Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetuer id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congu non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasel lus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue.

Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetuer.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

2018 期末

1. 若 $\log_2 a + \log_{\frac{1}{2}} b = 2$，则有 ( )

   (A) $a = 2b$ (B) $b = 2a$ (C) $a = 4b$ (D) $b = 4a$

2. 已知直线 $x - y + m = 0$ 与圆 $O: x^2 + y^2 = 1$ 相交于 A, B 两点，且 $\triangle OAB$ 为正三角形，则实数 m 的值为 ( )

(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$或$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{6}}{2}$或$-\frac{\sqrt{6}}{2}$

3. 从编号分别为 $1, 2, 3, 4, 5, 6$ 的六个大小完全相同的小球中，随机取出三个小球，则恰有两个小球编号相邻的概率是 ( )

(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{4}{5}$

4. 在 $\triangle ABC$ 中，$AB = AC = 1$，D 是 AC 边的中点，则 $BD \cdot CD$ 的取值范围是 ( )

(A) $\left(-\frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right)$ (B) $\left(-\infty, \frac{1}{4}\right)$ (C) $\left(-\frac{3}{4}, +\infty\right)$ (D) $\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$

5. 已知 M 为曲线 $C: \begin{cases} x = 3 + \cos\theta, \\ y = \sin\theta \end{cases}$ $(\theta$为参数$)$ 上的动点，设 O 为原点，则 $|OM|$ 的最大值是 ( )

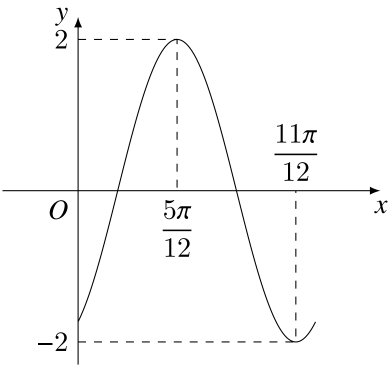
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

6. 设 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 是非零向量，且 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 不共线，则 “$|\boldsymbol{a}|=\left|\boldsymbol{b}\right|$” 是 “$\left|\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}\right|=\left|2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}\right|$” 的 ( )

(A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

7. 函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,\left|\varphi\right|<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示，则 ω,φ 的值分别是 ( )



(A) $2,-\dfrac{\pi}{3}$ (B) $2,-\dfrac{\pi}{6}$ (C) $4,-\dfrac{\pi}{6}$ (D) $4,\dfrac{\pi}{3}$

8. 以角 θ 的顶点为坐标原点，始边为 x 轴的非负半轴，建立平面直角坐标系，角 θ 终点过点 $P(2,4)$，则 $\tan\left(\theta+\dfrac{\pi}{4}\right)=$ ( )

(A) $-\dfrac{1}{3}$ (B) -3 (C) $\dfrac{1}{3}$ (D) 3

9. 实数 x,y 满足 $\begin{cases} x-1\geqslant 0, \\ x+y-1\geqslant 0, \\ x-y+1\geqslant 0. \end{cases}$ 则 $2x-y$ 的取值范围是 ( )

(A) $[0,2]$ (B) $(-\infty,0]$ (C) $[-1,2]$ (D) $[0,+\infty)$

10. 已知函数 $f(x)=\sin(x+\varphi)$ 的图象记为曲线 C，则 “$f(0)=f(\pi)$” 是 “曲线 C 关于直线 $x=\dfrac{\pi}{2}$ 对称” 的 ( )

(A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

11. “$m>10$” 是 “方程 $\dfrac{x^2}{m-10}+\dfrac{y^2}{m-8}=1$ 表示双曲线” 的 ( )

(A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

12. 已知点 F 为抛物线 $C: y^2=2px(p>0)$ 的焦点，点 K 为 F 关于原点的对称点，点 M 在抛物线 C 上，则下列说法错误的是 ( )

(A) 使得 $\triangle MFK$ 为等腰三角形的点 M 有且仅有 4 个

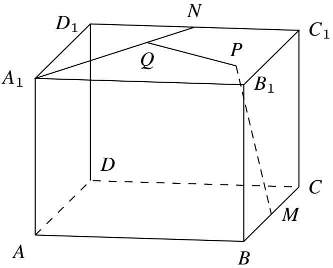
(B) 使得 $\triangle MFK$ 为直角三角形的点 M 有且仅有 4 个

(C) 使得 $\angle MKF=\dfrac{\pi}{4}$ 的点 M 有且仅有 4 个

(D) 使得 $\angle MKF=\dfrac{\pi}{6}$ 的点 M 有且仅有 4 个

13. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 $2, M, N$ 分别是棱 BC, C_1D_1 的中点，点 P 在平面 $A_1B_1C_1D_1$

内，点 Q 在线段 A_1N 上. 若 $PM=\sqrt{5}$，则 PQ 长度的最小值是　　(　　)



(A) $\sqrt{2}-1$　(B) $\sqrt{2}$　(C) $\dfrac{3\sqrt{5}}{5}-1$　(D) $\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

14. 现有 n 个小球，甲、乙两位同学轮流且不放回抓球，每次最少抓 1 个球，最多抓 3 个球，规定谁先抓到最后一个球谁赢. 如果甲先抓，那么以下推断正确的是　　(　　)

(A) 若 $n=4$，则甲有必赢的策略

(B) 若 $n=6$，则乙有必赢的策略

(C) 若 $n=9$，则甲有必赢的策略

(D) 若 $n=11$，则乙有必赢的策略

15. 已知 A,B 是函数 $y=2^x$ 的图象上的相异两点，若点 A,B 到直线 $y=\dfrac{1}{2}$ 的距离相等，则点 A,B 的横坐标之和的取值范围是 ( )

(A) $(-\infty,-1)$

(B) $(-\infty,-2)$

(C) $(-\infty,-3)$

(D) $(-\infty,-4)$

16. 函数 $f(x)=\begin{cases}2^x, & x\leqslant 0\\ x(2-x), & x>0\end{cases}$ 的最大值为______；若函数 $f(x)$ 的图象与直线 $y=k(x-1)$ 有且只有一个公共点，则实数 k 的取值范围是______.

17. 若 $a=\ln\dfrac{1}{2}$，$b=\left(\dfrac{1}{3}\right)^{0.8}$，$c=2^{\frac{1}{3}}$，则 a,b,c 的大小关系是______.

18. 设常数 $a \in \mathbf{R}$，若 $\left(x^2+\dfrac{a}{x}\right)^5$ 的二项展开式中 x^7 的系数为 -10，则 $a =$______.

19. 在 $\triangle ABC$ 中，H 为 BC 上异于 B, C 的任一点，M 为 AH 的中点，若 $AM = \lambda AB + \mu AC$，则 $\lambda + \mu =$______.

20. 若集合 $\{a, b, c, d\} = \{1, 2, 3, 4\}$，且下列四个关系：①$a = 1$　②$b \neq 1$　③$c = 2$,　④$d \neq 4$ 有且只有一个是正确的.

请写出满足上述条件的一个有序数组 (a, b, c, d)=___
符合条件的全部有序数组 (a, b, c, d) 的个数是_____

21. 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 $4\sqrt{2}$，点 M 是棱 BC 的中点，点 P 在底面 $ABCD$ 内，点 Q 在线段 A_1C_1 上，若 $PM = 1$，则 PQ 的长度的最小值为______.

22. 设抛物线 $C : y^2 = 4x$ 的顶点为 O，经过抛物线 C 的焦点且垂直于 x 轴的直线和抛物线 C 交于 A, B 两点，则 $|OA + OB|$=______.

23. 已知 $(5x-1)^n$ 展开式中，各项系数的和与各项二项式系数的和之比为 $64:1$，则 n=______.

24. 已知点 $M(x,y)$ 的坐标满足条件 $\begin{cases} x-1\leqslant 0, \\ x+y-1\geqslant 0, \\ x-y+1\geqslant 0. \end{cases}$ 设 O 为原点，则 $|OM|$ 的最小值是______.

25. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} x^2-2x-3, & x>a, \\ -x, & x\leqslant a. \end{cases}$ 当 $a=0$ 时，$f(x)$ 的值域为______；当 $f(x)$ 有两个不同的零点时，实数 a 的取值范围是______.

26. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} x^2+x, & -x\leqslant x\leqslant c, \\ \dfrac{1}{x}, & c<x\leqslant 3. \end{cases}$ 若 $c=0$，则 $f(x)$ 的值域是______；若 $f(x)$ 的值域是 $\left[-\dfrac{1}{4},2\right]$，则实数 c 的取值范围是______.

27. 对任意实数 k, 定义集合 $D_k=\left\{(x,y)\ \middle|\ \begin{cases}x-y+2\geqslant 0\\ x+y-2\leqslant 0\\ kx-y\leqslant 0\end{cases}\right\}$

①若集合 D_k 表示的平面区域是一个三角形，则实数 k 的取值范围是______;

②当 $k=0$ 时，若对任意的 $(x,y)\in D_0$，有 $y\geqslant a(x+3)-1$ 恒成立，且存在 $(x,y)\in D_0$，使得 $x-y\leqslant a$ 成立，则实数 a 的取值范围是______.

28. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $a_2 = 5, S_3 = a_7$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $b_n = 2^{a_n}$, 求数列 $\{a_n + b_n\}$ 的前 n 项和 S_n

29. 已知数列 $\{a_n\}$ 是公比为 $\dfrac{1}{3}$ 的等比数列，且 $a_2 + 6$ 是 a_1 和 a_3 的等差中项.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项积为 T_n，求 T_n 的最大值.

30. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，D 为边 BC 上一点，$AD = 6$，$BD = 3$，$DC = 2$.

(1) 若 $\angle ADB = \dfrac{\pi}{2}$，求 $\angle BAC$ 的大小；

(2) 若 $\angle ADB = \dfrac{2\pi}{3}$，求 $\triangle ABC$ 的面积.

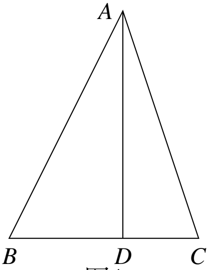


图1

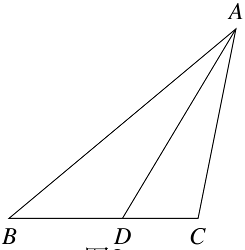


图2

31. 已知函数 $f(x)=\cos 2x\cdot\tan\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的定义域;

(2) 求函数 $f(x)$ 的值域.

32. 已知函数 $f(x)=2\sin^2 x-\cos\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$.

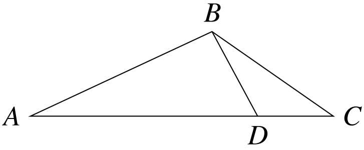
(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期;

(2) 求证：当 $x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$ 时，$f(x)\geqslant-\dfrac{1}{2}$.

33. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在 AC 边上，且 $AD=3DC$, $AB=\sqrt{7}$, $\angle ADB=\dfrac{\pi}{3}$, $\angle C=\dfrac{\pi}{6}$.

(1) 求 DC 的值;

(2) $\tan\angle ABC$ 的值.



34. 已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 过点 $A(2,0),B(0,1)$ 两点.

(1) 求椭圆 C 的方程及离心率;

(2) 设点 Q 在椭圆上，试问直线 $x+y-4=0$ 上是否存在点 P，使得四边形 $PAQB$ 是平行四边形？若存在，求出点 P 的坐标；若不存在，说明理由.

35. 已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 过点 $A(2,0)$，且离心率为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

(1) 求椭圆 C 的方程；

(2) 设直线 $y=kx+\sqrt{3}$ 与椭圆 C 交于 M,N 两点，若直线 $x=3$ 上存在点 P，使得四边形 $PAMN$ 是平行四边形，求 k 的值.

36. 已知椭圆 C： $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的离心率等于 $\dfrac{1}{2}$， $P(2,3),Q(2,-3)$ 是椭圆 C 上的两点.

(1) 求椭圆 C 的方程；

(2) A,B 是椭圆 C 上位于直线 PQ 两侧的动点，当 A,B 运动时，满足 $\angle APQ=\angle BPQ$，试问直线 AB 的斜率是否为定值？如果为定值，请求出此定值，如果不是定值，说明理由.

37. 已知椭圆 $C:\frac{x^2}{3m}+\frac{y^2}{m}=1$，直线 $l:x+y-2=0$ 与椭圆 C 相交于 P,Q 两点，与 x 轴交于点 B，点 P,Q 与点 B 不重合.

(1) 求椭圆 C 的离心率；

(2) 当 $S_{\triangle OPQ}=2$ 时，求椭圆 C 的方程；

(3) 过原点 O 作直线 l 的垂线,垂足为 N,若 $|PN|=\lambda\left|BQ\right|$，求 λ 的值.

38. 已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的左右焦点分别为 F_1，F_2，点 $B\left(0,\sqrt{3}\right)$ 在椭圆 C 上，$\triangle F_1BF_2$ 是等边三角形.

(1) 求椭圆 C 的标准方程；

(2) 点 A 在椭圆 C 上，线段 AF_1 与线段 BF_2 交于点 M，若 $\triangle MF_1F_2$ 与 $\triangle AF_1F_2$ 的面积之比为 $2:3$，求点 M 的坐标.

39. 已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的右焦点 $F(1,0)$ 与短轴两个端点的连线互相垂直.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 设点 Q 为椭圆 C 上一点，过原点 O 且垂直于 QF 的直线与直线 $y=2$ 交于点 P，求 $\triangle OPQ$ 面积 S 的最小值.

40. 已知函数 $f(x)=x^2\ln x-2x$.

(1) 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $\left(1,f(1)\right)$ 处的切线方程;

(2) 求证：存在唯一的 $x_0\in(1,2)$，使得曲线 $y=f(x)$ 在点 $\left(x_0,f(x_0)\right)$ 处的切线的斜率为 $f(2)-f(1)$;

(3) 比较 $f(1.01)$ 与 -2.01 的大小，并加以证明.

41. 已知函数 $f(x)=e^{ax}\cdot\sin x-1$，其中 $a>0$.

(1) 当 $a=1$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $\big(0,f(0)\big)$ 处的切线方程；

(2) 证明：$f(x)$ 在区间 $[0,\pi]$ 上恰有 2 个零点.

42. 已知函数 $f(x)=\dfrac{\ln(x-a)}{x}$.

(1) 若 $a=1$，确定函数 $f(x)$ 的零点；

(2) 若 $a=-1$，证明：函数 $f(x)$ 是 $(0,+\infty)$ 上的减函数；

(3) 若曲线 $y=f(x)$ 在点 $\big(1,f(1)\big)$ 处的切线与直线 $x-y=0$ 平行，求 a 的值.

43. 已知函数 $f(x)=(x-1)e^{x}+ax^{2}$.

(1) 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $\left(0,f(0)\right)$ 处的切线方程;

(2) 求证: “$a<0$” 是 “函数 $f(x)$ 有且仅有一个零点” 的充分不必要条件.