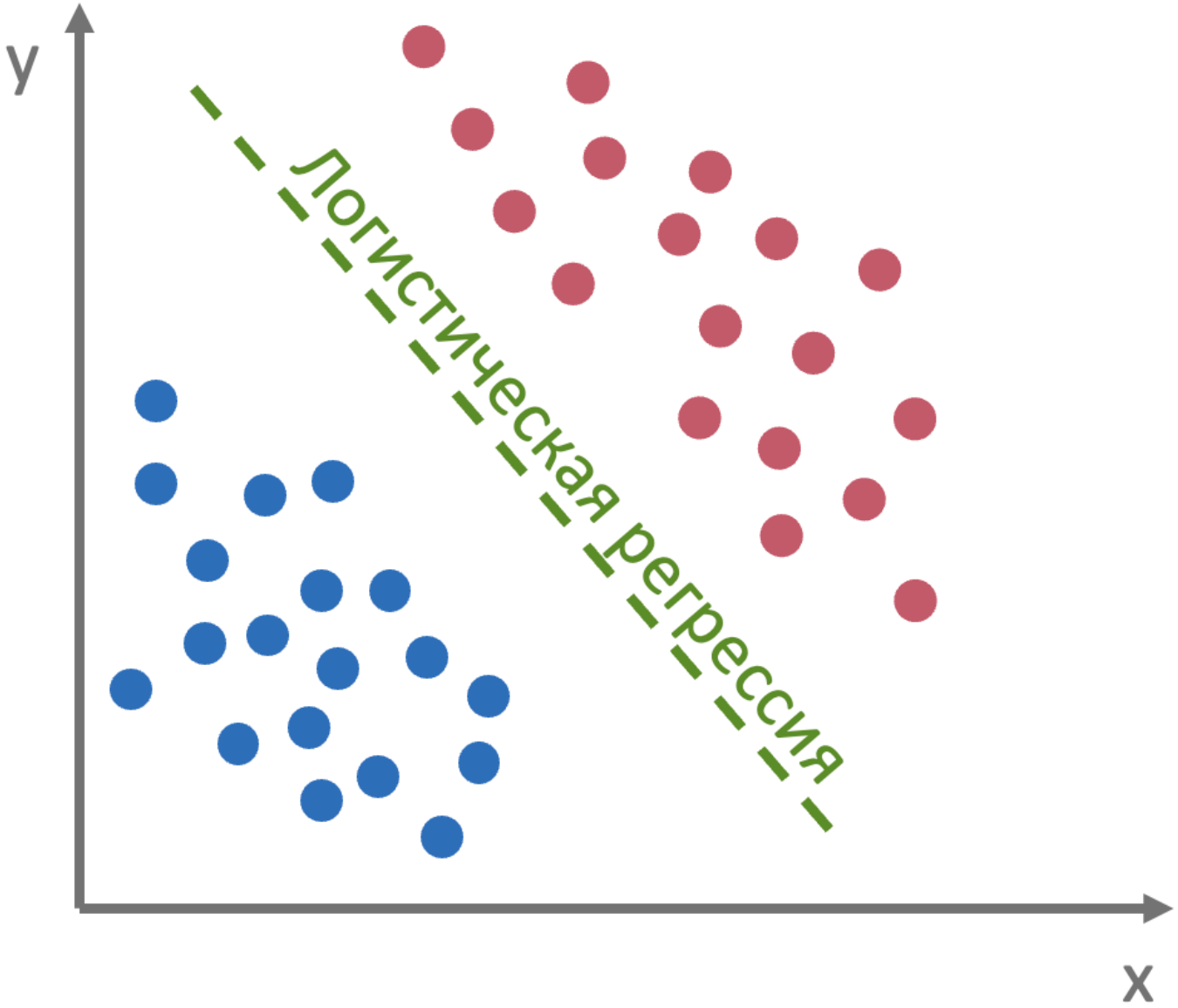
Out[10]:
```
array([[  199.75641134, 10170.95455485,  8244.53504682,   991.46815331,
        14919.32317901,  5158.06375911,    80.61739971]])
```

In [11]:
```
# Исследуем качество модели
y_predict_values = model.predict(x)
r_square = metrics.r2_score(y, y_predict_values)
mse = metrics.mean_squared_error(y, y_predict_values) ** 0.5
mae = metrics.mean_absolute_error(y, y_predict_values)
print( 'R-квадрат:', r_square, 'MSE:', mse,'MAE:', mae)
# R-квадрат близок к единице, следовательно модель хорошо описывает поведение y
```

```
R-квадрат: 0.9985171191457451 MSE: 9759.564042435331 MAE: 7740.4300892328665
```

Логистическая регрессия

Предсказывает переменную в интервале [0,1] при любых значениях независимых переменных (из-за логит преобразования) и рассчитывается значение вероятности (вероятность того что y = 1 при определённом значении x). Основная идея логистической регресии заключается не в описании данных при помощи модели, а их разделения.



(https://iimg.su/i/7y6fg)

In [12]:
```
# Для построения логистической регресии создадим дихотомическую переменную по стоимости жилья: 1- д
орогое жилье, 0 - не дорогое, разделение будем проводить при помощи медианы
df['Expensive'] = 0
df.loc[df['House_Price']>df['House_Price'].median(), "Expensive"] = 1
```

In [13]:
```
from sklearn.linear_model import LogisticRegression # Импортируем логистическую регрессию
x, y = np.array(df['Square_Footage']).reshape(-1, 1), np.array(df['Expensive']).reshape(-1, 1) # Оп
ределяем переменные
model = LogisticRegression() # Объявляем модель
model.fit(x, y) # Обучаем модель
```

```
/Library/Frameworks/Python.framework/Versions/3.11/lib/python3.11/site-packages/sklearn/utils/valid
ation.py:1339: DataConversionWarning: A column-vector y was passed when a 1d array was expected. Pl
ease change the shape of y to (n_samples, ), for example using ravel().
  y = column_or_1d(y, warn=True)
```

Out[13]:
```
LogisticRegression(https://scikit-learn.org/1.5/modules/generated/sklearn.linear_model.LogisticRegression.html)
LogisticRegression()
```

In [14]:
```
model.intercept_, model.coef_ # Выводим коэффициенты полученной модели
```

Out[14]:
```
(array([-28.8287026]), array([[0.01007734]]))
```

Качество логистической регрессии оценивается при помощи метрики accuracy, матрицы ошибок и визуализации

In [15]:
```
# Рассчитаем accuracy
y_predict_values = model.predict(x)
probs = model.predict_proba(x)
metrics.accuracy_score(y, y_predict_values)
```

Out[15]: 0.971

In [16]:
```
# Построим матрицу ошибок
pd.DataFrame(metrics.confusion_matrix(y, y_predict_values),
             columns = ['Forecast 0', 'Forecast 1'],
             index = ['Actual 0', 'Actual 1'])
# По матрице ошибок видим, что алгоритм ошибся 29 раз из 1000: 15 раз он посчитал, что наблюдение относится к классу 1, хотя на самом деле это был класс 0, и 14 раз, наоборот, неверно отнес класс 1 к классу 0.
```

Out[16]:

	Forecast 0	Forecast 1
Actual 0	485	15
Actual 1	14	486

Задание

Построить 3 модели множественной линейной регресии: по всем числовым признакам, с исключением самого незначительного фактора (самый минимальный коэффициент при переменной xi), с исключением 3-х незначительных факторов. Переменная У выбирается самостоятельно. Сравнить коэффициенты детерминации полученных моделей, сделать выводы о влиянии отдельных переменных на результат регрессии. Данные: https://www.kaggle.com/datasets/abrambeyer/openintro-possum (https://www.kaggle.com/datasets/abrambeyer/openintro-possum)