

基于滑模变结构方法的两轮自平衡机器人的跟踪控制

张昱昊

(北京理工大学自动化学院, 北京 100081)

摘要: 本文使用 Lagrange 方程方法建立了两轮自平衡机器人的非线性动力学模型, 建模时考虑了系统阻尼和驱动电机模型, 对建立的非线性模型进行线性化处理后将系统解耦为平衡子系统和转向子系统。针对机器人模型参数不精确和外部不确定扰动造成传统控制方法鲁棒性不佳的问题, 设计了一种滑模变结构的机器人跟踪算法, 实现了机器人的平衡控制和速度跟踪控制。使用 MATLAB/Simulink 对控制器进行了仿真计算, 结果表明, 设计的滑模控制器能较好地实现机器人的平衡控制、速度和位移跟踪控制。

关键词: 两轮自平衡机器人, 动力学模型, 滑模控制, 跟踪控制, 仿真

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Tracking Control of Two-Wheeled Self-Balancing Robot Based on Sliding Mode Variable Structure Method

ZHANG Yuhao

(School of Automation, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: The nonlinear dynamic model of two-wheel self-balancing robot is established by using the Lagrange equation method, and the system damping and drive motor model are considered in the modeling. After linearizing the nonlinear model, the system is decoupled into balance subsystem and steering subsystem. Aiming at the problem of poor robustness of traditional control methods caused by inaccurate model parameters and external uncertain disturbances of the robot, a sliding mode variable structure tracking algorithm is designed to achieve the balance control and speed tracking control of the robot. MATLAB/Simulink is used to simulate the controller. The simulation results show that the designed sliding mode controller can better achieve balance control, speed and displacement tracking control.

Key words: two wheeled self-balancing robot, dynamic model, sliding mode control, tracking control, simulation

0 引言

两轮自平衡机器人(Two-Wheeled Self-Balancing Robot, TWSBR)结构简单、运动灵活, 可实现零半径转弯, 非常适合在狭小拥挤环境中使用, 能在多种应用场合弥补甚至代替多轮、履带等形式的移动机器人, 具有广阔的应用前景。同时, 作为一种静态不稳定系统, 两轮自平衡机器人具有非线性、欠驱动、高阶次、多变量及强耦合等特点, 也是研究各种控制算法, 检验其算法效果的理想实验平台^[1-2]。

目前, 国内外研究者提出了许多用于平衡和控制两轮机器人的方法, 包括线性控制、非线性控制和各种智能控制^[3]。由于线性控制算法简单、容易实现, 在实际中得到较多应用, 如 PID 控制^[4-5]、极点配置方法、线性最优控制(LQR/LQG)^[2,5-6]以及多种方法的结合^[4-6]。

线性控制方法较为依赖系统的线性化模型, 当系统模

型存在误差和外部不确定性扰动时, 控制系统性能会变差。针对这种问题, 通常使用滑模控制及改进的滑模控制^[7-17]、 H_∞/H_2 控制^[6]等鲁棒性控制方法改善控制系统的控制性能。

滑模变结构控制是最常见的一种非线性鲁棒控制方法, 具有响应速度快、对模型参数变化和外部干扰不敏感、算法相对简单、容易实现等优点, 能显著提高控制系统的响应速度, 抑制系统进入稳态后的震荡, 在实际工程领域得到了广泛应用。

杨兴明等^[7]使用两轮平衡车的非线性模型设计了分层滑模控制器, 其切换函数采用幂次函数, 利用其非线性特性降低系统的抖振。文献^[8]针对两轮移动机器人的平衡和速度控制, 提出了一种基于 LQR 的滑模控制方法。文献^[9]针对两轮自平衡小车走 8 字形的轨迹跟踪控制问题, 设计了 PID 滑模控制器, 其中, 滑模控制器的任务是平衡并跟踪该模型的 8 字形轨迹, PID 控制器则负责控制左

作者简介: 张昱昊, 男, 2001 年生, 研究方向为电气工程及自动化、嵌入式系统。

右轮电压偏移。逢海萍等^[10]将两轮自平衡车轨迹跟踪控制转化为一类增广系统的最优调节问题,使用带有状态变量积分项的切换函数,设计了系统的积分滑模控制器。文献[11]提出了一种积分滑模变结构控制的滑模趋近律用于两轮自平衡车的姿态控制。陈运胜等^[12]针对两轮自平衡小车的平衡控制,设计的滑模控制器是在常规滑模控制的基础上,引入非线性滑模切换面误差跟踪项,通过加入非线性取代积分项补偿系统的抖振。文献[13]提出了一种基于非线性扰动观测器的 TWSBR 速度跟踪控制方法,通过非线性干扰观测器估计自平衡机器人的未知干扰,以提高跟踪控制性能。

此外,许多研究者将模糊控制、反步控制(Back-Stepping Control)和自适应技术等引入滑模控制器设计。陈瑶等^[14]针对两轮平衡车轨迹跟踪问题,结合区间二型模糊与终端滑模,依据系统非线性模型设计了一种区间二型模糊滑模控制器。杨兴明等^[15]设计了一种自适应模糊滑模控制器用于两轮平衡车的平衡控制。薛晗等^[16]考虑在两轮平衡车系统的数学模型中输入时滞和未知扰动,通过对输入矩阵做奇异值分解,设计了一种对扰动参数具有自适应估计能力的自适应滑模控制器。文献[17]针对 TWSBR 的平衡和轨迹跟踪问题,设计了基于反步法的滑模控制器。

目前,已有较多文献涉及 TWSBR 的平衡控制问题,但对其运动跟踪控制的研究则相对较少。本文在建立 TWSBR 数学模型的基础上,将滑模变结构控制方法应用于机器人的运动跟踪控制,设计了系统的滑模控制器,并对其进行了仿真研究。

1 模型建立

将 TWSBR 分为共轴的左车轮、右车轮和位于中部的车体(机器人本体)3个部分,机器人的整体重心位于轮轴上方,图1为其平面运动时的简化模型及受力示意图。假设机器人各部分均为刚性结构,左右车轮的物理参数一致且车轮与地面无打滑。建立固连于车体上的直角坐标系 $o-xyz$,其中,坐标原点取在轮轴中点 o 处; y 轴取为轮轴方向,即两车轮圆心的连线方向; x 轴垂直于 y 轴平行于运动平面(水平方向); z 轴垂直于运动平面朝上。同时,设定参考坐标系 $O-XYZ$ 与初始状态时的 $o-xyz$ 坐标系重合。开始运动后,机器人将在 OXY 平面内运动,同时,车体将绕轮轴(y 轴)转动。

图1中, S 为车体的质心; θ 为车体俯仰倾角(车体与 z 轴方向夹角); φ 为转弯角度(偏航角); T_l 、 T_r 为左轮、右轮

驱动电机的输出转矩。机器人受力还包括地面对两个车轮的摩擦力、支撑力及其自身的重力。

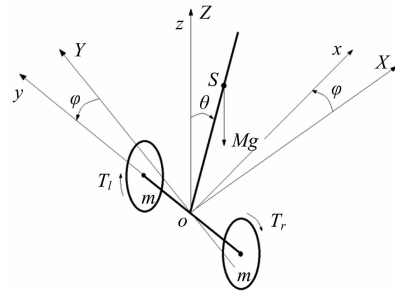


图1 平面运动简化模型及坐标系设定

在静态条件下,当车体偏离平衡位置时,受自身重力作用,将倒向 x 轴正方向。根据牛顿第二定律,车轮受到重力沿 x 轴上分力的作用,有向 x 轴负方向运动的趋势,同时产生沿 x 轴正方向的摩擦力。

自平衡机器人系统有4个自由度,为方便建立其动力学模型,取左车轮、右车轮的转角 θ_l 、 θ_r ,车体的俯仰倾角 θ 为系统的广义变量,计算系统总的动能 T 、总的位能 P 和拉格朗日函数 L 后,代入拉格朗日方程:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \frac{\partial E_d}{\partial \dot{q}_i} = Q_i \quad i=1,2,3 \quad (1)$$

式中: q_i 为系统的广义坐标/广义变量; Q_i 为对应广义坐标的广义力(不含有势力和耗散力); E_d 为系统的耗散函数。

$$E_d = \frac{1}{2} \mu \cdot (\dot{\theta}_l^2 + \dot{\theta}_r^2) \quad (2)$$

式中: μ 为粘性阻尼系数(取值依据路面情况而定); $\dot{\theta}_l$ 、 $\dot{\theta}_r$ 分别为左车轮、右车轮的转速(rad/s)。

驱动电机选择 MG3P20-12 直流电机,考虑电机模型:

$$T_m = \frac{k_m}{R_m} \cdot (u_i - k_e \cdot \omega_m) \quad (3)$$

式中: T_m 为电机的电磁转矩(输出转矩, $N \cdot m$); k_m 为电机的电磁转矩系数($N \cdot m/A$); R_m 为电机转子的等效电阻(电枢内阻, Ω); u_i 为电机输入电压(控制电压, V); k_e 为电机反电动势系数($V/(r/min)$); ω_m 为电机转轴转速(rad/s)。

取自平衡机器人的平面运动位移 s ,运动速度 \dot{s} 、车体俯仰倾角 θ 、俯仰角速度 $\dot{\theta}$ (车体绕轮轴的转动角速度)、转弯角度 φ (偏航角)、转弯角速度 $\dot{\varphi}$ 为状态变量。利用运动约束关系: $\dot{s} = \frac{R}{2} (\dot{\theta}_r + \dot{\theta}_l)$ 、 $\dot{\varphi} = \frac{R(\dot{\theta}_r - \dot{\theta}_l)}{D}$,将由式(1)得到的系统非线性动力学方程表示成状态变量 s 、 θ 和 φ 的形式,并在平衡点附近线性化:

$$\begin{cases} (Ml^2 + J_\theta) \cdot \ddot{\theta} + Ml \cdot \ddot{s} - Mgl \cdot \theta - \frac{2k_m k_e}{R_m R} \cdot \dot{s} = -\frac{k_m}{R_m} \cdot (u_l + u_r) \\ MRl \cdot \ddot{\theta} + (MR + 2mR + \frac{2J_y}{R}) \cdot \ddot{s} + \frac{2}{R} \cdot (\frac{k_m k_e}{R_m} + \mu) \cdot \dot{s} = \frac{k_m}{R_m} \cdot (u_l + u_r) \\ \left(\frac{2R}{D} \cdot J_\varphi + mDR + \frac{D}{R} \cdot J_y \right) \cdot \ddot{\varphi} + \frac{D}{R} \cdot \left(\mu + \frac{k_m k_e}{R_m} \right) \cdot \dot{\varphi} = \frac{k_m}{R_m} \cdot (u_r - u_l) \end{cases} \quad (4)$$

式中: m 、 M 分别为车轮、车体的质量(kg); l 为车体质心 S 点到轮轴线的距离(m); J_θ 为车体绕轮轴的转动惯量(kg·m²); R 为车轮半径(m); u_l 、 u_r 分别为左车轮、右车轮电机的驱动电压(V); J_r 为车轮绕其轮轴的转动惯量(kg·m²); D 为左右车轮间距,即轮轴宽度(m); J_φ 为车体绕 z 轴的转动惯量(kg·m²); g 为重力加速度(m/s²)。

由此可知,经线性化的自平衡机器人系统为多输入多输出系统。引入等效输入 u_θ 、 u_φ 及变换 $\begin{bmatrix} u_l \\ u_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.5 \\ 0.5 & 0.5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_\theta \\ u_\varphi \end{bmatrix}$,由式(4)可得到两个单输入多输出系统的状态方程:

$$\begin{bmatrix} \dot{s} \\ \ddot{s} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & A_{22} & A_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & A_{42} & A_{43} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s \\ \dot{s} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_{21} \\ 0 \\ B_{41} \end{bmatrix} \cdot u_\theta \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & A_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varphi \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_{61} \end{bmatrix} \cdot u_\varphi \quad (6)$$

其中,

$$A_{22} = -\frac{2}{RR_m} \cdot \frac{MRl \cdot k_m k_e + (J_\theta + Ml^2) \cdot (\mu R_m + k_m k_e)}{(J_\theta + Ml^2) \cdot (MR + 2mR + \frac{2J_y}{R}) - M^2 R l^2} \quad (7)$$

$$A_{23} = -\frac{M^2 R g l^2}{(J_\theta + Ml^2) \cdot (MR + 2mR + \frac{2J_y}{R}) - M^2 R l^2} \quad (8)$$

$$B_{21} = \frac{k_m}{R_m} \cdot \frac{(MRl + J_\theta + Ml^2)}{(J_\theta + Ml^2) \cdot (MR + 2mR + \frac{2J_y}{R}) - M^2 R l^2} \quad (9)$$

$$A_{42} = \frac{2}{RR_m} \cdot \frac{(MR + 2mR + \frac{2J_y}{R}) \cdot k_m k_e + (\mu R_m + k_m k_e) \cdot Ml}{(J_\theta + Ml^2) \cdot (MR + 2mR + \frac{2J_y}{R}) - M^2 R l^2} \quad (10)$$

$$A_{43} = \frac{(MR + 2mR + \frac{2J_y}{R}) \cdot Mgl}{(J_\theta + Ml^2) \cdot (MR + 2mR + \frac{2J_y}{R}) - M^2 R l^2} \quad (11)$$

$$B_{41} = -\frac{k_m}{R_m} \cdot \frac{MR + 2mR + \frac{2J_y}{R} + Ml}{(J_\theta + Ml^2) \cdot (MR + 2mR + \frac{2J_y}{R}) - M^2 R l^2} \quad (12)$$

$$A_{66} = -\frac{D^2}{R_m} \cdot \frac{\mu R_m + k_m k_e}{2R^2 \cdot J_\varphi + D^2(mR^2 + J_y)} \quad (13)$$

$$B_{61} = -\frac{DR}{R_m} \cdot \frac{k_m}{2R^2 \cdot J_\varphi + D^2(mR^2 + J_y)} \quad (14)$$

式(5)反映了自平衡机器人平面运动(位移、速度)和车体平衡情况,称为平衡子系统;式(6)反映了机器人转弯角度和转弯角速度,称为转向子系统(或偏航子系统)。

$$u_\theta = \frac{-\varepsilon \cdot \text{sgn}(s_w) - k s_w - c_{a1}(\dot{s} - \dot{s}_m) - (c_{a2} A_{22} + c_{a4} A_{42})\dot{s} + c_{a2} \cdot \ddot{s}_m - (c_{a2} A_{23} + c_{a4} A_{43})\dot{\theta} - c_{a3} \ddot{\theta}}{c_{a2} B_{21} + c_{a4} B_{41}} \quad (26)$$

2 滑模变结构控制器设计

滑模变结构控制器设计的基本步骤包括两点^[18]: (1) 设计切换函数,确定切换面且满足滑动模态存在条件; (2) 求解控制函数满足滑动模态到达条件,并在切换面上形成滑动模态区。

对于给定的线性定常系统:

$$\dot{x} = AX + Bu \quad (15)$$

式中: x 为状态变量, $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$; A 、 B 为系统的状态矩阵; u 为系统的输入。

若系统可控,切换函数 $s_w(x)$ 可以写成:

$$s_w = Cx = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n \quad (16)$$

系数 $C^T = [c_1, c_2, \dots, c_n]^T$ 通过 Ackermann 公式由式(17)~式(19)计算:

$$C^T = e^T P(A) \quad (17)$$

$$e^T = [0, 0, \dots, 0, 1] [B, AB, \dots, A^{n-1}B]^{-1} \quad (18)$$

$$P(A) = (A - I\lambda_1)(A - I\lambda_2) \dots (A - I\lambda_{n-1})(A - I\lambda_n) \quad (19)$$

式中: I 为 n 阶单位矩阵, $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ 为闭环系统的期望极点。

选择趋近律(如指数趋近律),依据切换函数 s_w 和滑动模态到达条件式(17)可求出控制律 u 。

$$\dot{s}_w = C\dot{x} = CAx + CBu = -\varepsilon \cdot \text{sgn}(s_w) - k s_w \quad (20)$$

$$u = -(CB)^{-1} \cdot [CAx + \varepsilon \cdot \text{sgn}(s_w) + k s_w] \quad (21)$$

式中: s 、 k 为大于零的常数, $\text{sgn}(s) = \begin{cases} 1 & s > 0 \\ 1 & s = 0 \\ -1 & s < 0 \end{cases}$ 。

构造 Lyapunov 函数 $V(x) = -\frac{1}{2} s_w^2$, 则:

$$\dot{V}(x) = s_w \cdot \dot{s}_w = s_w \cdot [-\varepsilon \cdot \text{sgn}(s_w) - k s_w] \leq -k s_w^2 - \varepsilon \cdot |s_w| \quad (22)$$

由于 ε 、 k 是大于零的常数,因此式(22)中的 $\dot{V} < 0$,即所设计控制器满足 Lyapunov 稳定性条件。

2.1 平衡子系统

反映机器人移动及姿态平衡的子系统由状态方程式(5)给出。系统控制目标是在保持车体平衡(即维持 θ 、 $\dot{\theta}$ 为零)的条件下,按照设定的前进速度和位移运动,设定切换函数为:

$$s_w = c_{a1}(s - s_m) + c_{a2}(\dot{s} - \dot{s}_m) + c_{a3}\theta + c_{a4}\dot{\theta} \quad (23)$$

式中: s_m 为位移期望值(m); \dot{s}_m 为速度期望值(m/s)。

给定系统的期望主导极点,根据式(14)、式(24)、式(25):

$$e^T = [0, 0, 0, 1] [B_1, A_1 B_1, A_1^2 B_1, A_1^3 B_1]^{-1} \quad (24)$$

$$P(A) = (A_1 - I\lambda_1)(A_1 - I\lambda_2)(A_1 - I\lambda_3)(A_1 - I\lambda_4) \quad (25)$$

可求出切换函数 s_w ,再依据选择的指数趋近律,由式(18)可得滑模控制律:

2.2 转向子系统

转向子系统的状态由(6)给出,设置切换函数为:

$$s(x) = c_{b1}(\varphi - \varphi_m) + c_{b2}(\dot{\varphi} - \dot{\varphi}_m) \quad (27)$$

式中: φ_m 为转弯角度期望值(rad); $\dot{\varphi}_m$ 为转弯角速度期望值(rad/s)。

设置转向子系统的主导极点后,使用类似方法可求出其滑模控制的控制律 u_φ :

$$u_\varphi = \frac{-\varepsilon \cdot \text{sgn}(s_w) - k s_w - c_{b1}(\dot{\varphi} - \dot{\varphi}_m) - c_{b2} \cdot A_{66} \cdot \dot{\varphi} - c_{b2} \cdot \ddot{\varphi}_m}{c_{b2} B_{61}} \quad (28)$$

3 仿真与分析

表1为仿真计算所用机器人系统的相关参数。平衡子系统的期望主导极点取 $[-8+i, -8-i, -13, -18]$, 转向子系统的主导极点取 $[-15, -20]$ 。

表1 机器人系统参数表

参数名称/符号	数值
左右车轮质量/ m	0.16 kg
左右车轮半径/ R	0.032 m
左右车轮间距/ D	0.26 m
左右车轮绕轮轴的转动惯量/ J_w	$8.192 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
车体质量/ M	1.8 kg
车体质心 S 到车轴的距离/ l	0.12 m
车体绕轮轴的转动惯量/ J_o	$8.6 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
车体绕 z 轴转动惯量/ J_e	$1.01 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
重力加速度/ g	9.8 m/s ²
粘性阻尼系数/ μ	0.005 N·s/m
驱动电机的电磁转矩系数/ k_m	0.179 7 N·m/A
电机转子的等效电阻/ R_m	2.5 Ω
驱动电机的反电动势系数/ k_e	$1.041 \times 10^{-3} \text{ V}/(\text{r/min})$

选取参数 $\varepsilon=50, k=5$, 使用 MATLAB 编程仿真计算可得到平衡子系统初始状态为 $[0, 0, 0.3, 0]$ (位移、速度和俯仰角速度均为零、俯仰角为 0.3 rad 时的零输入响应如图2所示。图2中仿真时间为 2 s, 其中, 图2(a)为滑模控制输入, 图2(b)为速度响应, 图2(c)为车体俯仰角速度响应。由图2可知, 系统的调节时间不超过 0.8 s, 但存在明显的抖振。

滑模控制系统存在抖振, 抖振程度和参数 ε, k 等的取值有关, 选择合适的控制参数能有效降低抖振程度。图3为在同样初始条件下 $\varepsilon=5, k=8$ 时的系统零输入响应, 其中, 图3(a)为系统输入, 图3(b)为速度响应, 图3(c)为车体俯仰角速度响应。由图3可知, 系统的抖振显著减小, 但系统的调节时间有所延长(不超过 1 s)。此外, 使用准滑模控制等方法也能减轻抖振的程度。

为进一步分析设计的滑模控制器的性能, 使用 MATLAB 的 Simulink 模块建立系统的仿真模型, 如图4所示, 模型包含了平衡子系统和转向子系统两个仿真模块, 图5为平衡子系统 Simulink 仿真模块。

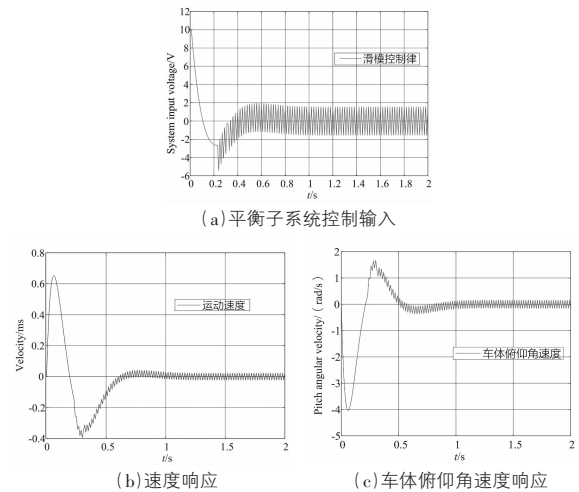


图2 $\varepsilon=50, k=5$ 时的系统响应

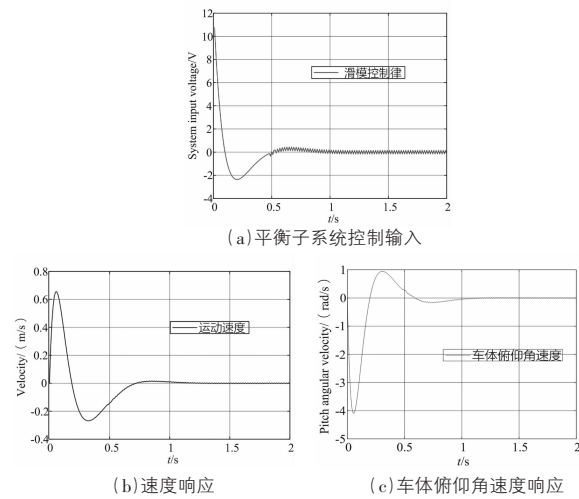


图3 $\varepsilon=5, k=8$ 时的系统响应

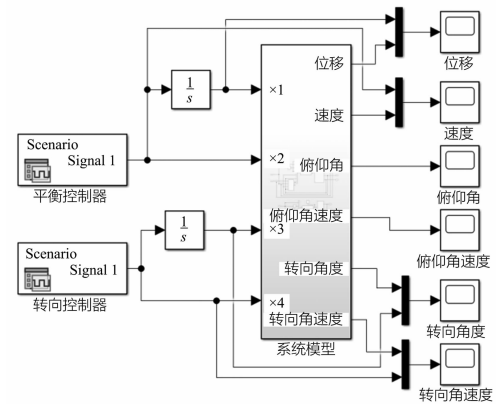


图4 系统的 Simulink 仿真模型

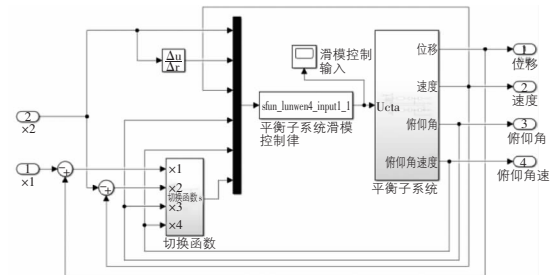


图5 平衡子系统 Simulink 仿真模块

使用变步长 4 阶龙格-库塔解法, 参数 $\varepsilon=50$ 、 $k=5$, 仿真时间为 12 s, 在给定系统运动速度和转弯角速度情况下的仿真结果如图 6 所示, 其中, 图 6(a) 为速度跟踪曲线, 图 6(b) 为平衡子系统控制输入 u_0 。由图 6 可以看出, 滑模控制具有较好的速度跟踪性能, 但在速度突变处存在一定误差和延迟, 其中, 启动阶段的跟踪误差和初始状态设置有关(初始状态同上, 取 $[0, 0, 0.3, 0]$)。此外, 由仿真可知位移、转弯角度和角速度跟踪性能则较好, 且两个子系统的控制输入都存在较明显的抖振。

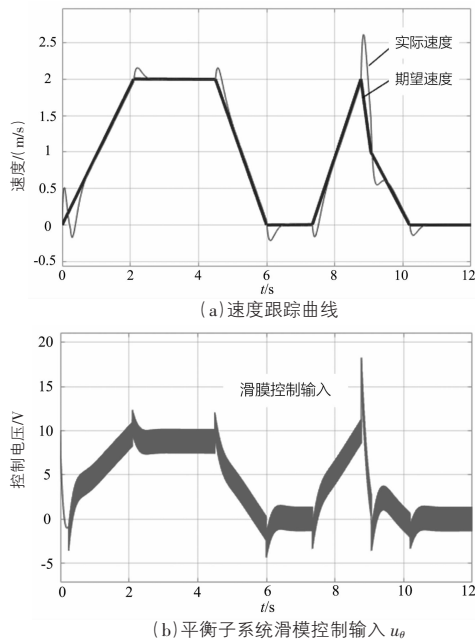


图 6 运动跟踪控制仿真结果

4 结语

(1) 将机器人系统解耦为平衡和运动子系统、转向子系统, 分别设计了两个子系统的滑模运动控制器。

(2) 使用 MATLAB 编程计算了系统在给定初始条件下的零输入响应, 分析了滑模控制参数 ε 、 k 对系统抖振的影响。

(3) 使用 MATLAB 的 Simulink 模块构建了滑模控制器仿真模型, 结果表明, 控制系统能较好地跟踪速度变化, 具有较好的控制性能及较强的鲁棒性。

参考文献

- [1] Boubaker O, Iriarte R. The inverted pendulum in control theory and robotics: From theory to new innovations[M]. London: The Institute of Engineering and Technology (IET), 2017.
- [2] Khatoon S, Istiyaque M, Hasan N, et al. Two-wheeled self-balancing mobile robot using Kalman filter and LQG regulator[J]. Recent Advances in Mechanical Engineering, 2021(12):

213-221

- [3] Man P R C, Stol A K, Roger C H. Review of modelling and control of two-wheeled robots[J]. Annual Reviews in Control, 2013, 37(1): 89-103.
- [4] Goher M K, Fadlallah O S. Control of a two-wheeled machine with two-directions handling mechanism using PID and PD-FLC algorithms[J]. International Journal of Automation and Computing, 2019, 16(4): 511-533.
- [5] 高志伟, 代学武. 自平衡小车 LQR-PID 平衡与路径跟踪控制器设计[J]. 控制工程, 2020, 27(4): 708-714.
- [6] 刘满禄, 韩帅, 张俊俊, 等. 基于两轮自平衡小车的 H_∞ 和 LQR 控制方法对比研究[J]. 机械设计与制造, 2019(5): 245-248.
- [7] 杨兴明, 高银平, 朱建, 等. 基于分层滑模方法的两轮载人自平衡车的运动控制[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版), 2013, 36(12): 1456-1460.
- [8] Zhang Xinyan, Cheng Shiya. Self-balancing and velocity control of two-wheeled mobile robot based on LQR sliding mode [C]// Chinese Automation Congress (CAC). Hangzhou, 2019: 1475-1480.
- [9] Vo A K, Nguyen H T, Nguyen V D H, et al. Trajectory tracking pid-sliding mode control for two-wheeled self-balancing robot [C]// Intelligent Computing in Engineering. San Salvador, 2020: 885-898.
- [10] 逢海萍, 于英超. 两轮自平衡车的最优滑模输出跟踪控制[J]. 计算机仿真, 2017, 34(1): 326-331.
- [11] Liu Le, Xing Lihua, Sun Zhangjun. Attitude control of self-balancing vehicle based on sliding mode variable structure control[J]. Journal of Physics: Conference Series, 2021, 1884(1): 012043.
- [12] 陈运胜, 范运活. 基于滑膜干扰抑制的两轮小车自平衡控制算法[J]. 电子测量技术, 2016, 39(6): 43-47.
- [13] Chen Mou. Robust tracking control for self-balancing mobile robots using disturbance observer[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2017, 4(3): 458-465.
- [14] 陈瑶, 毛雅洁, 赵涛, 等. 两轮移动巡检机器人的区间二型模糊滑模控制[J]. 计算机应用与软件, 2020, 37(10): 27-33+56.
- [15] 杨兴明, 段举. 两轮自平衡车的自适应模糊滑模控制[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版), 2016, 39(2): 184-189.
- [16] 薛晗, 邵哲平, 方琼林, 等. 具有输入时滞的二轮自平衡车自适应滑模控制[J]. 交通运输工程学报, 2020, 20(2): 219-228.
- [17] Esmaeili N, Alfi V, Khosravi H. Balancing and trajectory tracking of two-wheeled mobile robot using back-stepping sliding mode control: Design and experiments[J]. Journal Intelligent & Robotic Systems, 2017, 87(3-4): 601-613.
- [18] 高为炳. 变结构控制的理论及设计方法[M]. 北京: 科学出版社, 1996.

(责任编辑: 李 顺)