2012－2013 学年度期末考试

高二数学试卷

(本试卷满分 150 分, 考试时间 120 分钟)

一. 选择题：本大题共 10 题，满分 50 分. 请选择你认为最正确的答案（每小题有且只有一个）写在括号内. 每题填写正确得 5 分，否则得 0 分.

1. 已知命题 $p:\exists x\in \mathrm{R}$, 使 $\sin x=\dfrac{5}{2}$; 命题 $q:\forall x\in \mathrm{R}$, 都有 $x^2+x+1>0$ 下列结论中正确的是(　　).

   (A) 命题是“$p\wedge q$”真命题　　(B) 命题是“$p\wedge\neg q$”真命题

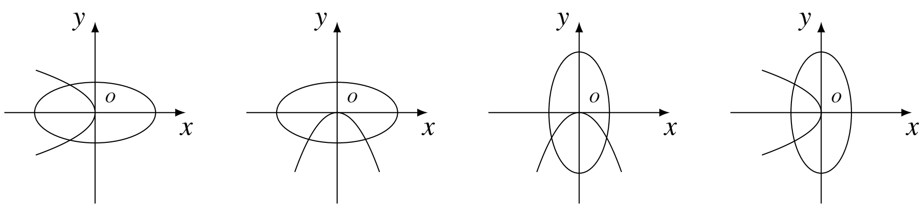
   (C) 命题是“$\neg p\wedge q$”真命题　　(D) 命题是“$\neg p\vee\neg q$”假命题

2. 在 $\triangle ABC$ 中,“$A>B$”是“$\sin A>\sin B$”的　　(　　).

   (A) 充要条件　　(B) 必要不充分条件

   (C) 充分不必要条件　　(D) 既不充分也不必要条件

3. 在同一坐标系中，方程 $a^2x^2+b^2y^2=1$ 与 $ax+by^2=0(a>b>0)$ 的曲线大致是　　(　　).



(A)　　(B)　　(C)　　(D)

4. 已知变量 x,y 满足条件 $\begin{cases}x\geqslant 1\\ y\leqslant 2\\ x-y\leqslant 0\end{cases}$ ，则目标函数 $z=2x+y$ 的最小值是　　(　　).

   (A) 2　　(B) 3　　(C) 4　　(D) 6

5. 如果 $\log_3 m+\log_3 n=4$，则 $m+n$ 的值依次为　　(　　).

   (A) $4\sqrt{3}$　　(B) 4　　(C) 9　　(D) 18

6. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=-25, S_3=S_8$, 则前 n 项和 S_n 的最小值为　　(　　).

   (A) -74　　(B) -75　　(C) -76　　(D) -80

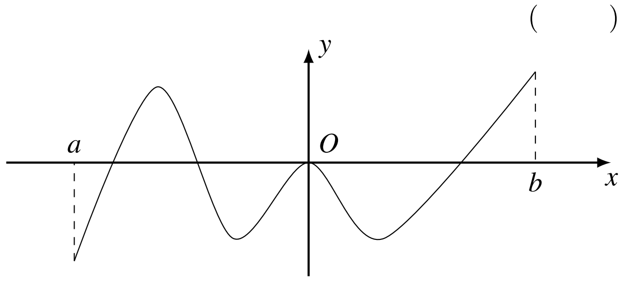
7. 函数 $f(x)$ 的定义域为 (a,b)，导函数 $f'(x)$ 在 (a,b) 内的图象如图所示，则函数 $f(x)$ 在 (a,b) 内的极大值点有　　(　　).

   (A) 1个

   (B) 2个

   (C) 3个

   (D) 4个



8. 直线 $y=kx+2$ 与抛物线 $y^2=8x$ 有且只有一个公共点，则 k 的值为 ( ).

(A) 1 (B) 1或3 (C) 0 (D) 1 辆0

9. 定义：数列 $\{a_n\}$ 前 n 项的积 $T_n=a_1\cdot a_2\cdot\cdots\cdot a_n$, 数列 $a_n=2^{9-n}$, 则下面等式中正确的是 ( ).

(A) $T_1=T_{19}$ (B) $T_3=T_{17}$ (C) $T_5=T_{12}$ (D) $T_8=T_{11}$

10. (非城区学生做) 已知双曲线的顶点与焦点分别是椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的焦点与顶点，若双曲线的离心率为 2 ，则椭圆离心率为 ( ).

(A) $\dfrac{1}{3}$ (B) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ (C) $\dfrac{1}{2}$ (D) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(城区学生做) 已知点 P 在曲线 C_1 $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$ 上，点 Q 在曲线 C_2 $(x-5)^2+y^2=1$ 上，点 R 在曲线 C_3 $(X+5)^2+y^2=1$ 上，则 $|PQ|-|PR|$ 的最大值是 ( ).

(A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12

请把选择题答案写在下表里：

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案										

二. 填空题：本大题共 4 题，满分 20 分. 请在横线上方填写最终的、最准确的、最完整的结果. 每题填写正确得 5 分，否则一律得 0 分.

11. 命题“存在一个无理数，它的平方是有理数”的否定是____________

12. 不等式 $\dfrac{x-1}{x}\geqslant 2$ 的解集为____________

13. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n=(a+1)n^2+a$, 某三角形之比为 $a_2:a_3:a_4$, 则该三角形最大内角为____________

14. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中，若 $a_3=\dfrac{3}{2},S_3=\dfrac{9}{2}$, 则公比 q 的值等于____________

15. (非城区学生做) 下列结论正确的是____________ 写出所有正确结论的序号)

①常数列既是等差数列，又是等比数列；

②若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n=n^2+n+1$, 则 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n=2n+1$;

③若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n=3^n-1$, 则 $\{a_n\}$, 则 $\{a_n\}$ 为等比数列；

④设 x_1,x_2 是关于 x 的方程 $|\log_a x|=k(a>0,a\neq 1)$ 的两根，则 $x_1x_2=1$ 。

(城区学生做) 数列 $\{a_n\}$ 中，如果对任意 $n\in\mathrm{N}^*$ 都有 $\dfrac{a_{n+2}-a_{n+1}}{a_{n+1}-a_n}=k(k\text{为常数})$ ，则称 $\{a_n\}$ 为等差比数列， k 称为公差比。现给出下列命题：

①等差比数列的公差比一定不为 0 ；

②等差数列一定是等差比数列；

③若 $a_n=-3^n+2$ ，则数列 a_n 是等差比数列；

④若等比数列是等差比数列，则其公比等于公差比。

其中正确的命题的序号为____________

三. 简答题：本大题共 6 题，满分 80 分. 请在题后空处写出必要的推理计算过程.

16.（12 分）已知 a,b,c 分别是 $\triangle ABC$ 的三个内角所对的边，若 $\triangle ABC$ 面积 $S_{\triangle ABC}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}, c=2, A=60^\circ$ ，求 a,b 的值。

17.（12 分）给定两个命题，P 对任意实数 x 都有 $ax^2+ax+1>0$ 恒成立；Q : 关于 x 的方程 $x^2-x+a=0$ 有实数根；如果 P 与 Q 中有且仅有一个为真命题，求实数 a 的取值范围。

18.（12 分）已知过抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点 F 的直线交抛物线于 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$ 两点。
求证： $x_1\cdot x_2$ 为定值。

19.（非城区学生做 13 分）已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足： $a_3=7,a_5+a_7=26,\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n 。

(1) 求 a_n 及 S_n ；

(2) 令 $b_n=\dfrac{1}{a_n^2-1}(n\in N^*)$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前项和 T_n 。

（城区学生做 13 分）已知数列 $\{a_n\}$ 满足条件： $a_1=t,a_{n+1}=2a_n+1$ 。

(1) 判断数列 $\{a_n+1\}$ 是否为等比数列；

(2) 若 $t=1$ ，令 $b_n=\dfrac{2^n}{a_n\cdot a_{n+1}}$ ，求数列 b_n 的前 n 项和 T_n 。

20.（13 分）已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3+\dfrac{1}{2}(b-1)x^2+cx$ （b,c 为常数）。

(1) 若 $f(x)$ 在 $x=1$ 和 $x=3$ 处取得极值，试求 b,c 的值；

(2) 若 $f(x)$ 在 $(-\infty,x_1),(x_2,+\infty)$ 上单调递增，且在 (x_1,x_2) 上单调递减，又满足 $x_2-x_1>1$ 。求证： $b^2>2(b+2c)$ ；

21.（非城区学生做 13 分）P 为椭圆 $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$ 上一点，F_1,F_2 为左右焦点，若 $\angle F_1PF_2=60^\circ$ 。

(1) 求 $\triangle F_1PF_2$ 的面积；

(2) 求点 P 的坐标。

（城区学生做 13 分）如图，椭圆 G 的中心在坐标原点，其中一个焦点为圆 $F: x^2+y^2-2x=0$ 的圆心，右顶点是圆 F 与 x 轴的一个交点。已知椭圆 G 与直线 $l: x-my-1=0$ 相交于 A,B 两点。

(1) 求椭圆的方程；

(2) 求 $\triangle OAB$ 面积的最大值。