

Задачи сдаются очно, после 5 марта.
День будет назначен позже.

I. Введение в асимптотическую комбинаторику диаграмм и таблиц Юнга (максимум **20** баллов)

1. [5 баллов] Вычислить числа разбиений $p(n)$ для $n = 1..10$ с помощью
 - Производящей функции;
 - Рекуррентной формулы.
2. [5 баллов] Определить соответствия между следующими конструкциями:
 - Скобочными последовательностями и таблицами Юнга;
 - Скобочными последовательностями и бинарными деревьями;
 - Бинарными деревьями и триангуляциями многоугольника.
3. [10 баллов] Реализовать на C++ один из следующих алгоритмов:
 - Рекурсивный алгоритм вычисления числа разбиений с помощью рекуррентной формулы.
 - Алгоритм перебора всех триангуляций двумерного выпуклого многоугольника с n вершинами. Для проверки работы алгоритма сравнить количество сгенерированных триангуляций с числом Каталана $C(n)$.

Исходный код необходимо отправить на почту vduzhin@gmail.com

II. Соответствие Робинсона-Шенстеда-Кнута

(максимум **14** баллов)

1. [4 балла] С помощью прямого преобразования RSK сгенерировать таблицы P, Q по следующим перестановкам:

- 6, 7, 5, 4, 10, 1, 8, 9, 2, 3
- 4, 3, 7, 2, 10, 9, 8, 6, 1, 5

2. [5 баллов] С помощью обратного преобразования RSK восстановить исходные последовательности по следующим парам таблиц P, Q :

P					Q				
10					7				
8	9				3	9			
2	5				2	5			
1	3	4	6	7	1	4	6	8	10

7					9				
3	8				5	10			
2	6	9			2	6	7		
1	4	5	10		1	3	4	8	

3. [5 баллов] Выписать все простые подпоследовательности перестановки

13, 19, 9, 16, 14, 4, 17, 18, 11, 7, 8, 1, 2, 5, 15, 20, 12, 3, 10, 6

Привести пример возрастающей подпоследовательности максимальной длины.

III. Преобразование Шютценберже

(максимум **16** баллов)

- [3 балла] Нарисовать нервы на приведенных ниже таблицах. Применить к данным таблицам преобразование Шютценберже.

19							
17							
10	12						
9	11	20					
3	8	16					
2	5	14					
1	4	6	7	13	15	18	

17							
10	20						
5	18						
4	16						
3	8	9	13	14	15		
1	2	6	7	11	12	19	

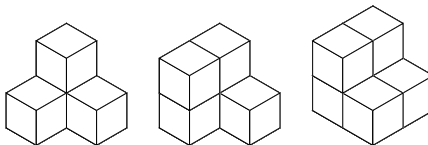
15							
14							
11							
9	20						
5	7	19					
2	4	8	13	17			
1	3	6	10	12	16	18	

- [5 баллов] Дважды применить инволюцию Шютценберже к следующим таблицам Юнга:

12							
11							
6	9						
3	4	10					
1	2	5	7	8	13	14	15

12	14				
10	13				
8	9	15			
5	6	11			
1	2	3	4	7	

- [8 баллов] Выписать все возможные трехмерные таблицы Юнга следующей формы:



С помощью трехмерного преобразования Шютценберже с сохранением формы определить, к каким циклам относятся данные таблицы.