

2008 – 2009 学年度第一学期期中考试
高二数学试卷

注意事项：

1. 答卷前, 考生务必将姓名、班级等填写清楚, 解题时要认真审题, 规范作答.
2. 本试卷共 21 道试题, 满分 150 分, 考试时间 120 分钟.

一. 选择题: 本大题共 10 题, 满分 50 分. 请选择你认为最正确的答案 (每小题有且只有一个) 写在括号内. 每题填写正确得 5 分, 否则得 0 分.

1. 命题: “ \exists 数列 $\{a_n\}$ 既是等差数列又是等比数列” 是 ().
(A) 特称命题并且是真命题 (B) 全称命题并且是假命题
(C) 特称命题并且是假命题 (D) 全称命题并且是真命题
2. 椭圆 $2x^2 + 3y^2 = 12$ 的两焦点之间的距离为 ().
(A) $2\sqrt{10}$ (B) $\sqrt{10}$ (C) $2\sqrt{2}$ (D) $\sqrt{2}$
3. 设 p, q 是两个简单命题, 若 “ $\neg p$ 且 $\neg q$ ” 的是真命题, 则必有 ().
(A) p 真 q 真 (B) p 假 q 假 (C) p 真 q 假 (D) p 假 q 真
4. 如果方程 $x^2 + ky^2 = 2$ 表示焦点在 y 轴上的椭圆, 那么实数 k 的取值范围是 ().
(A) $(0, +\infty)$ (B) $(0, 2)$ (C) $(1, +\infty)$ (D) $(0, 1)$
5. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q = 2$, 前 n 项和为 S_n , 则 $\frac{S_4}{a_2} =$ ().
(A) 2 (B) 4 (C) $\frac{15}{2}$ (D) $\frac{17}{2}$
6. 记等差数列的前 n 项和为 S_n , 若 $S_2 = 4, S_4 = 20$, 则该数列的公差 $d =$ ().
(A) 2 (B) 3 (C) 6 (D) 7
7. 在三角形 ABC 中, $AB = 5, AC = 3, BC = 7$, 则 $\angle BAC$ 的大小为 ().
(A) $\frac{2\pi}{3}$ (B) $\frac{5\pi}{6}$ (C) $\frac{3\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{3}$
8. 若椭圆的短轴为 AB , 它的一个焦点为 F_1 , 则满足 $\triangle ABF_1$ 为等边三角形的椭圆的离心率是 ().
(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
9. 中心在原点, 焦点在 x 轴上, 焦距等于 6, 离心率等于 $\frac{3}{5}$, 则椭圆的方程是 ().
(A) $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$ (B) $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ (C) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ (D) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$
10. 若条件 $p: |x+1| \leq 4$, 条件 $q: x^2 < 5x-6$, 则 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的 ().
(A) 充分条件, 但不是必要条件 (B) 必要条件, 但不是充分条件
(C) 充要条件 (D) 既不是充分条件也不是必要条件

11. 给出下列四个命题:

① 若 $a_n = n$, 则数列 $\{a_n\}$ 为单调递增数列; ② 若 $a^2 > b^2$, 则 $|a| > b$;

③ 椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$; ④ 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\sin A = \sin B$, 则 $\angle A = \angle B$.

其中真命题有

().

(A) ②③④

(B) ①④

(C) ①②④

(D) ①③

12. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = a, a_2 = b, a_{n+2} = a_{n+1} - a_n (n \in \mathbb{N}^*)$. S_n 是 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 则 a_{2010} 等于().

(A) $a + b$

(B) $a - b$

(C) $-a + b$

(D) $-a - b$

二. 填空题: 本大题共 4 题, 满分 20 分. 请在横线上方填写最终的、最准确的、最完整的结果. 每题填写正确得 5 分, 否则一律得 0 分.

13. 不等式 $2^{x^2-5} \leq \frac{1}{2}$ 的解构成的集合为_____.

14. 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} x - y + 1 \geq 0 \\ x + y \geq 0 \\ x \leq 0, \end{cases}$, 若 $z = x + 2y$, 则 z 的范围是_____.

15. 在 $\triangle ABC$ 中, $B(-2, 0), C(2, 0), A(x, y)$ 给出 $\triangle ABC$ 满足的条件, 就能得到动点 A 的轨迹方程, 下面给出了一些条件及方程, 请你用线段把左边 $\triangle ABC$ 满足的条件及相应的右边 A 点的轨迹方程连起来 (错一条连线不得分).

16. 若椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (0 < b < 2)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 是短轴的一个端点, 则 $\triangle F_1BF_2$ 的面积的最大值是_____.

三. 简答题: 本大题共 6 题, 满分 80 分. 请在题后空处写出必要的推理计算过程.

17. 已知 $\{a_n\}$ 是一个等差数列, 且 $a_2 = 1, a_5 = -5$.

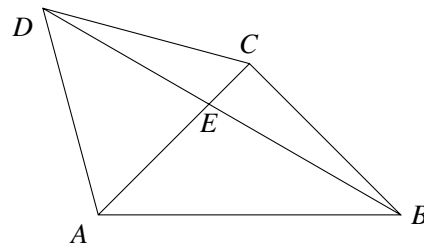
(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项 a_n ;

(2) 求 $\{a_n\}$ 前 n 项和 S_n 的最大值.

18. (12 分) 如图, $\triangle ACD$ 是等边三角形, $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $\angle ACB = 90^\circ$, 若 $AB = 2$.

(1) 求 $\cos \angle CBD$ 的值;

(2) 求 BD 的长.



19. 设 $x > 0, y > 0$, 且 $x + 4y = 1$, 求 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 的最小值并求出此时 x 和 y 的值.

20. (12 分) 若命题 $r(x) : \sin x + \cos x > m, s(x) : x^2 + mx + 1 > 0$, 如果对于 $\forall x \in \mathbb{R}$, 命题 $r(x)$ 和 $s(x)$ 均为真命题, 求实数 m 的取值范围.

21. (12 分) 设 F_1, F_2 为椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的两个焦点, P 为椭圆上的一点, 若 $\angle F_1 P F_2$ 为直角, 且 $|PF_1| > |PF_2|$, 求 $\frac{|PF_1|}{|PF_2|}$ 的值。