

2013 - 2014 学年度第一学期期末考试

高三数学试卷

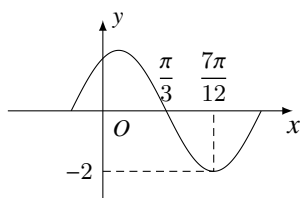
注意事项：

1. 答卷前，考生务必将姓名、班级等填写清楚，解题时要认真审题，规范作答.
2. 本试卷共 21 道试题，满分 150 分，考试时间 120 分钟.

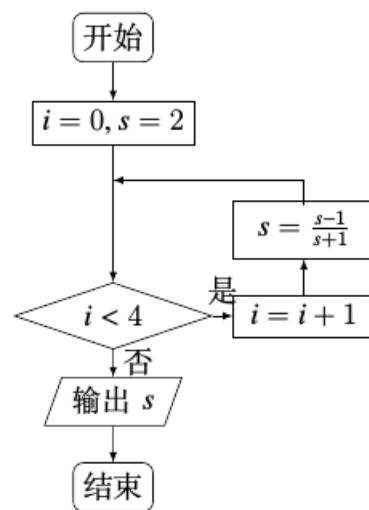
| 得分 | 评卷人 |
|----|-----|
| | |

一. 选择题：本大题共 10 题，满分 50 分. 请选择你认为最正确的答案（每小题有且只有一个）写在括号内. 每题填写正确得 5 分，否则得 0 分.

1. 已知集合 $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{x | -1 \leq x < 1\}$, 则 $A \cap B =$ ().
 (A) $\{0\}$ (B) $\{-1, 0\}$ (C) $\{0, 1\}$ (D) $\{-1, 0, 1\}$
2. 复数 $z = \frac{(1-i)^2}{1+i}$ (i 为虚数单位) 的虚部为 ().
 (A) 1 (B) 0 (C) ± 1 (D) -1
3. 已知椭圆 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{m} = 1$ 的一个焦点为 $F(3, 0)$, 则 $m =$ ().
 (A) 3 (B) 7 (C) 9 (D) 25
4. 下列函数中，既是奇函数又是定义域上的增函数的是 ().
 (A) $y = 2x + 1$ (B) $y = e^x - e^{-x}$ (C) $y = \frac{-2}{x}$ (D) $y = x\sqrt{x}$
5. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_3 = 18$, 则 a_2 ().
 (A) 7 (B) 5 (C) 6 (D) 4
6. 函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ (A, ω, φ 是常数, $A > 0, \omega > 0$) 的部分图象如图所示，则函数 $f(x)$ 的单调增区间可能为 ().
 (A) $\left[-\frac{5\pi}{12}, \frac{\pi}{12}\right]$ (B) $\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}\right]$
 (C) $\left[\frac{\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}\right]$ (D) $\left[-\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}\right]$



7. 执行如图所示的程序框图，输出的 s 值为 ().
 (A) -3 (B) $-\frac{1}{2}$
 (C) 2 (D) $\frac{1}{3}$



8. 下列有关命题的说法正确的是 ().

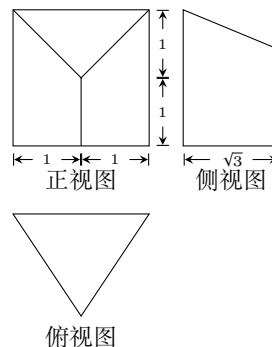
- (A) 命题 “若 $x = y$, 则 $\sin x = \sin y$ ” 的逆否命题为真命题
 (B) 函数 $f(x) = \tan x$ 的定义域为 $\{x | x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
 (C) 命题 “ $\exists x \in \mathbb{R}$ 使得 $x^2 + x + 1 < 0$ ” 的否定是: “ $\forall x \in \mathbb{R}$, 均有 $x^2 + x + 1 < 0$ ”.
 (D) “ $a = 2$ ” 是 “直线 $y = -ax + 2$ 与 $y = \frac{a}{x}x - 1$ 垂直” 的必要不充分条件.

9. 设函数 $y = x^3$ 与 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}$ 的图象的交点为 (x_0, y_0) ,
 则 x_0 所在的区间是 ().

- (A) (0, 1) (B) (1, 2)
 (C) (2, 3) (D) (3, 4)

10. 一个空间几何体的三视图如图, 则该几何体的体积为().

- (A) $2\sqrt{3}$ (B) $2\sqrt{5}$
 (C) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (D) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$



| 得分 | 评卷人 |
|----|-----|
| | |

二. 填空题: 本大题共 4 题, 满分 20 分. 请在横线上方填写最终的、最准确的、最完整的结果. 每题填写正确得 5 分, 否则一律得 0 分.

11. 已知向量 $\vec{a} = (3, 1)$, $\vec{b} = (1, 3)$, $\vec{c} = (k, 7)$, 若 $(\vec{a} - \vec{c}) \parallel \vec{b}$, 则 $k =$ _____ .

12. 等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q > 0$, 已知 $a_2 = 1, a_{n+2} + a_{n+1} = 6a_n$, 则 $\{a_n\}$ 的前 4 项和 S_4 _____ .

13. 设 $z = kx + y$, 其中实数 x, y 满足 $\begin{cases} x + y - 2 \geq 0, \\ x - 2y + 4 \geq 0, \\ 2x - y - 4 \leq 0, \end{cases}$ 若 z 的最大值为 12 , 则实数 $k =$ _____ .

14. 设 $f(x)$ 表示 $x + 2$ 与 $x^2 + 3x + 2$ 中的较大者, 则 $f(x)$ 的最小值为_____ .

15. 设 $a \in \mathbb{R}, f(x) = \cos(a \sin x - \cos x) + \sin^2 x$ 的定义域是 $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{11}{24}\pi\right]$, $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}$.

给出下列几个命题:

- ① $f(x)$ 在 $x = \frac{\pi}{4}$ 处取得最小值; ② $\left[\frac{5}{12}\pi, \frac{11}{24}\pi\right]$ 是 $f(x)$ 的一个单调递减区间;
 ③ $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位, 将得到函数 $y = 2 \sin 2x$ 的图象;
 ④使得 $f(x)$ 取得最大值的点仅有一个 $x = \frac{\pi}{3}$.

其中正确命题的序号是_____. (将你认为正确命题的序号都填上)

| 得分 | 评卷人 |
|----|-----|
| | |

三. 简答题: 本大题共 6 题, 满分 80 分. 请在题后空处写出必要的推理计算过程.

16. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $A = \frac{\pi}{2} + C, \sin(A + C) = \frac{3}{5}$.

(1) 求 $\cos C$ 的值;

(2) 若 $a + c = 3\sqrt{5}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

17. 有甲乙两个班级进行数学考试，按照大于等于分为优秀，分以下为非优秀统计成绩后，得到如下的列联表.

| | 优秀 | 非优秀 | 总计 |
|----|----|-----|-----|
| 甲班 | 10 | | |
| 乙班 | | 30 | |
| 合计 | | | 105 |

已知在全部 105 人中抽到随机抽取 1 人为优秀的概率为 $\frac{2}{7}$.

- (1) 请完成上面的列联表；
- (2) 根据列联表的数据，若按 95% 的可靠性要求，能否认为” 成绩与班级有关系”；
- (3) 若按下面的方法从甲班优秀的学生抽取一人：把甲班优秀的 10 名学生从 2 到 11 进行编号，先后两次抛掷一枚均匀的骰子，出现的点数之和为被抽取人的序号. 试求抽到 6 或 11 号的概率.

下面临界值表仅参考：

| $P(K^2 \geq k_0)$ | 0.15 | 0.10 | 0.05 | 0.025 | 0.010 | 0.005 | 0.001 |
|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| k_0 | 2.072 | 2.706 | 3.841 | 5.024 | 6.635 | 7.879 | 10.828 |

(参考公式： $K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)}$, 其中 $n = a + b + c + d$)

18. 已知数列 $\{a_n\}$ 是公差为 0 的等差数列, $a_1 = 2$ 且 $a_2, a_3, a_4 + 1$ 成等比数列.

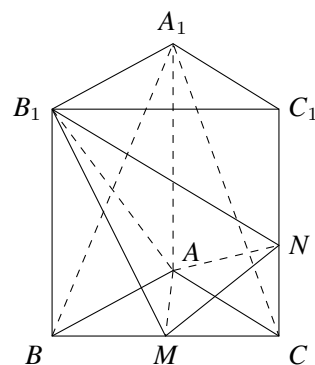
(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = \frac{2}{n \cdot (a_n + 2)}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

19. 如图, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AA_1 = 2, AB = AC = 1, \angle BAC = 90^\circ$, 点 M 是 BC 的中点, 点 N 在侧棱 CC_1 上.

(1) 求证: $A_1C \parallel$ 面 AB_1M ;

(2) 当线段 CN 的长度为多少时, $NM \perp AB_1$.



20. 已知 $E(2, 2)$ 是抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 上一点, 经过点 $(2, 0)$ 的直线 l 与抛物线 C 交于 A, B 两点 (不同于点 E), 直线 EA, EB 分别交直线 $x = -2$ 于点 M, N .

(1) 求抛物线方程及其焦点坐标;

(2) 已知 O 为原点, 求证: $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON} = 0$

21. 已知函数 $f(x) = x - a \ln x, g(x) = \frac{1+a}{x} (a \in \mathbb{R})$.
- (1) 当 $a = 1$ 时, 求曲线 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处的切线方程;
- (2) 设函数 $h(x) = f(x) - g(x)$, 求函数 $h(x)$ 的单调区间.