

# Дискретная математика

Григорьева Н.С.<sup>1</sup>

13.09.2023 - ...

<sup>1</sup>"Записал Сергей Киселев"

# Оглавление

<b>1</b>	<b>Алгоритмы</b>	<b>2</b>
1.1	Продолжение . . . . .	2
1.2	Перебор и нумерации, сочетания . . . . .	4

# Глава 1

## Алгоритмы

### Лекция 1: Продолжение

27.09.2023

#### 1.1 Продолжение

1. Прибавляем 1 к  $t$

$t$				$p$			
$r_1$	$r_2$	$r_3$	$r_4$				
0	0	0	0	1	2	3	4
0	0	1	0	1	2	4	3
0	1	0	0	1	3	2	4
0	1	1	0	1	3	4	2

$$T_k = M_1 \times M_2 \times \dots \times M_k$$

$$|M_i| = j$$

$$(r_1, r_2, \dots, r_k)$$

$$T_k \leftrightarrow P_k$$

	6	2	3	1	5	4	
	5	1	1	0	1	0	t
	$\gamma_6$	$\gamma_5$	$\gamma_4$	$\gamma_3$	$\gamma_2$	$\gamma_1$	

1. Прибавляем 1 к  $t$
2. Определяем номер разряда в котором значение увеличивается на 1, записываем в  $j$
3. Для любого  $i$  от 1 до  $N$  такого что  $i > j$ , меняем  $d_i = -d_i$ .
4.  $j$  (не номер, именно такой элемент) меняем с соседом слева если  $d_j = -$ , и с соседом справа, если  $d_j = +$ .

t				d				p				j
$\tau_1$	$\tau_2$	$\tau_3$	$\tau_4$									
0	0	0	0	-	-	-	-	1	2	3	4	-
0	0	0	1	-	-	-	-	1	2	4	3	4
0	0	0	2	-	-	-	-	1	4	2	3	4
0	0	0	3	-	-	-	-	4	1	2	3	4
0	0	1	0	-	-	-	+	4	1	3	2	3
0	0	1	1	-	-	-	+	1	4	3	2	4
0	0	1	2	-	-	-	+	1	3	4	2	4
0	0	1	3	-	-	-	+	1	3	2	4	4
0	0	2	0	-	-	-	-	3	1	2	4	3

## 1.2 Перебор и нумерации, сочетания

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$1. C_n^k = C_n^{n-k}$$

$$2. C_{n-1}^m + C_{n-1}^{m-1} = C_n^m$$

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^k b^{n-k}$$

$$1. a = b = 1$$

$$2^n = \sum_{k=0}^n C_n^k$$

$$2. a = 1, b = -1$$

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^k b^{n-k}$$

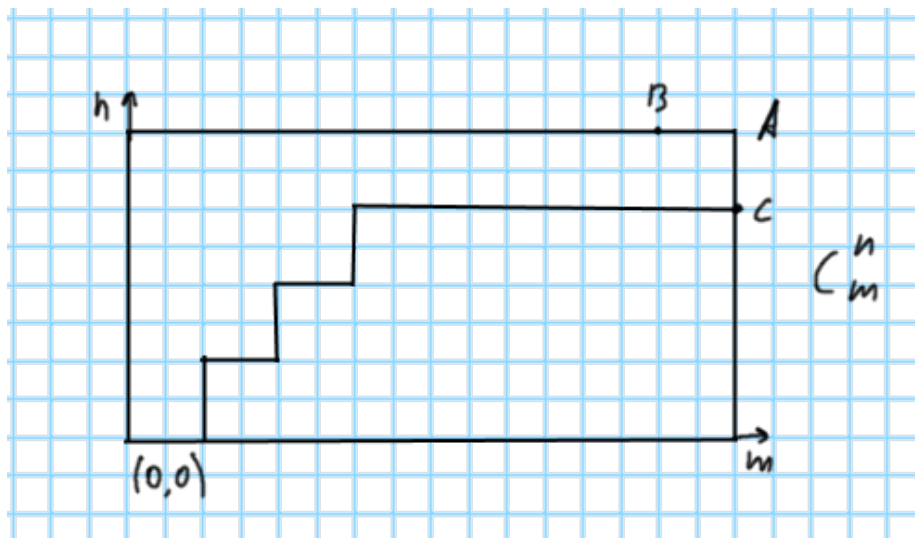
$$\begin{aligned} (a+b)^n &= (a+b)(a+b)^{n-1} = a(a+b)^{n-1} + b(a+b)^{n-1} = a \cdot \sum_{k=0}^{n-1} C_{n-1}^k a^k b^{n-1-k} + \\ &+ b \cdot \sum_{k=1}^{n-1} C_{n-1}^k a^k b^{n-1-k} = \sum_{k=1}^{n-1} C_{n-1}^k a^{k+1} b^{n-1-k} + \\ &+ \sum_{k=n}^{n-1} C_{n-1}^k a^k b^{n-k} = \\ &\sum_{k=1}^n C_{n-1}^{k-1} a^k b^{n-k} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + \sum_{k=0}^{n-1} C_{n-1}^k a^k b^{n-k} = \\ & = a^n + \sum_{k=1}^{n-1} C_{n-1}^{k-1} a^k b^{n-k} + \sum_{k=1}^{n-1} C_{n-1}^k a^k b^{n-k} + b^n \\ & = a^n + \sum_{k=1}^{n-1} (C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k) a^k - b^{n-k} + b^n = \end{aligned}$$

1. Увеличиваем на 1 номер самого правого элемента который можно увеличить
2. Справа выписываем натуральный ряд

$$\binom{k}{n} \quad \binom{4}{8}$$
  
  

<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>
1	2	3	4
1	2	3	5
1	2	3	6
1	2	3	7
1	2	3	8
1	2	4	5
1	2	7	8
1	3	4	5
1	6	7	8
2	3	4	5



1 3 4 5

(1 0 1 1 1 0 0 0)

$$num(b[1:n], m) = \begin{cases} num(b[1:n-1], m), b[n] = 0 \\ C_{n-1}^m + num(b[1:n-1], m-1), b[n] = 1 \end{cases}$$

$$num((-1, 0, 1, 0, 1, 0, 1), 4) = C_6^4 + num(b(1, 0, 1, 0, 1, 0), 3) = C_6^4 + num((1, 0, 1, 0, 1), 3) = C_6^4 + C_4^3 + num((1, 0, 1), 2) = C_6^4 + C_4^3 + C_4^2$$

$$num((1, \dots), 1) = C_6^4 + C_4^3 + C_2^2$$

