

2013 - 2014 学年度第一学期期中考试

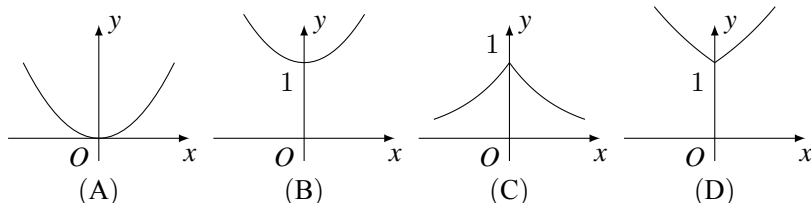
高一数学试卷

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将姓名、班级等填写清楚, 解题时要认真审题, 规范作答.
2. 本试卷共 21 道试题, 满分 150 分, 考试时间 120 分钟.

一. 选择题: 本大题共 4 题, 满分 16 分. 请选择你认为最正确的答案 (每小题有且只有一个) 写在括号内. 每题填写正确得 4 分, 否则得 0 分.

1. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$ 的定义域为 M , $g(x) = \ln(x+1)$ 的定义域为 N , 则 $M \cap N$ 等于 ().
 (A) $\{x | -1 < x < 1\}$ (B) $\{x | x < 1\}$ (C) $\{x | x > 1\}$ (D) \emptyset
2. 已知函数 $\begin{cases} \log_2 x, & x > 0 \\ 3^x, & x \leq 0 \end{cases}$, 则 $f[f(\frac{1}{4})]$ 的值是 ().
 (A) 9 (B) -9 (C) $\frac{1}{9}$ (D) $-\frac{1}{9}$
3. 已知 $f(\sqrt{2x-1}+1) = x$, 则 ().
 (A) $f(x) = x$ (B) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + 1$
 (C) $f(x) = x(x \geq 1)$ (D) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + 1(x \geq 1)$
4. 下列各不等式中正确的是 ().
 (A) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}} < \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{2}{3}} < \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$ (B) $\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{2}{3}} < \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}} < \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$
 (C) $\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{2}{3}} < \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} < \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$ (D) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} < \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}} < \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{2}{3}}$
5. 已知 $\begin{cases} 1(x \geq 0) \\ 0(x < 0) \end{cases}$, 则不等式 $xf(x) + x \leq 2$ 的解集为 ().
 (A) $(-\infty, 1]$ (B) $[0, 2]$ (C) $(-\infty, 2]$ (D) $[0, 1]$
6. 函数 $f(x) = \ln x - \frac{2}{x}$ 的零点所在的大致区间是 ().
 (A) (1, 2) (B) (2, 3) (C) $(\frac{1}{e}, 1)$ 和 (3, 4) (D) $(e, +\infty)$
7. 已知集合 $A = \{x | x < a\}$, $B = \{x | 1 < x < 2\}$, $A \cup (\complement_R B) = R$, 则实数 a 的取值范围是 ().
 (A) $a \geq 2$ (B) $a > 2$ (C) $a \leq 1$ (D) $a < 1$
8. 函数 $y = a^{|x|} (a > 1)$ 的图象是 ().



9. 已知函数 $f(x)$ 定义域为 R ，在 $(2010, +\infty)$ 上是减函数，且函数 $f(x+2010)$ 为偶函数，则下列式子正确的是 ().
- (A) $f(2008) > f(2009)$ (B) $f(2008) > f(2011)$
 (C) $f(2009) > f(2012)$ (D) $f(2009) > f(2011)$
10. 非空集合 G 关于运算 \odot 满足：①对任意 $a, b \in G$ ，都有 $a \odot b \in G$ ；②存在 $e \in G$ ，使得对一切 $a \in G$ ，都有 $a \odot e = e \odot a = a$ ，则称集合 G 关于运算 \odot 为“和谐集”. 现给出下列的集合和运算：
 ① $G = \{ \text{非负整数} \}$ ， \odot 为整数的加法； ② $G = \{ \text{偶数} \}$ ， \odot 为整数的乘法；
 ③ $G = \{ \text{二次三项式} \}$ ， \odot 为多项式的加法.
 其中 G 关于运算 \odot 为“和谐集”的是 ().
- (A) ① (B) ① ② (C) ③ (D) ① ② ③

二. 填空题：本大题共 14 题，满分 56 分. 请在横线上方填写最终的、最准确的、最完整的结果. 每题填写正确得 4 分，否则一律得 0 分.

11. 若函数 $f(x) = a^x (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$ 的反函数的图象过点 $(3, -1)$ ，则 $a =$ _____.
12. 已知 $f(x) = ax^{2013} + bx^{2011} + cx^{2009} + 5 (a, b, c \in R)$. 若 $f(\lg 2) = 10$ ，则 $f(\lg \frac{1}{2}) =$ _____.
13. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 2]$ ，则函数 $g(x) = \frac{f(2x)}{x-1}$ 的定义域为_____.
14. 已知函数 $f(x) = \frac{\sqrt[3]{8x-1}}{ax^2 + x - 3}$ 的定义域为 R ，则实数 a 的取值范围是_____.
15. 某企业年初有资金 100 万元，若该企业经过有效经营，能使每年资金平均增长 50%，但每年年底要扣除消费基金 x 万元，余下的投入再生产，为实现 3 年后资金达 290 万元（扣除消费基金后），则 $x =$ _____.

三. 简答题：本大题共 5 题，满分 78 分. 请在题后空处写出必要的推理计算过程.

16. (12 分) 已知 $x \in R$ ，集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 3x - 2m = 0\}$ ，若 $A \cap B = B$ ，求实数 a 的取值范围.
17. (12 分) 已知函数 $f(x) = 2x - \frac{a}{x} (a > 0)$.
- (1) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性，并证明你的结论；
 (2) 求证：函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数.

18. (12 分) 化简下列各式.

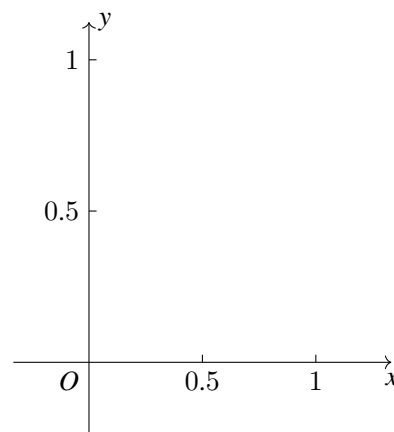
(1) $4^{\frac{1}{2}} + 2 \log_4 9 - \log_2 \frac{9}{8}$;

(2) $(2a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{2}})(-6a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{3}}) \div (-3a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{5}{6}})(a > 0, b > 0)$.

19. (13 分) 已知 $f(x) = \begin{cases} f_1(x), & x \in \left[0, \frac{1}{2}\right] \\ f_2(x), & x \in \left(\frac{1}{2}, 1\right] \end{cases}$, 其中 $f_1(x) = -2x^2 + 2x + \frac{1}{2}$, $f_2(x) = -2x + 2$.

(1) 画出函数 $f(x)$ 的图象.

(2) 若 $x_0 \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$, $x_1 = f(x_0)$, $x_0 = f(x_1)$, 求 x_0 的值.



20. (13 分) 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{-x+3}, & x < -1 \\ 2^{3x+1}, & -1 \leq x \leq 1 \\ 2^{x+3}, & x > 1 \end{cases}$

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若对任意 $x \in \mathbb{R}$ 不等式 $f(x) \geq 2^{2a} - 2^a - \frac{7}{4}$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

21. (13 分) 已知函数: $f(x) = \log_4(x+1) + \log_4(3-x)$, $g(x) = \log_4(ax^2 + 2x + 3)$.

(1) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 是否存在非零实数 a , 使 $g(x)$ 的最小值为 0? 若存在。求出 a 的值; 若不存在, 说明理由.