

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра математического обеспечения и применения ЭВМ

ОТЧЕТ
по лабораторной работе №1
по дисциплине «Цифровая обработка сигналов»
Тема: Дискретные сигналы

Студенты гр. 8383

Ларин А.

Бобенко Н. С.

Преподаватель

Середа А. И.

Санкт-Петербург

2021

Цель работы.

Изучить математическое описание дискретных сигналов и овладеть программными средствами их моделирования.

Основные теоретические положения.

В теории цифровой обработки сигналов (ЦОС) принято разделять операции дискретизации по времени и квантования по уровню. Полагая операцию квантования отсутствующей, изучают дискретные сигналы и линейные дискретные системы (ЛДС), а затем, отдельно, – эффекты нелинейной операции квантования.

Дискретным называют сигнал, дискретный по времени и непрерывный по состоянию (уровню), который описывается последовательностью чисел бесконечной разрядности $x(nT)$ или $x(n)$, называемой коротко последовательностью. Значения $nT, n \in \mathbb{Z}$, называют дискретным временем, где T – период дискретизации, а n – дискретным нормированным временем.

В теории ЦОС термины «дискретный сигнал» и «последовательность» употребляют в тождественном смысле.

Цифровым называют сигнал, дискретный по времени и квантованный по состоянию (уровню), который описывается последовательностью чисел конечной разрядности – квантованной последовательностью $\tilde{x}(nT)$ или $\tilde{x}(n)$. При компьютерном моделировании под дискретным сигналом условно понимают последовательность чисел максимально возможной разрядности, а под цифровым – последовательность чисел заданной разрядности.

Постановка задачи.

С помощью программных средств провести моделирование и анализ дискретных последовательностей. Результаты подкрепить соответствующими графиками и выводами.

Порядок выполнения работы.

1. Смоделировать единичный цифровой импульс $\delta_d(k)$ с выводом графиков на интервале дискретного времени $nT \in [0; (N-1)T]$ и дискретного нормированного времени $n \in [0; N-1]$. Пояснить взаимосвязь между дискретным и дискретным нормированным временем и различие между цифровым единичным импульсом и функцией Дирака.
2. Смоделировать дискретный единичный скачок $\sigma_d(k)$ с выводом графиков на интервале дискретного времени $nT \in [0; (N-1)T]$ и дискретного нормированного времени $n \in [0; N-1]$. Пояснить соответствие между дискретным единичным скачком и функцией Хэвисайда, а также чему равна частота дискретизации дискретного единичного скачка.
3. Смоделировать дискретную экспоненциальную функцию $s_1(k)$ с выводом графиков на интервале дискретного времени $nT \in [0; (N-1)T]$ и дискретного нормированного времени $n \in [0; N-1]$. Пояснить соответствие между дискретной и аналоговой экспонентами.
4. Смоделировать дискретный комплексный гармонический сигнал $s_2(k) = C \exp(j\hat{\omega}_0 k)$ с выводом графиков вещественной и мнимой частей на интервале времени $n \in [0; N-1]$. Записать данный сигнал в виде комбинации двух вещественных последовательностей.
5. Вывести графики последовательностей $\delta_d(k)$, $\sigma_d(k)$ и $s_1(k)$, задержанных на m отсчетов, на интервале времени $n \in [0; N-1]$. Записать формулы задержанных последовательностей.
6. Смоделировать дискретный прямоугольный импульс $s_3(k)$:
$$s_3(k) = \begin{cases} U, & n_0 \leq n \leq n_0 + n_{imp} + 1 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$
на основе дискретного единичного скачка с выводом графика на интервале времени $n \in [0; N-1]$. Пояснить как выполняется моделирование импульса.

7. Смоделировать линейную комбинацию дискретных гармонических сигналов $s_4(k)$:

$$s_4(k) = a_1 x_1(k) + a_2 x_2(k) + a_3 x_3(k),$$

где

$$x_i(k) = B_i \sin(\hat{\omega} i k)$$

с выводом графиков последовательностей $x_i(k)$ и $s_4(k)$ на интервале времени $n \in [0; 5N-1]$. Вычислить среднее значение, энергию и среднюю мощность последовательности $s_4(k)$. Пояснить, какие операции при моделировании линейной комбинации сигналов и как определяют указанные характеристики.

8. Смоделировать дискретную затухающую синусоиду $s_5(k) = |a|^k \cos(\hat{\omega}_0 k)$ и вывести график на интервале времени $n \in [0; N-1]$.

Пояснить операции при моделировании данного сигнала.

9. Вывести график пяти периодов периодической последовательности $s_6(k)$ дискретных прямоугольных импульсов амплитуды U и длительности n_{imp} с периодом, вдвое большим длительности импульса. Пояснить операции при моделировании периодической последовательности.

10. Сделать выводы.

Выполнение работы.

1. Моделирование единичного цифрового импульса $\delta_d(k)$.

Графики для интервала дискретного времени $nT \in [0; (N-1)T]$ и дискретного нормированного времени $n \in [0; N-1]$ представлены на рисунках 1.1, 1.2.

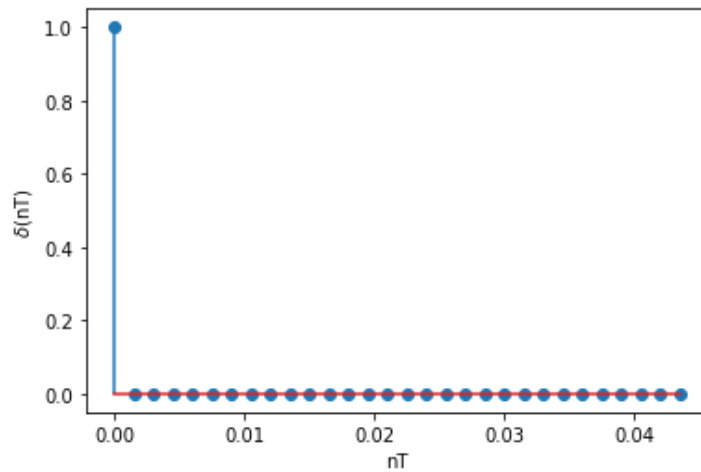


Рисунок 1.1 – Единичный цифровой импульс $\delta_d(nT)$

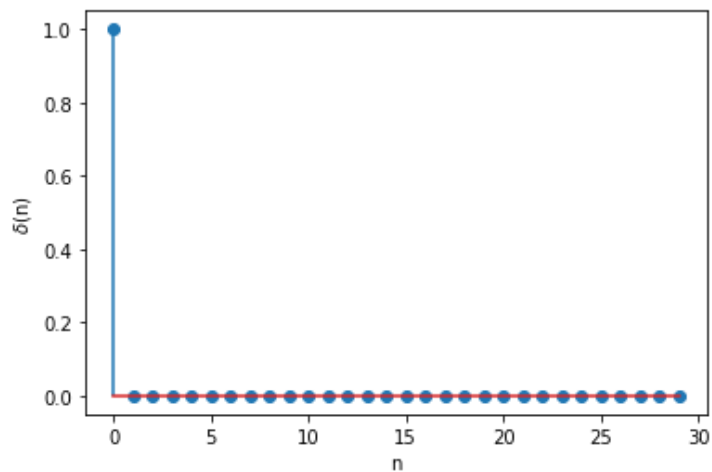


Рисунок 1.2 – Единичный цифровой импульс $\delta_d(n)$

Дискретное нормированное время полагает частоту дискретизации равной 1. В дискретном времени частота дискретизации равна T

Цифровой единичный импульс имеет амплитуда равной 1 и период 0. У функции дирака произведение периода на амплитуду равна 1, период стремится к 0, а амплитуда к бесконечности.

2. Моделирование дискретного единичного скачка $\sigma_d(k) = \{1, k \geq 0; 0, k < 0\}$.

Графики дискретного единичного скачка для дискретного времени $nT \in [0; (N-1)T]$ и дискретного нормированного времени $n \in [0; N-1]$ приведены на рис. 2.1, 2.2 соответственно.

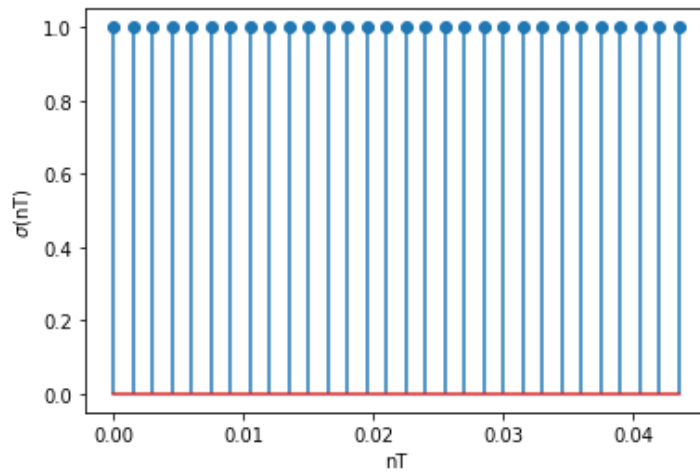


Рисунок 2.1 – Дискретный единичный скачок $\delta_d(nT)$

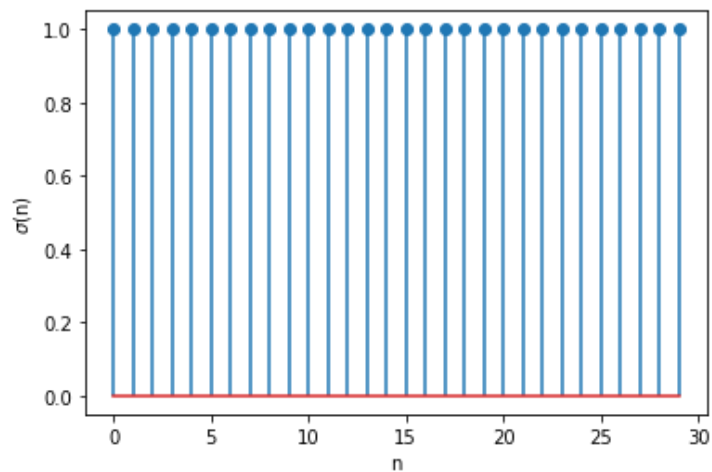


Рисунок 2.2 – Дискретный единичный скачок $\delta_d(n)$

Дискретный единичный скачок $\delta_d(n)$ можно определить как интеграл от $-\infty$ до n функции Хевисайда. Частота дискретизации дискретного единичного скачка равна частоте дискретизации времени

3. Моделирование дискретной экспоненциальной функции $s_1(k)$.

Графики дискретной экспоненциальной функции на интервале дискретного времени $nT \in [0; (N-1)T]$ и дискретного нормированного времени $n \in [0; N-1]$ представлены на рис. 3.1, 3.2.

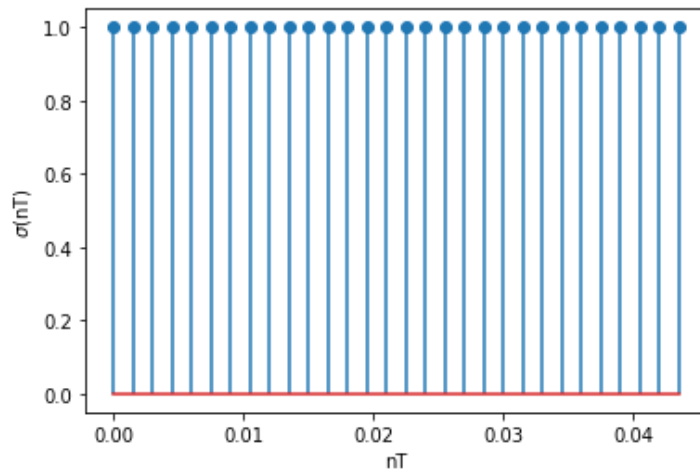


Рисунок 3.1 – Дискретная экспоненциальная функция $s_1(nT)$

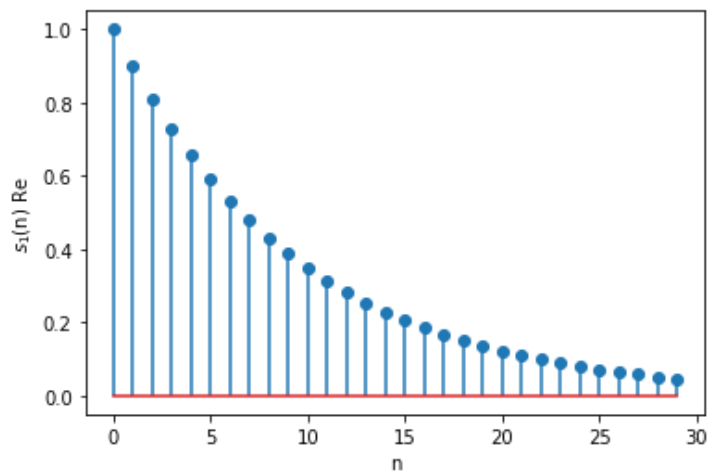


Рисунок 3.2 – Дискретная экспоненциальная функция $s_1(n)$

Дискретная экспонента вычисляется аналогично аналоговой, но с поправкой на разрядность числа, т.у. берется по модулю некоторого числа

4. Моделирование дискретного комплексного гармонического сигнала $s_2(k) = C \exp(j\hat{\omega}_0 k)$. Графики вещественной и мнимой частей на интервале времени $n \in [0; N-1]$ представлены на рис. 4.1, 4.2.

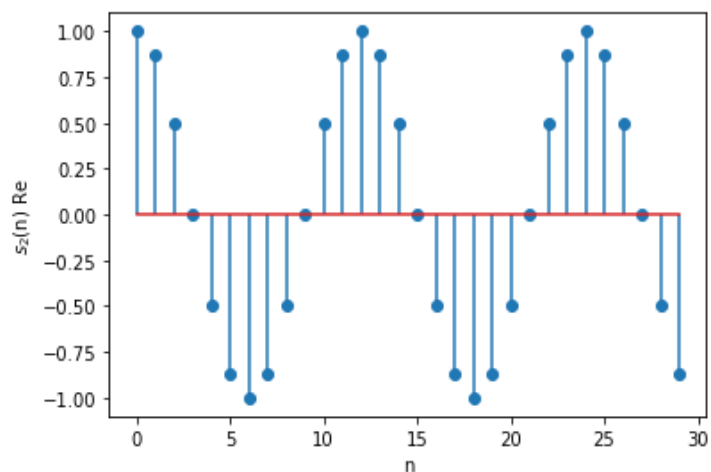


Рисунок 4.1 – Гармонический сигнал, вещественная часть

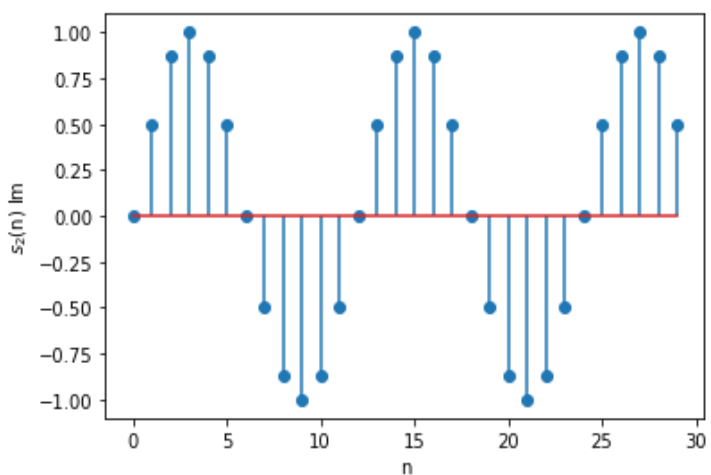


Рисунок 4.2 – Гармонический сигнал, мнимая часть

Компоненты сигнала в виде комбинации двух вещественных последовательностей.

$$\Re(x(k)) = C \cos(\hat{\omega}_0 Tk)$$

$$\Im(x(k)) = C \sin(\hat{\omega}_0 Tk)$$

5. Графики последовательностей $\delta_d(k)$, $\sigma_d(k)$ и $s_1(k)$, задержанных на m отсчетов, на интервале времени $n \in [0; N-1]$. Представлены на рис. 5.1 — 5.4.

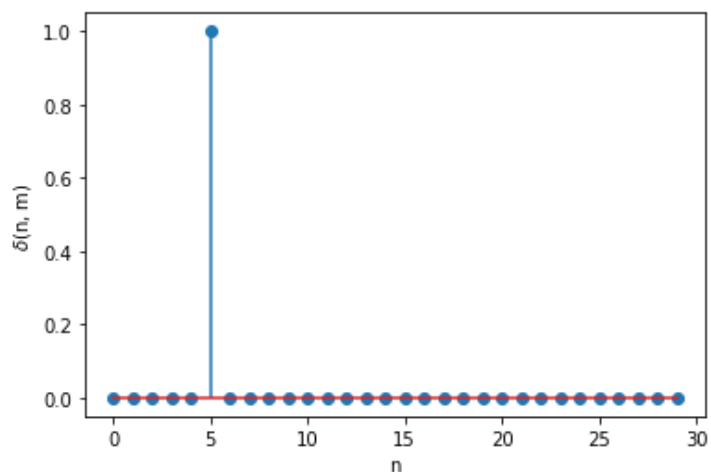


Рисунок 5.1 – Задержанный график $\delta_d(n, m)$

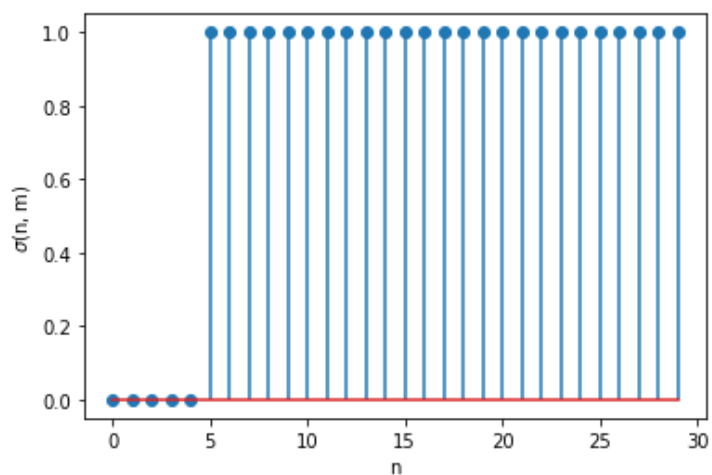


Рисунок 5.2 – Задержанный график $\delta_d(n, m)$

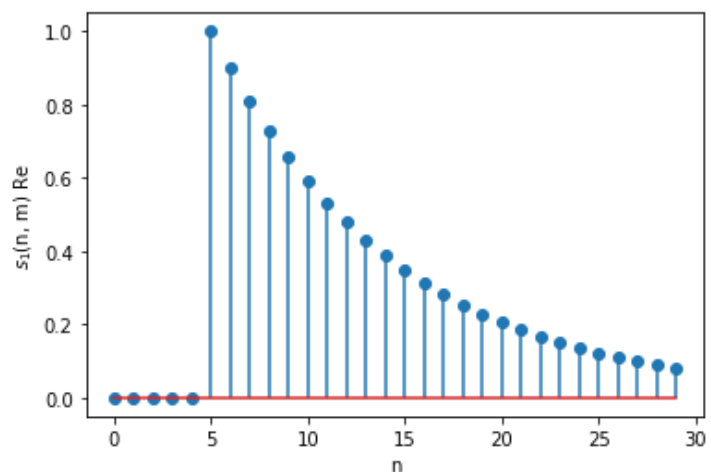


Рисунок 5.3 – Задержанный график

Формулы для задержанных графиков

Единичный импульс: $\delta_d(k-m) = \{1, k=m; 0, k \neq m\}$

Единичный скачек: $\sigma_d(k-m) = \{1, k \geq m; 0, k < m\}$

Дискретная экспоненциальная функция: $s_1(k-m) = \{a^{k-m}, k \geq m; 0, k < m\}$

6. Моделирование дискретного прямоугольного импульса $s_3(k) = \{U, n_0 \leq n \leq n_0 + n_{imp} + 1; 0, \text{иначе}\}$ на основе дискретного единичного скачка с выводом графика на интервале времени $n \in [0; N-1]$. График импульса представлен на рис. 5

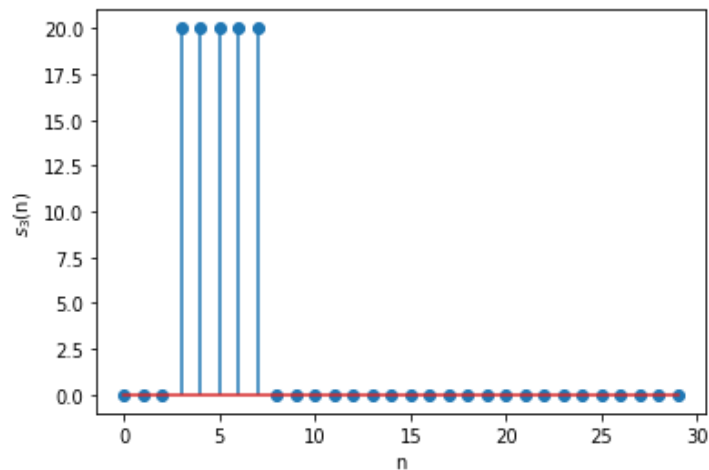


Рисунок 5 – Дискретный прямоугольный импульс

Импульс представляет из себя сумму двух скачков с смещением на начало и конец интервала, второй отрицателен.

7. Моделирование линейной комбинации дискретных гармонических сигналов $s_4(k) = a_1 x_1(k) + a_2 x_2(k) + a_3 x_3(k)$,

где

$$x_i(k) = B_i \sin(\hat{\omega} i k)$$

Графики гармоник $x_i(k)$ представлены на рис. 7.1 — 7.3.

График комбинации сигналов представлен на рис. 7.4

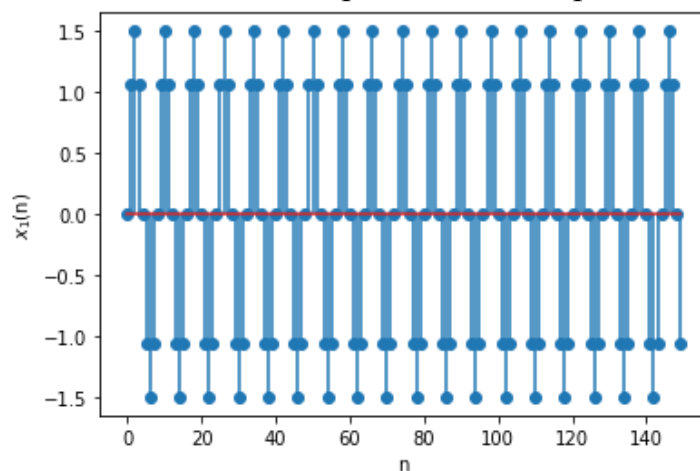


Рисунок 7.1 – $x_1(k)$

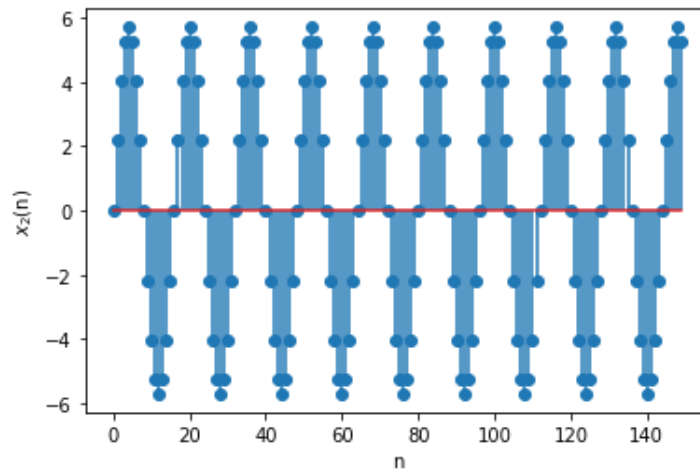


Рисунок 7.2 – $x_2(k)$

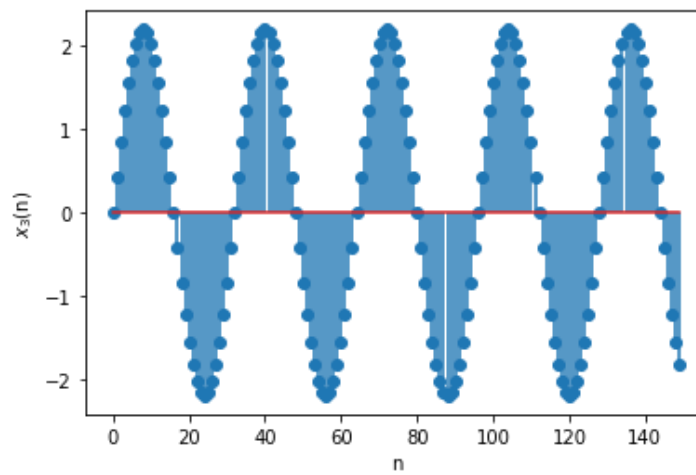


Рисунок 7.3 – $x_3(k)$

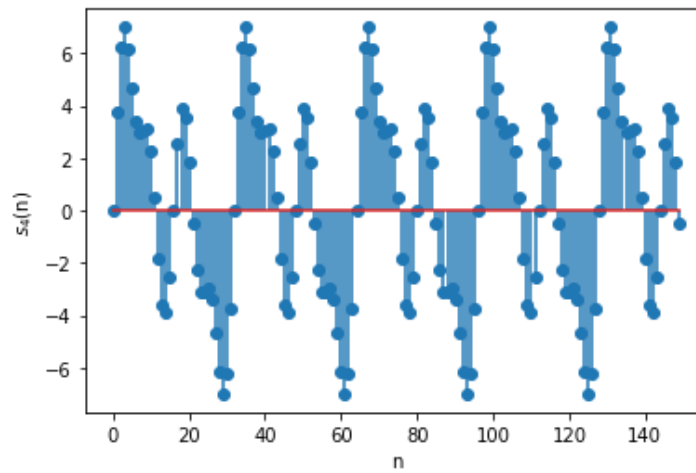


Рисунок 7.4 – $s_4(k)$

Характеристикаи последовательности:

Среднее значение: $M = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x_i = 0.283960$

Является средним по средним каждого сигнала в сумме

Энергия: $E = \sum_{\square} x^2 = 2231.474157$.

Средняя мощность: $P = \frac{\sum_{n=0}^N x^2}{N} = 14.876494$

8. Моделирование дискретной затухающей синусоиды $s_5(k) = |a|^k \cos(\hat{\omega}_0 k)$.
 . График приведен на рис. 8.1.

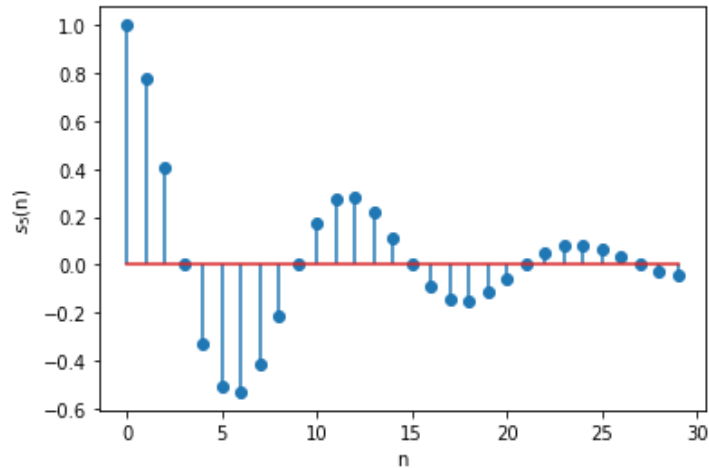


Рисунок 8 – Дискретная затухающая синусоида $s_5(k)$

Моделирование сигнала представляет из себя произведение синусоидального сигнала на огибающую, являющуюся экспоненциальным затуханием

9. График пяти периодов периодической последовательности $s_6(k)$ дискретных прямоугольных импульсов амплитуды U и длительности n_{imp} с периодом, вдвое большим длительности импульса.

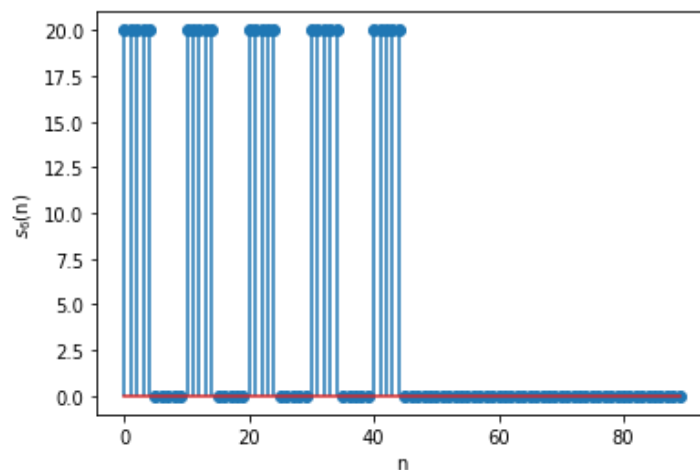


Рисунок 9 – График пяти периодов периодической последовательности

Периодическая последовательность представляет из себя сумму пяти сигналов, являющихся прямоугольными импульсами со сдвигами

Выводы.

Были исследованы операции описания дискретных сигналов, а так же способы их моделирования. Были изучены принципы и способы генерации единичного импульса, единичного скачка, их отношение к функции Хевисайда, дискретная экспоненциальная функция.

Был изучен и сгенерирован дискретный гармонический сигнал, затухающая синусоида, линейная комбинация таких сигналов, изучены их свойства.

Сгенерированы прямоугольные импульсы, а также периодический сигнал из таких импульсов. Смоделированы и изучены сигналы с задержкой