

# VI. Public-Key-Kryptographie

Ein bisschen zu den mathematischen Grundlagen findet sich im Kapitel ??.

## VI.1. Definition

**FIXME:** Definition

## VI.2. Sicherheitsbegriff: IND-CCA2-Sicherheit

**FIXME:** Definition

## VI.3. Beispiel: Elgamal

Seien  $G$  eine Gruppe mit Erzeuger  $g$ ,  $a$  zufällig.

- öffentlicher Schlüssel von Alice:  $g^a$
- geheimer Schlüssel von Alice:  $a$
- Verschlüsseln einer Nachricht  $m$ :
  - wähle  $b$  zufällig und berechne  $g^b$
  - verschicke  $(g^b, g^{ab} \oplus m)$ <sup>1</sup>
- Entschlüsseln eines Chiffrats  $c$ : mithilfe von  $a$

## VI.4. Beispiel: RSA

Sei  $N \in \mathbb{N}$  mit  $N = p \cdot q$  für  $p, q$  prim. Wähle ein zu  $\varphi(N) = (p-1)(q-1)$  teilerfremdes  $e$  mit  $1 < e < \varphi(N)$  und berechne  $d := e^{-1} \bmod \varphi(N)$ .

- öffentlicher Schlüssel:  $(e, N)$
- geheimer Schlüssel:  $(d, N)$
- Verschlüsseln einer Nachricht  $m$ :  $c = m^e \bmod N$
- Entschlüsseln eines Chiffrats  $c$ :  $m = c^d \bmod N$

### VI.4.1. Die RSA-Funktion

Die Funktion  $x \mapsto x^e \bmod N$  wird auch als RSA-Funktion bezeichnet. Sie ist eine Permutation auf  $(\mathbb{Z}/N\mathbb{Z})^\times$ .

---

<sup>1</sup>oder  $(g^b, g^{ab} \cdot m)$

### VI.4.2. Textbook-RSA

Das oben beschriebene Verfahren wird oft auch als Textbook-RSA bezeichnet. Es ist nicht sicher, da gleiche Klartexte immer auf gleiche Chiffre abgebildet werden.

#### Beispiel Auktionsangriff

**FIXME:** Bild Auktionsangriff, S. 20

### VI.4.3. RSA-ES-OAEP

Hier kommt bei der Berechnung des Chiffre eine Zufallszahl  $r$  ins Spiel:  $c = ((m+h(r))\| (h(m+h(r))+r))^e$ . Zur Entschlüsselung bilde zunächst  $c^d$ . Dann hashe den ersten Teil der Nachricht, um durch Addieren des Hashs zum zweiten Teil der Nachricht den Zufall zu bekommen. Nun kann die eigentliche Nachricht berechnet werden.

#### Sicherheit

RSA-ES-OAEP ist beweisbar sicher im Random Oracle Model: Ein Angreifer, der das IND-CCA2-Spiel gewinnt, kann benutzt werden, um die RSA-Funktion zu invertieren.