**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Санкт-Петербургский государственный**

**электротехнический университет**

**«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)**

**Кафедра МО ЭВМ**

отчет

**по домашнему заданию №2**

**по дисциплине «Элементы функционального анализа»**

Тема: Мера Лебега

**12 вариант**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студент гр. 8383 |  | Ларин А. |
| Преподаватель |  | Коточигов А.М. |

Санкт-Петербург

2021

**Дано.**

кусочно-линейная неубывающая функция, заданная значениями на концах интервалов;

кусочно-постоянная неубывающая функция, заданная значениями на концах интервалов постоянства.

**Выполнение работы.**

Построим графики данных функций.

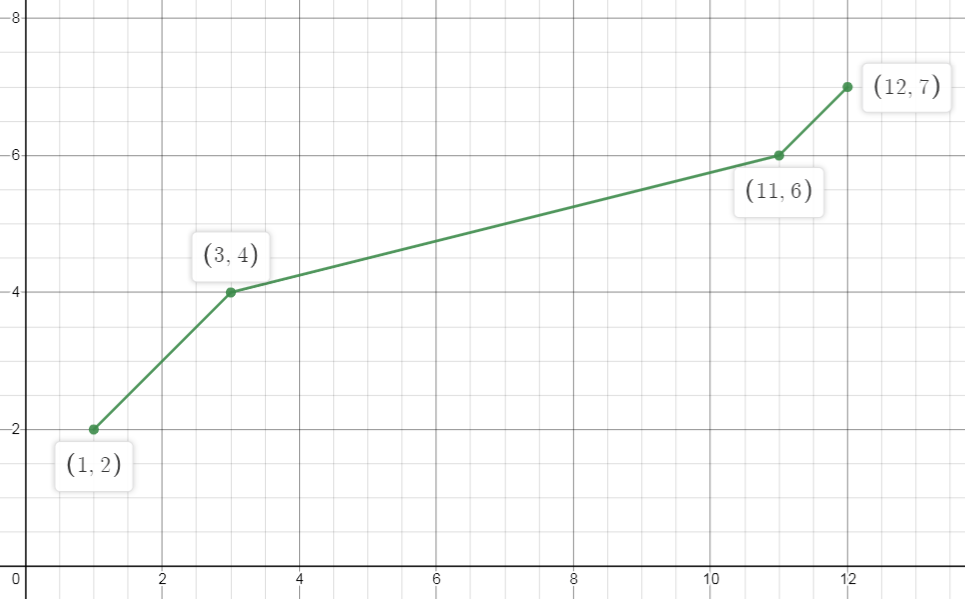


Рис. 1 - График функции



Рис. 2 - График функции

1. Обозначим через – меру Лебега, и через  – дельта меру – единичную нагрузку в точке :

(то есть точка попадает в множество)

(то есть точка не попадает в множество)

Подберем коэффициенты так, чтобы для любого измеримого множества

Функция имеет следующие точки разрыва: , к которым производится «стягивание» отрезков:

Таким образом, мера Лебега для функции :

= 3

любое измеримое множество.

1. Интеграл от функции

На интервалах, на которых функция постоянна, значение интеграла будет равно нулю т.к. мера равна нулю.

Рассмотрим множества в точках разрыва , где имеем меру, отличную от нуля.

1. Проведите аналогичное описание меры

На каждом из промежутков функция имеет вид .

*Коэффициенты - значение производной на промежутке:*

***4.***

Считаем на отрезках, где -линейна и . Разобъем интегралл на сумму интегралов.

.

.

.

**5.** Подберите постоянные такие, что

Из определений меры Лебега и меры, порожденной возрастающей функцией, легко увидеть, что для такого неравенства достаточно выбрать минимальный и максимальный из коэффициентов :

Тогда для

Для невозможно подобрать ограничение сверху.

**6**. Опишите все множества такие, что

на множествах, на которых нет разрыва функции :

**7.** Вычислите норму функции в пространстве

**8.** Вычислить интеграл от квадрата функции в пространстве