**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Санкт-Петербургский государственный**

**электротехнический университет**

**«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)**

**Кафедра математического обеспечения и применения ЭВМ**

отчет

**по практической работе №1**

**по дисциплине «Вычислительная математика»**

Тема: Особенности машинной арифметики, точность вычислений на ЭВМ

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студент гр. 8383 |  | Ларин Антон |
| Преподаватель |  | Сучков А.И. |

Санкт-Петербург

20**19**

**Цель работы.**

Изучение особенностей вычислений с плавающей точкой в ЭВМ.

**Основные теоретические положения.**

РВ фундаменте математического анализа прочно утвердилась система действительных чисел. Однако, как бы она не упрощала анализ, практические вычисления вынуждены обходиться без нее.

Обычным способом аппроксимации системы действительных чисел в ЭВМ посредством конкретных математических представлений являются числа с плавающей точкой. Множество F чисел с плавающей точкой характеризуется четырьмя параметрами: основанием *b,* точностью *t* и интервалом показателей [*L**,**M*]. Каждое число с плавающей точкой, принадлежащее *F*, имеет значение

где целые числа d1,d2,…,dt удовлетворяют неравенствам 0⩽dj<b (j=1..t) и L⩽n⩽M. Если для каждого ненулевого x из F справедливо d1≠0, то система F называется нормализованной. Целое число n называется показателем, а число

– дробной частью. Обычно целое число bn хранится по той или иной схеме представления, принятой для целых чисел, например, величины со знаком, дополнения до единицы или дополнения до двух. Если принять −N⩽n<N, где N=2m−1 то переходим к общепринятой терминологии, при которой t – разрядность мантиссы, m – разрядность порядка.

Действительная машинная реализация представлений чисел с плавающей точкой может отличатся в деталях от рассматриваемой идеальной, однако различия несущественны, и на практике их почти всегда можно игнорировать, анализируя основные проблемы ошибок округления. Величина b1−t является оценкой относительной точности плавающей арифметики, которая характеризуется посредством машинного эпсилон, т.е. наименьшего числа с плавающей точкой ε, такого, что 1+ε>1. Точное значение машинного эпсилон зависит не только то указанных выше параметров, но и от принятого способа округления.

В вычислительных машинах используются различные системы чисел с плавающей точкой, причем в некоторых ЭВМ несколько систем. Так, для современных ПЭВМ характерно применение двух систем, которые называются обычной точностью и удвоенной точностью.

Рассматриваемое множество F не является континуумом или даже бесконечным множеством. Оно содержит ровно 2(b−1)bt(M−L+1)+1 чисел, которые расположены неравномерно (равномерность расположения имеет место лишь при фиксированном показателе). В силу того, что F – конечное множество, не представляется возможным сколь-нибудь детально отобразить континуум действительных чисел. Например, действительные числа модулей, большим максимального элемента из F, вообще не могут быть отображены, причем последнее справедливо также в отношении ненулевых действительных чисел, меньших по абсолютной величине по сравнению с наименьшим положительным числом из F, и, наконец, каждое число из F должно представлять целый интервал действительных чисел, для которой, как и для любой модели, присущи допущения и ограничения.

На множестве F определены арифметические операции в соответствии с тем, как они выполняются ЭВМ. Эти операции, в свою очередь моделируются в машине посредством приближений, называемых плавающими операциями. Для плавающих операций сложения, вычитания, умножения и деления существует возможность возникновения ошибок округления, переполнения и появления машинного нуля. Следует отметить, что операции плавающего сложения и умножения коммутативны, но не ассоциативны, и дистрибутивный закон для них также не выполняется. Невыполнение указанных алгебраических законов, имеющих фундаментальное значение для математического анализа, приводит к сложности анализа плавающих вычислений и возникающих при этом ошибок.

**Постановка задачи.**

Используя готовые программы, выполнить исследования машинной арифметики и точности вычислений на ПЭВМ. Программы для удобства пользователя объединены в одном исполняемом модуле LAB1.EXE.

1. Исследовать распределение нормализованных чисел с плавающей точкой на вещественной оси для различных значений параметров b, t, m (из-за ограниченности ресурсов ПЭВМ не рекомендуется задавать большие значения параметров: b=2, t⩽7, m⩽4).
2. Вычислить значения величины машинного эпсилон ε(c) для различных значений константы c, меняющихся от 0 до 215, построить график этой зависимости и объяснить полученные результаты.
3. Исследовать абсолютные и относительные ошибки округления при вычислениях с плавающей точкой сумм чисел (N чисел вида 1/N) при различных значениях шага суммирования. Объяснить полученные результаты.
4. Исследовать проявления ошибок округления, возникающих при вычислении показательной функции ex для чисел с плавающей точкой для двух вариантов алгоритма вычислений, а также скорость сходимости обоих вариантов.

**Выполнение работы.**

**1)**Исследовать распределение нормализованных чисел с плавающей точкой на вещественной оси для различных значений параметров b, t, m (из-за ограниченности ресурсов ПЭВМ не рекомендуется задавать большие значения параметров: b=2, t⩽7, m⩽4).

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Исходные данные | b = 2; t = 3; m = 3 | b = 2; t = 2; m = 2 | b = 2; t = 2; m = 1 |
| x[0]= | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| x[1]= | 0.003906 | 0.062500 | 0.250000 |
| x[2]= | 0.004883 | 0.93750 | 0.375000 |
| x[3]= | 0.005859 | 0.125000 | 0.500000 |
| x[4]= | 0.006836 | 0.187500 | 0.750000 |
| x[5]= | 0.007812 | 0.250000 | 1.000000 |
| x[6]= | 0.009766 | 0.375000 | 1.500000 |
| x[7]= | 0.011719 | 0.500000 |  |
| x[8]= | 0.013672 | 0.750000 |  |
| x[9]= | 0.015625 | 1.000000 |  |
| x[10]= | 0.019531 | 1.500000 |  |
| x[11]= | 0.023437 | 2.000000 |  |
| x[12]= | 0.027344 | 3.000000 |  |
| x[13]= | 0.031250 | 4.000000 |  |
| x[14]= | 0.039062 | 6.000000 |  |
| x[15]= | 0.046875 |  |  |
| x[16]= | 0.054687 |  |  |

**2)**Вычислить значения величины машинного эпсилон ε(c) для различных значений константы c, меняющихся от 0 до 215, построить график этой зависимости и объяснить полученные результаты.

|  |  |
| --- | --- |
| C | ε |
| 0.25 | 0.00000000000000005551 |
| 1 | 0.00000000000000022204 |
| 2 | 0.00000000000000044408 |
| 4 | 0.00000000000000088817 |
| 10 | 0.00000000000000177635 |

3)Исследовать абсолютные и относительные ошибки округления при вычислениях с плавающей точкой сумм чисел (N чисел вида 1/N) при различных значениях шага суммирования. Объяснить полученные результаты.

**Выводы.**

Оценивается степень соответствия полученных результатов расчетов и экспериментов с теоретическими данными.

Дается объяснение полученных в ходе работы зависимостей и результатов.

***Студенты имеют право оформлять отчет как в рукописном варианте, так и использовать для оформления и печати ЭВМ и МФУ.***

Приложение А

Название приложения

Полный код программы приводится только в приложении (один файл – одно приложение). Для кода: размер шрифта 12 кегль, межстрочный интервал 1,15, стиль шрифта Consolas (для языков C, C++, C#, R) или Courier New (для языков/пакетов Java, Python, GNU Octave, MATLAB, Sage).