Задание: ряд Фурье

По параметрам L, x_1, x_2, x_3, x_4, h , $(0 < x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < L)$ на отрезке $[-L, L]$ определяется непрерывная кусочно-линейная функция $f(x)$

1) $f(x) = 0,\ -L \leq x \leq x_1$
2) $f(x) = h,\ x_2 \leq x \leq x_3$
3) $f(x) = 0,\ x_4 \leq x \leq L$

Требуется:

1) вычислить коэффициенты Фурье для функции f
($a_0, a_1, b_1, \ldots, a_4, b_4$ – четыре знака после запятой)
2) нарисовать график функции f и функции
$S_4(x) = a_0/2 + \sum_{n=1}^{4}(a_n \cos(\frac{\pi n}{L}x) + b_n \cos(\frac{\pi n}{L}x)$
3) на основании вычисленных коэффициентов проверить равенство Парсеваля
4) аналогичную работу проделать для разложения функции f по синусам (т.е. заменить функцию f на $g(x) = f(x),\ 0 < x < L,\ g(x) = -g(-x),\ -L < x < 0)$

СПРАВОЧНИК

коэффициенты Фурье функции, заданной на отрезке $[-L, L]$ ($2L$-периодической) вычисляются по формулам:

$a_0 = \frac{1}{L}\int_{-L}^{L} f(x)dx$

$a_n = \frac{1}{L}\int_{-L}^{L} \cos(\frac{\pi n}{L}x)f(x)dx$

$b_n = \frac{1}{L}\int_{-L}^{L} \sin(\frac{\pi n}{L}x)f(x)dx$

для разложения функции по синусам $(a_n = 0)$ можно воспользоваться "сокращенными"формулами

$b_n = \frac{2}{L}\int_{0}^{L} \sin(\frac{\pi n}{L}x)f(x)dx$