Блок 1: Классическая вероятность

Задача №1: Из колоды в 52 карты вытащили 4 карты. Какова вероятность того, что среди них карты ровно двух наименований (например, 2 короля и 2 двойки, 3 туза и 1 валет)?
Задача №2: На книжной полке в случайном порядке расставлены 23 тома (5 томов Есенина, 8 томов Маршака и 10 томов Пушкина). Какова вероятность того, что все 10 томов Пушкина стоят вместе (порядок любой), а 5 томов Есенина расположены в убывающем порядке?
Задача №3: В мешке находятся 90 «бочонков» лото. Вытащили 10 из них. Какова вероятность того, что если их упорядочить по возрастанию, то они образуют убывающую арифметическую прогрессию?
Задача №4: Из карточек азбуки составлено высказывание (без пробелов)
ВНИМАНИЕ ТАКСИ СТАТИСТИКОВ НЕ ОБСЛУЖИВАЕТ
Из этих карточек случайно выбирают 12. Какова вероятность того, что из отобраных карточек можно составить слова СТАТИСТ, ТАНКИСТ, КОНКИСТА, НАСТАВНИК?
Задача №5: Кость со смещенным центром тяжести, а именно, шестерка выпадает в два раза чаще, чем любая другая грань, а оставшиеся грани равновероятны между собой, подбросили 15 раз. Какова вероятность того, что каждая грань выпадет хотя бы два раза?
Задача №6: В лотерее из 10000 билетов три билета выигрышные. Найти вероятность получения хотя бы одного выигрыша на 1000 билетов. Сколько надо приобрести билетов, чтобы вероятность получения хотя бы одного выигрыша была не менее 0.5?
Задача №7: Каждая из 5 палок разламывается на две части – длинную и короткую. Затем полученные обломки сваливают в одну кучу и случайно объединяют в пары. Какова вероятность того, что: все обломки объединены в первоначалом порядке, все длинные части соединены с короткими?
Задача №8: На скамейку случайным образом посадили 6 юношей и 9 девушек. Какова вероятность того, что между Иваном и Марией сидят 2 юноши и 2 девушки, если известно, что в группе два Ивана и одна Мария?
Задача №9: 5 банкнот по 100 рублей и 7 банкнот по 50 наудачу разложены по 3-м карманам. Найти вероятность того, что в каждом кармане будут банкноты двух достоинств.
Задача №10: Лотерея играется по следующему принципу: из емкости с шарами, которые пронумерованы числами от 1 до 30, последовательно выпадает 6 значений. Это является выйгрышной комбинацией. От игрока требуется предварительно ввести свою комбинацию из 6 чисел. Три игрока выбрали комбинации: $(1, 2, 3, 4, 5, 6)$, $(2, 3, 4, 5, 6, 7)$, $(3, 4, 5, 6, 7, 8)$. Какова вероятность того, что каждый из них угадал ровно 3 числа из 6 чисел выигрышной комбинации?
Задача №11: На карточках записаны числа от 3 до 86. Вытащили 12 из них. Какова вероятность того, что среди данных чисел будут представители каждой из 9 декад (т.е. 1–10, 11–20, ..., 81–90)?
Задача №12: Три стрелка A, B и C участвуют в «Мексиканской дуэли». Известно, что A – «Лучший стрелок на Диком Западе», т.е. никогда не промахнется, стрелок B был одним из лучших в молодости, но возраст и катаракта сказываются, поэтому он попадает с вероятностью 0.5. Стрелок C совершенно не умеет стрелять и попадает с вероятностью 0.2 (но, при всем при этом, славится своей хитростью и смекалкой). Было решено, что начинает дуэль именно стрелок C, вторым стреляет B, последним – A. Куда следует стрелять стрелку C, исходя из вероятности его выживания в этой дуэли?
Задача №13: Из 27 игральных костей случайным образом склеили куб. Найдите следующие вероятности.

- Вероятность того, что на одной из граней куба будут только шестерки.
- Вероятность того, что ни одна из граней куба не содержит шестерку.

Задача №14: В некоторой местности родители не хотят заводить мальчиков. Каждая семья рожает детей до тех пор, пока не появится мальчик. Предполагая, что мальчики и девочки

рождаются с одинаковой вероятностью, найдите ожидаемое число мальчиков и девочек в семье (например, для подсчета ожидаемого числа мальчиков, нужно просуммировать (вероятность конфигурации детей)*(число мальчиков в ней))
Задача №15: 8 детей играют в следующую игру: последовательно бросают игральную кость. Каждый игрок получает приз, только если он выбросил значение, которого никто другой не получил. (например, в последовательности 1,1,1,2,2,3,3,6, только последний игрок получит приз). Какова вероятность того, что никто приз не получит?
Задача №16: Игроки A и B бросают по две игральных кости каждый и записывают сумму значений на своих костях. Победителем признается тот игрок, чу которого сумма строго больше чем у другого. Какова вероятность того, что победит игрок A? (если суммы равны, то, естественно, игра продолжается)
Задача №17: Новогодняя гирлянда состоит из 20 лампочек и мигает по следующей схеме:

- В первую секунду все лампочки горят.
- Через секунду гаснет ровно половина.
- Еще через секунду меняет свое состояние каждая третья.
- И т.д.

Какова вероятность того, что случайно взятая лампочка будет гореть через 20 секунд?
Задача №18: В группе некоторого преподавателя имеется 30 студентов. Среди них пятеро студентов восстановились после отчисления. Преподаватель достаточно ленив и выдает номера ИДЗ с теми же фамилиями и заданиями, что и в прошлом году. Какова вероятность того, что трое из 5 указанных студентов получат свои же варианты?
Задача №19: Монету бросают 10 раз. Найдите вероятность того, что ни разу не выпадут два орла подряд.
Задача №20: На конференцию приехали 20 сотрудников некоторой интернациональной компании. Известно, что 10 из них знают некоторую коммерческую тайну, которой, при первой же возможности, неприминут (естественно, тет-а-тет) поделиться со своими коллегами. Во время перерыва сотрудники случайным образом рассаживаются за столики по 2 человека. Какова вероятность того, что после перерыва о ней будут знать уже 13 сотрудников? 14 сотрудников?

Блок 2: Условная вероятность, независимость событий.

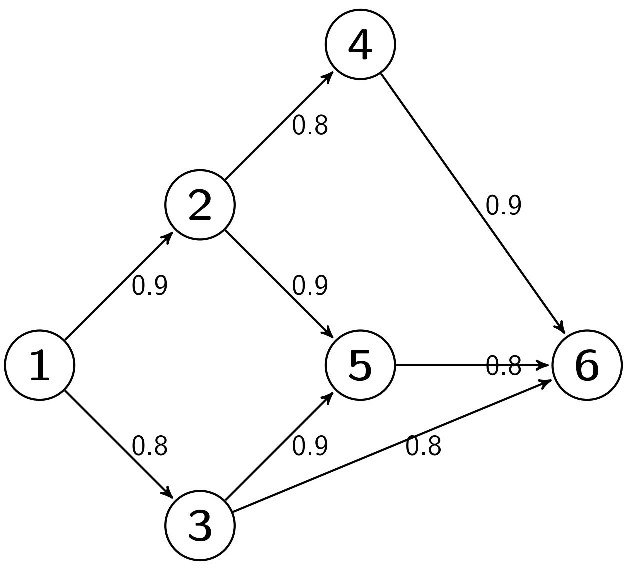
Задача №1: Симметричную монету бросили 5 раз. Рассмотрим события $A = \{$выпал хотя бы один орел$\}$ и $B = \{$выпала хотя бы одна решка$\}$. Найти условные вероятности $P(A|B)$ и $P(B|A)$. Будут ли они независимы?
Задача №2: Стрелок поражает мишень при каждом выстреле, независимо от предыдущих, с вероятностью 2/5. Произведено 10 выстрелов. Найти вероятность того, что стрелок попал не менее 2-х раз, если известно, что он поразил мишень хотя бы 1 раз.
Задача №3: Из урны, в которой содержатся 10 белых шаров и 7 черных, два игрока по очереди извлекают шары. Выигрывает тот, кто первым вынет шар своего цвета (считаем, что для первого игрока – белый, для второго – черный). Найти вероятность выйгрыша второго игрока, если шары извлекаются с возвращением.
Задача №4: Случайная точка (ξ, η) имеет равномерное распределение в квадрате $[-1, 1] \times [-1, 1]$. При каких значениях x события $A = \{|\xi - \eta| \geq x\}$ и $B = \{\xi + \eta \leq 3\}$ будут независимы?
Задача №5: На карточках написаны числа от 1 до 99. Вытащили случайно одну из карточек. Рассмотрим первые простые числа $p = 2, 3, 5, 7, 11$ и события $A_k = \{$число на карточке

делится на k-е простое число$\}$, $k = 1, \cdots, 5$. Будут ли эти события попарно независимыми? Будут ли тройки таких событий независимы в совокупности, попарно? (например, A_1, A_4, A_5)

Задача №6: Двум командам разработчиков O и N поручили работу над новым пакетом ПО. Для команды O (состоящий из опытных специалистов) вероятность справиться с задачей равна 2/3. Для команды N (по большей части не имеющей опыта в разработке крупных проекторов) она равна 1/3. Тем не менее, подобный заказ поступает этим командам не впервые и известно, что вероятность того, что проект будет выполнен какой-то из команд разработчиков равна 3/4. Исходя из того факта, что заказ оказался успешно выполнен только одной из команд, найдите вероятность того, что это была команда N.

Задача №7: Известно, что если в определенной области присутствует летательный аппарат (л.а., для краткости), то он будет замечен радаром с вероятностью 0.99. Если же в области нет л.а., то, тем не менее, радар может выдать ложный сигнал с вероятностью 0.05. Статистически известно, что вероятность того, что в области присутствует л.а. равна 0.01. Какова вероятность ложного срабатывания (радар сообщает о присутствии л.а., а его нет)? Какова вероятность того, что радар упустит л.а.?

Задача №8: На рисунке ниже представлена схема компьютерной сети и указаны вероятности успешной передачи пакета данных. Найти вероятность того, что пакет данных будет успешно передан от узла 1 к узлу 6. (Подсказка: вспомните вероятности разрыва соединения для параллельной и последовательной цепи)



Задача №9: Контроль качества продукции некоторого завода инспектирует партии по 100 товаров следующим образом. Случайно отбираются 4 единицы. Если среди них есть хотя бы одна бракованная, то вся партия признается негодной. Какова вероятность того, что партию забракуют, если известно, что в ней ровно 5 бракованных единиц.

Задача №10: На соревнование по программированию от Вуза отправлено 10 студентов 1-го курса и 5 со второго. До решения задач допускаются только группы по 3 человека. Было решено разделить делегацию на 5 групп случайным образом. Какова вероятность того, что в каждой группе присутствуют студенты 2-го курса?

Задача №11: Группа 7382 состоит из 17 студентов и славится своей низкой посещаемостью. Преподаватель решил не проводить для них занятие, если появятся меньше 5 человек. Предположим, что их посещаемость независимо друг от друга зависит от качества погоды. Так, вероятность, что студент посетит занятие в плохую погоду равна 0.4, а в хорошую – 0.7. Вероятность, что погода плохая будем считать равной 0.6. Какова вероятность того, что преподаватель не будет проводить пару?

Задача №12: Два футболиста делают по три независимых удара по воротам каждый. Определить вероятность того, что будет ничья, если вероятность попадания первого равна 0.6, а вероятность попадания второго – 0.8.

Задача №13: Два независимых эксперта проводят исследование некоторого процесса по 2-м независимым характеристикам. Вероятность ошибочной оценки каждой характеристики у каждого эксперта равна 0.2. Определить вероятность того, что хоть один из экспертов верно определит все характеристики процесса.

Задача №14: Студент пришел на экзамен, подготовив ответ на 20 экзаменационных вопросов из 30. Экзаменационный билет состоит из трех вопросов. Найдите вероятность того, что студент знает ответ на все три вопроса из билета.

Задача №15: В список вопросов на экзамене входят 30 вопросов по трем темам: 7 по 1-й, 11 по 2-й, 12 по 3-й. В билете присутсвуют три вопроса, по одному из каждой темы. Найдите минимальное число вопросов, на которые нужно знать ответ (и их число в каждой теме), которое гарантирует студенту вероятность успешного ответа на все 3 вопроса из билета не ниже, чем 2/3.

Задача №16: Рассмотрим следующее утверждение: «все коровы белые». Его отрицание – «если объект не белого цвета, то это не корова». Если нам попалась белая корова, то это, естественно, не противоречит утверждению. Далее предположим, например, что нам попалась черная ворона. Это также не противоречит основной гипотезе. Вопрос в том, как эти события влияют на правдоподобие гипотезы о том, что все коровы белого цвета. Рассмотрим следующую вероятностную модель и две конкурирующие гипотезы. Гипотеза H_w заключается в том, что все коровы белые, т.е. вероятность того, что случайная корова белая равна 1. Гипотеза H_b – белых коров 50% (соответсвующая вероятность – 1/2). Предположим, что все вороны, действительно, черные. Также считаем, что нам попадаются коровы с вероятностью 0.6, а вороны с 0.4, *независимо от того, какая из гипотез верна*. Рассмотрим события: A – наблюдаем черную ворону, B – наблюдаем белую корову. Сравнить $P(H_w|A)$ и $P(H_w|B)$ с априорной вероятностью $p = P(H_w)$ (т.е. понять, как эти события влияют на правдоподобие основной гипотезы)

Задача №17: Через канал связи передается сообщение, состоящее из нулей и единиц. Известно, что каждый символ равен 0 с вероятностью 0.4 и 1 – с вероятностью 0.6, независимо от остальных символов в сообщении. Канал связи допускает помехи. Известно, что вероятность исказить 0 равна 0.2, а 1 – 0.1. Какова вероятность того, что сообщение 00101 будет передано без искажений? Какова вероятность того, что сообщение из 3-х символов будет передано без помех, если известно, чт первый символ не исказился? Далее, в целях устранения дефекта связи, было принято решение передавать каждое слово по три раза, а при приеме выбирать между 0 и 1, исходя из того, какой символ встречался чаше (например, если из трех сообщений было 0,0,1 на i-й позиции, то выберут 0). Какова вероятность того, что принятое сообщение совпадет с отправленным, если в нем 10 символов?

Задача №18: При решении важных вопросов Григорий Александрович всегда полагался на бросок монеты. К сожалению, из всех монет у него осталась только «счастливая» (скажем, для нее вероятность выпадения орла – 0.75). Как с помощью данной монеты можно сделать равновероятный выбор?.

Задача №19: Цепь состоит из двух систем цепочек, связанных параллельно. Первая система состоит из трех одинаковых участков, соединенных последовательно. Каждый из участков состоит из двух цепочек по 10 звеньев каждая, соединенных параллельно. Вторая система представляет собой цепочку в 15 звеньев. Определить вероятность разрыва данной цепи, если вероятность разрыва каждого звена равна 0.05 и разрыв звеньев происходит независимо.

Задача №20: Решая вопрос о целесообразности инвестиций, руководитель компании обращается за советом к двум *независимым* экспертам. Если их мнение совпадает, то он делает соответствующий выбор, иначе – бросает монету. Известно, что вероятность дать правильный совет у них одинаковая, скажем, 0.8. Не будет ли выгоднее, отказаться от услуг одного из советников и полностью полагаться на мнение оставшегося?