

DOI: 10.3901/JME.2023.09.051

基于非线性弹簧模型的轮腿自平衡机器人 跳跃算法研究*

高靖松¹ 金弘哲¹ 朱延河¹ 高良¹ 吕红亚²
赵杰¹ 蔡鹤皋¹

(1. 哈尔滨工业大学机器人技术与系统国家重点实验室 哈尔滨 150001;
2. 上海航天设备制造总厂有限公司 上海 200000)

摘要: 轮腿式自平衡机器人兼具轮式的高速高效性和足式的地面适应性, 在面对非结构化地形时可以进行跳跃越障。按照腿部自由度可将其分为单自由度和二自由度式, 其中单自由度式轮腿自平衡机器人结构更简单、质量更轻、控制难度更低。但在跳跃轨迹规划问题上, 一方面单自由度腿部结构对髋关节出力需求更高, 采用双质量块线性弹簧模型轨迹规划方法能够达到的最大越障高度有限; 另一方面机器人在高度调整过程中整体质心会产生 x 向位移, 对跳跃的准确性与稳定性造成影响。针对单自由度式轮腿自平衡机器人跳跃问题展开研究, 首先提出了基于腾空动力学模型的轮部控制算法, 使机身俯仰姿态在跳跃过程中始终可控, 进而保证了跳跃的稳定性。之后提出了基于双质量块非线性弹簧模型的跳跃轨迹规划方法, 相比基于线性弹簧模型的规划方法具有轨迹规划更加灵活, 对髋关节出力要求更低等优点; 然后进一步利用轮部在腾空过程中对机身俯仰角的控制效果, 设计了一种机器人原地跳远方法, 使机器人可以在更短的起跳时间和起跳距离下达到相同的跳跃距离; 最后建立了单自由度式轮腿自平衡机器人三维简化模型及其运动学、单腿静力学以及腾空动力学模型, 并通过 Simulink-Adams 联合仿真验证了轨迹规划与跟踪算法的可行性。

关键词: 轮腿自平衡机器人; 轨迹规划; 跳跃控制; 非线性弹簧

中图分类号: TP242

Research on Jumping Algorithm of Wheel-legged Self-balancing Robot Based on Nonlinear Spring Model

GAO Jingsong¹ JIN Hongzhe¹ ZHU Yanhe¹ GAO Liang¹ LÜ Hongya²
ZHAO Jie¹ CAI Hegao¹

(1. State Key Laboratory of Robotics and System, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001;
2. Shanghai Aerospace Equipments Manufacturer Co., Ltd, Shanghai 200000)

Abstract: The wheel-legged self-balancing robot has both the high speed and efficiency of the wheeled type and the ground adaptability of the legged type. When facing unstructured terrain, it can overcome obstacles by jumping. According to the degree of freedom of the legs, it can be divided into single-degree-of-freedom type and two-degree-of-freedom type. Among them, the single-degree-of-freedom type has a simpler structure, lighter weight and less difficult to control. However, on the problem of jump trajectory planning, on the one hand, the leg structure has a higher demand for the output of the hip joint, which limits the maximum obstacle height that can be achieved by using the two-mass linear spring model trajectory planning method; On the other hand, the overall center of mass will move in the x -direction during the height adjustment process, which will affect the accuracy and stability of jumping. A research on the jumping problem of a single-degree-of-freedom wheel-legged self-balancing robot is carried out. Firstly,

* 国家自然科学基金(92048301)和科技创新 2030-“脑科学与类脑研究”
重大(2021ZD0201403)资助项目。20220519 收到初稿, 20221108 收到
修改稿

in order to ensure the stability of jumping, a wheel control algorithm is proposed to control the pitch attitude of the fuselage during the whole jumping process. After that, a trajectory planning method based on a two-mass nonlinear spring model is proposed and proved to be more flexible and powerful comparing with the planning method based on the two-mass linear-spring model. Then, a method of long jump in situ is designed by using the wheel control algorithm furtherly, so that the robot can achieve the same jumping distance in a shorter takeoff time and distance. The three-dimensional model of the robot is established, as well as its kinematics, single-leg statics and aerial dynamics models. The jump trajectory planning and tracking algorithms proposed in this paper is realized in the Simulink-Adams simulation and proved to be feasible.

Key words: wheel-legged self-balancing robot; trajectory planning; jumping algorithm; nonlinear spring

0 前言

全地形移动机器人兼具室内和户外的作业能力^[1], 广泛应用于工业巡检、野外勘探等场景^[2-3]。其中轮腿式自平衡机器人(以下简称轮腿机器人)作为一种兼具轮式高速高效性和足式地面适应性的复合移动模式机器人, 近年来迅速成为了国内外的研究热点之一。跳跃是轮腿机器人应对非结构化地形的主要方式, 因此机器人的跳跃能力成为了衡量其环境适应能力的重要指标之一, 目前国内外先进的轮腿机器人均具有不俗的跳跃能力, 例如波士顿动力公司的 Handle^[4]机器人、苏黎世联邦理工的 Ascento 机器人^[5-6]以及腾讯的 Ollie 机器人^[7]等。早期关于轮腿机器人跳跃算法的研究主要参考单腿跳跃机器人, 其最主流的轨迹规划方法是基于质心运动的规划方法和基于 SLIP 模型的规划方法^[8]。前者将机器人的质量等效为一个质点, 基于对该质点运动学和动力学的分析实现跳跃轨迹规划^[9], 例如索尼公司研发的 QRIO 跑步机器人^[10]和陈志伟^[11]设计的单腿跳跃机器人。而 SLIP 模型将机器人腿部等效成无质量弹簧, 将质量集中于弹簧顶端, 通过弹簧负载系统表征跳跃运动。FULL^[12]和 DICKINSON^[13]分别基于 SLIP 模型研发了 FRANK 跳跃机器人和 HYL 单腿样机, 实现了机器人的稳定跳跃。MATHIS^[14]在 SLIP 模型的基础上提出了一种双质量块弹簧模型, 该模型考虑了下质心在腾空与着地过程中的作用效果, 使建立的动力学模型更加精确。除此之外, 还有基于最优控制^[15]和基于稳定性^[16]的跳跃轨迹规划方法。

基于上述研究成果, 樊一霄^[17]开展了基于双质量块弹簧倒立摆模型的关节腿式机器人起跳机理研究和基于最佳接近速度的落地接触力控制策略研究, 使机器人受到的着地冲击力降低 70.71%, 轮部离地高度误差可以控制在 3% 以内; Li^[18]基于 TMS-DIP 模型分别对机器人的跳跃高度、着地缓冲、姿态以及平衡控制展开研究。结果表明相比于弹簧倒立摆模型, TMS-DIP 模型的着地冲击力与机

身俯仰角变化更小, 实现了机器人更加稳定的跳跃效果; 于溟阳^[19]将轮腿机器人简化为一个双质量弹簧倒立摆(DM-SLIP)模型, 并基于此对跳跃各阶段轨迹进行规划, 得到了模型能够达到的最大越障高度, 通过二次规划方法将质心轨迹映射到关节空间中, 使 WLR-4P 机器人跃上了 0.4 m 的平台并平稳着陆; CHEN^[20]提出了一种轮式弹簧加载倒立摆(W-SLIP)模型, 基于二次规划方法对跳跃各阶段的质心轨迹进行规划并建立了基于扰动观测器的站立相复合控制器和标准任务空间的腾空相全身控制器, 通过 V-REP 仿真验证了整个框架的性能。

现有关于轮腿机器人跳跃控制的研究主要针对具有二自由度腿部结构的机器人, 基于双质量块线性弹簧模型(以下简称线性弹簧模型), 通过动力学模型将虚拟模型轨迹映射至关节空间实现了跳跃功能。而具有单自由度腿部结构的机器人在跳跃控制方面只能通过控制髋关节实现 z 向的轨迹跟踪, 为了减小起跳过程中上质心 x 向的位移以保证机器人在腾空过程中不发生倾覆, 需要尽量减轻腿部质量并对机身配重位置进行优化; 同时单自由度式轮腿机器人对髋关节出力需求更大, 限制了机器人的最大越障高度。另外目前轮腿机器人的跳远动作常采用轮部与腿部解耦的方式, 通过轮部使机器人在起跳时刻具备足够的移动速度, 但机器人加速至指定速度需要足够的时间和起跳距离, 当机器人需要立刻起跳或没有足够的加速距离时, 其跳远功能将受到极大限制。为了解决以上问题, 本文的创新性工作体现在以下几方面: 首先提出了基于轮部作用的腾空相机身俯仰角控制算法, 补偿起跳过程中引入的 x 向位移和初速度, 保证机器人跳跃的稳定性; 然后提出了基于双质量块-非线性弹簧模型(以下简称非线性弹簧模型)的跳跃轨迹规划方法, 相比基于线性弹簧模型的规划方法, 该方法可以在髋关节出力相同的情况下实现更大的跳跃高度, 并且可以对跳跃轨迹进行更多的约束, 提升机器人的越障能力和可控性。最后设计了原地跳远算法, 缩短了机器人在相同跳跃高度下达到相同跳跃距离所需的起跳

时间和起跳距离,提升了机器人的跳远能力。

本文其余部分组织如下:第一部分介绍了机器人跳跃算法的控制架构和使用的机器人平台,并建立了所需运动学与动力学模型;第二部分详细介绍了基于非线性弹簧模型的轨迹规划、求解、映射方法以及轨迹跟踪控制算法;第三部分展示了原地调高、行进中跳跃以及原地跳远的仿真结果;第四部分总结了本文所述轨迹规划与控制算法的优缺点。

备注 1:首先通过查阅文献[21]确定了包含一次项和三次项的非线性弹簧表达式。在压缩量和压力相同的条件下合理设计弹簧的劲度系数可以储存更多的弹性势能,进而实现更大的跳跃高度,如式(1)所示

$$\begin{cases} F_1 = k\Delta l \\ F_2 = a\Delta l^3 + b\Delta l \\ E_1 = \frac{1}{2}k\Delta l^2 \\ E_2 = \frac{1}{4}a\Delta l^4 + \frac{1}{2}b\Delta l^2 \end{cases} \quad (1)$$

假设弹簧压缩量同为 Δl ,线性弹簧与非线性弹簧劲度系数分别为 k 、 a 、 b ,弹簧支持力分别为 F_1 、 F_2 ,储存的弹性势能分别为 E_1 、 E_2 ,令两个弹簧的支持力相等,则可以求得

$$k = a\Delta l^2 + b \quad (2)$$

此时两个弹簧弹性势能之差为

$$\Delta E = E_1 - E_2 = a\Delta l^4/4 \quad (3)$$

由式(3)可知,采用仅包含一次项和三次项的非线性弹簧模型不仅可以保证其出力的单调性,便于腿部通过轨迹跟踪实现跳跃功能,而且在压缩量和压力相同的情况下,若非线性弹簧劲度系数 $a < 0$,弹簧将储存更多的弹性势能,可以达到更大的跳跃高度。利用非线性弹簧的这一特性可以很好地解决单自由度式轮腿机器人最大越障高度受限的问题。

1 问题陈述

本节首先对本文提出的跳跃轨迹规划与控制方法进行简要介绍,对轨迹规划过程中涉及的参数进行说明。之后介绍了本文使用的单自由度式轮腿机器人平台并建立其运动学、单腿动力学以及腾空动力学模型。

1.1 虚拟模型跳跃轨迹规划与控制方法

在规划机器人跳跃轨迹时,将跳跃过程分为起跳相、团身相、着地准备相以及着地相四个阶段,

起跳相为机器人提供跳跃所需的动能;团身相通过规划上下质心的轨迹使机器人满足越障需求;着地准备相使轮部在着地时刻的下落速度归零,减小轮部与地面的冲击力;着地相完成机器人的落地缓冲动作并将机器人的姿态调整至初始跳跃状态,以便实现连续跳跃,如图 1 所示。

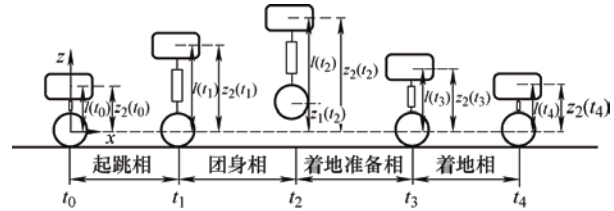


图 1 机器人跳跃阶段划分

根据图 1 对跳跃阶段的划分,定义各阶段的切换时刻分别为 $t_0 \sim t_4$,以 t_0 时刻轮部中心为坐标原点,对机器人和虚拟模型的参数定义如表 1 所示。

表 1 跳跃相关参数定义

名称	符号/单位	名称	符号/单位
下质量块横移距离	$x_1(t)/m$	补偿重力的支持力	F_m/N
下质量块上升距离	$z_1(t)/m$	质量块间的总支持力	F/N
上质量块横移距离	$x_2(t)/m$	机身俯仰角目标值	θ_l/rad
上质量块上升距离	$z_2(t)/m$	跳远目标俯仰角偏差	θ_b/rad
整体质心横移距离	$x_3(t)/m$	机身俯仰角设定值	θ_s/rad
整体质心上升距离	$z_3(t)/m$	机身俯仰角实际值	θ/rad
起跳相时间段	t_{01}/s	移动速度设定值	$v_s/(m \cdot s^{-1})$
团身相时间段	t_{12}/s	移动速度实际值	$v/(m \cdot s^{-1})$
着地准备相时间段	t_{23}/s	轮部输出力矩	$\tau_w/(N \cdot m)$
着地相时间段	t_{34}/s	髋关节输出力矩	$\tau_l/(N \cdot m)$
质量块质心距离	$l(t)/m$	设定的跳跃距离	x_s/m
质量块质心规划距离	$l_s(t)/m$	设定的越障高度	z_s/m
起跳相弹簧原长	l_1/m	起跳相弹簧劲度系数 1	$a_1/(N \cdot m^{-3})$
着地相弹簧原长	l_2/m	起跳相弹簧劲度系数 2	$b_1/(N \cdot m^{-1})$
轨迹规划的支持力	F_l/N	着地相弹簧劲度系数 1	$a_2/(N \cdot m^{-3})$
跟踪轨迹的支持力	F_e/N	着地相弹簧劲度系数 2	$b_2/(N \cdot m^{-1})$

针对单自由度腿部结构的轮腿机器人仅能实现 z 向轨迹规划的特点,首先通过轮部控制实现机身俯仰角全程可控,保证跳跃的稳定性。轮部着地时基于机身与轮部质心相对高度可变的两轮倒立摆模型^[22],采用基于增益调度的三环并行 PID 控制算法,直立环、转向环以及行走环 PID 分别实现对机器人俯仰角、偏航角以及行进速度的控制并且直立环与速度环的 PID 参数随髋关节角度变化;轮部腾空时基于腾空动力学模型,采用直立环 PID 控制算法,保证机身俯仰角按照既定目标值变化,见式(4)。

$$\begin{aligned}
\tau_w(t_{01}) &= \tau_w(t_{34}) = K_{p\theta 1}(\theta_4)[\theta - \theta_s(\theta_4)] + K_{d\theta 1}(\theta_4)\dot{\theta} \pm \\
&\quad [K_{p\delta}(\delta - \delta_s) + K_{d\delta}\dot{\delta}] + K_{pv}(\theta_4)(v - v_s) + \\
&\quad K_{iv}(\theta_4)\int_0^t (v - v_s)dt, t \in [t_0, t_1] \cup [t_3, t_4] \\
\tau_w(t_{13}) &= K_{p\theta 2}(\theta_4)[\theta - \theta_s(\theta_4)] + K_{d\theta 2}(\theta_4)\dot{\theta}, t \in (t_1, t_3)
\end{aligned} \quad (4)$$

采用临界比例度法对 PID 参数进行自整定^[23], 由表 2 中的经验公式得出 PID 控制器的最优参数。

表 2 Z-N 临界比例度法参数整定经验公式

参数	K_p	T_i	T_d
P 型控制器	$0.5 K_u$	无	无
PI 型控制器	$0.45 K_u$	$0.83 T_u$	无
PID 型控制器	$0.6 K_u$	$0.5 T_u$	$0.125 T_u$

腿部控制方面, 由于建立轮腿机器人整机动力

学模型的难度较高, 因此采用规划虚拟模型轨迹并映射至机器人关节空间的方法实现跳跃, 见图 2。

首先为了充分考虑机器人腾空过程中轮部的轨迹规划以及着地时刻轮部与地面的冲击力, 同时为了实现在相同髋关节力矩下更高的跳跃高度, 本文采用非线性弹簧模型作为轨迹规划的对象。由于机器人在自平衡时机身与腿部整体质心基本保持在轮部正上方, 因此将轮部视为下质量块, 其余质量视为上质量块。基于上述虚拟模型对上下质心轨迹进行规划可以得到上下质心高度差及其变化速度以及质量块间支持力关于时间的曲线。之后通过运动学模型将髋关节角度映射至虚拟模型空间, 在虚拟模型空间中运行轨迹跟踪算法得到双质量块间所需的支持力, 通过单腿动力学模型将该支持力映射回髋关节空间实现跳跃动作。

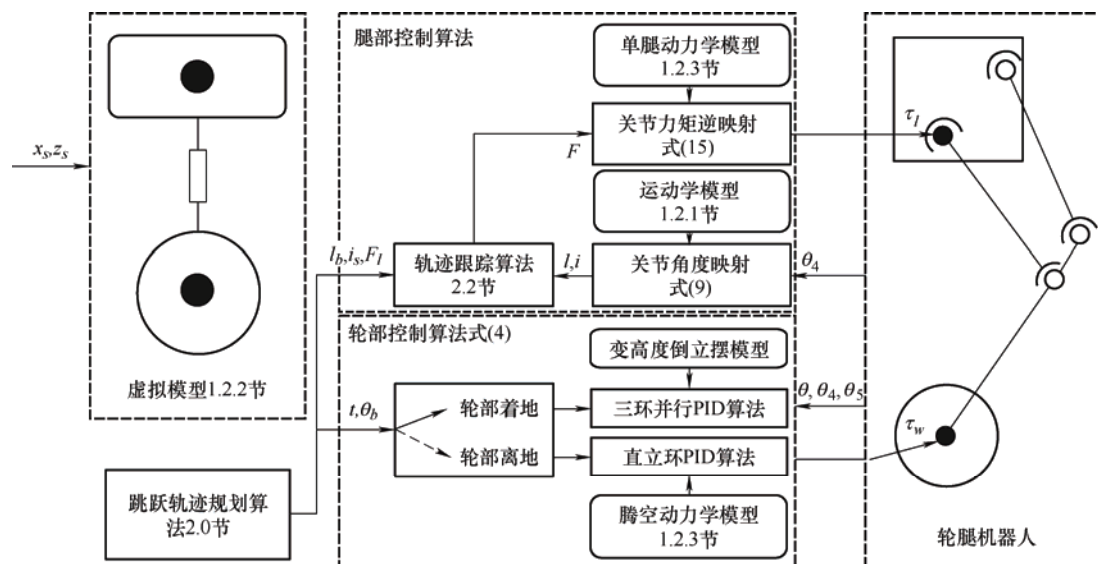


图 2 机器人跳跃控制架构

1.2 模型描述

本文使用的轮腿机器人平台参考 Ascento^[2]四连杆式腿部构型, 通过对各连杆长度及其与机身夹角等参数的设计, 实现了足末端近似直线的运动轨迹。机身与腿部整体质心位于轮部与髋关节中心连线附近, 保证机器人在高度调整过程中目标俯仰角在较小范围内变化, 如图 3 所示。

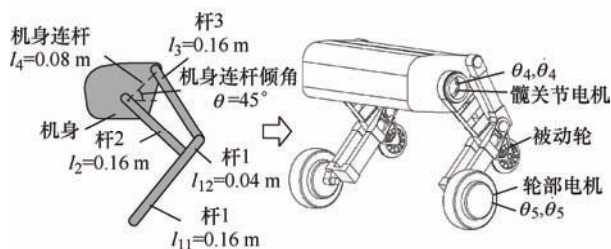


图 3 单自由度式轮腿机器人平台

根据三维模型确定机器人动力学参数见表 3。

表 3 轮腿机器人动力学参数

变量	符号/单位	变量	符号/单位
车轮半径	R/m	杆 2 质心长度	L_{m2}/m
车轮质量	m_w/kg	杆 3 质心长度	L_{m3}/m
下质量块质量	m_l/kg	机身质心长度	L_{m4}/m
杆 1 质量	m_{L1}/kg	杆 1 质心偏角	β_{m1}/rad
杆 2 质量	m_{L2}/kg	杆 2 质心偏角	β_{m2}/rad
杆 3 质量	m_{L3}/kg	杆 3 质心偏角	β_{m3}/rad
机身质量	m_b/kg	机身质心偏角	β_{m4}/rad
上质量块质量	m_s/kg	上质量块绕轮轴惯量	$I_2/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$
杆 1 质心长度	L_{m1}/m	轮部绕轮轴转动惯量	$I_1/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$

1.2.1 机器人运动学模型

以轮部中心为坐标原点建立机器人运动学模型如图 4 所示。通过运动学模型求解髋关节角度、角速度与虚拟模型上下质量块间距离及其变化速度的关系。 $\theta_2, \theta_3, \theta_4$ 间的关系可以通过对四边形内角求解，加速度关系需要利用连杆向量关系建立方程组

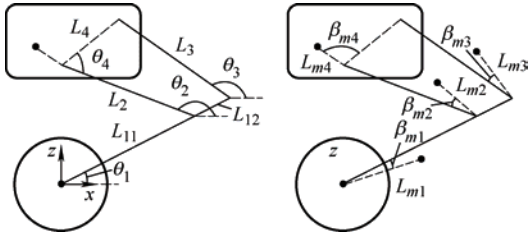


图 4 机器人运动学模型

$$\begin{aligned} L_2 \sin(\theta_2 - \theta_1) - L_4 \sin(\theta_2 + \theta_4 - \theta_1) \\ = L_3 \sin(\theta_3 - \theta_1) \\ L_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) - L_4 \cos(\theta_2 + \theta_4 - \theta_1) \\ = L_{12} + L_3 \cos(\theta_3 - \theta_1) \end{aligned} \quad (5)$$

将式(5)对 θ_4 分别求偏导并联立可求得 $\dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3$ 与 $\dot{\theta}_4$ 之间的关系

$$\begin{cases} \frac{\partial \dot{\theta}_2}{\partial \dot{\theta}_4} = \frac{-L_4 \sin(\theta_2 - \theta_3 + \theta_4)}{L_4 \sin(\theta_2 - \theta_3 + \theta_4) - L_2 \sin(\theta_2 - \theta_3)} \\ \frac{\partial \dot{\theta}_3}{\partial \dot{\theta}_4} = \frac{L_2 L_4 \sin \theta_4}{L_2 L_3 \sin(\theta_2 - \theta_3) - L_3 L_4 \sin(\theta_2 - \theta_3 + \theta_4)} \end{cases} \quad (6)$$

在图 4 坐标系中建立各连杆质心坐标

$$\begin{cases} x_{m1} = L_{m1} \cos(\theta_1 - \beta_{m1}) \\ z_{m1} = L_{m1} \sin(\theta_1 - \beta_{m1}) \\ x_{m2} = L_{11} + L_{m2} \cos(\theta_2 - \theta_1 - \beta_{m2}) \\ z_{m2} = L_{m2} \sin(\theta_2 - \theta_1 - \beta_{m2}) \\ x_{m3} = L_1 + L_{m3} \cos(\theta_3 - \theta_1 - \beta_{m3}) \\ z_{m3} = L_{m3} \sin(\theta_3 - \theta_1 - \beta_{m3}) \\ x_{m4} = L_{11} + L_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) - L_{m4} \cos \theta_5 \\ z_{m4} = L_2 \sin(\theta_2 - \theta_1) - L_{m4} \sin \theta_5 \end{cases} \quad (7)$$

式中, $\theta_5 = \theta_2 + \theta_4 - \theta_1 + \beta_{m4}$ 。

进而可以求得此时上质量块坐标如式(8)所示

$$\begin{cases} x_{ms} = \frac{2m_{L1}x_{m1} + 2m_{L2}x_{m2} + 2m_{L3}x_{m3} + m_{L4}x_{m4}}{2m_{L1} + 2m_{L2} + 2m_{L3} + m_{L4}} \\ z_{ms} = \frac{2m_{L1}z_{m1} + 2m_{L2}z_{m2} + 2m_{L3}z_{m3} + m_{L4}z_{m4}}{2m_{L1} + 2m_{L2} + 2m_{L3} + m_{L4}} \end{cases} \quad (8)$$

之后对式(8)求导并将式(6)代入得到上下质量块质心高度差及其变化速度如式(9)所示

$$\begin{cases} l(\theta_4) = \sqrt{x_{ms}^2(\theta_4) + z_{ms}^2(\theta_4)} \\ \dot{l}(\theta_4, \dot{\theta}_4) = \frac{x_{ms} \dot{x}_{ms} + z_{ms} \dot{z}_{ms}}{l(\theta_4)} \end{cases} \quad (9)$$

1.2.2 双质量块非线性弹簧虚拟模型

将轮毂电机视为下质量块，其余质量视为上质量块建立双质量块非线性弹簧动力学模型见图 5。

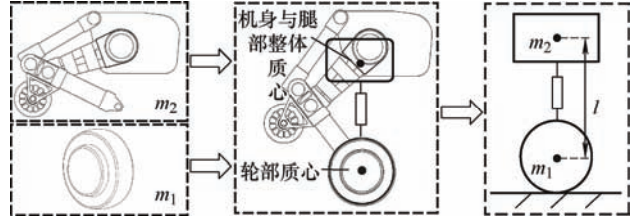


图 5 双质量块非线性弹簧动力学模型

由于本文轨迹规划过程中仅在起跳相和着地相采用了上述虚拟模型，此时下质量块始终与地面接触，高度与速度均为 0，因此仅需考虑上质量块的动力学模型，如式(10)所示

$$m_2 \ddot{z}_2(t) = a[l_0 - z_2(t)]^3 + b[l_0 - z_2(t)] - m_2 g \quad (10)$$

式中, l_0 为非线性弹簧原长, a, b 为非线性弹簧劲度系数。

1.2.3 单腿静力学模型

建立单腿静力学模型的目的是将双质量块非线性模型中弹簧的支持力映射至髋关节空间，使腿部能够跟踪虚拟模型规划轨迹完成跳跃动作。由于轮足在原地跳高和行进中跳跃动作时轮部加速度很小，并且腿部杆件的质量较轻，因此忽略杆件转动惯量以及轮部加速度的影响以简化计算。通过单腿静力学模型分析轮足自平衡状态下各杆件之间的受力情况，建立不同高度下关节出力与质量块间支持力的关系，如图 6 所示。

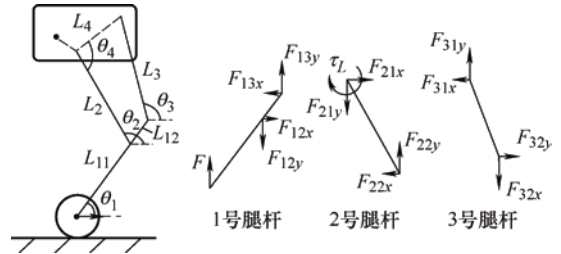


图 6 单腿静力学模型

忽略平衡控制中机身俯仰角的变化，由于机身与腿部整体质心始终在轮部中心的正上方，令式(8)中 $x_{ms} = 0$ 即可求得 1 号腿杆与地面夹角 θ_1 。为了方便计算，将二者关系进行拟合可得式(11)

$$\theta_1(\theta_4) = 0.251\theta_4^3 - 0.901\theta_4^2 + 1.933\theta_4 - 0.9329 \quad (11)$$

首先对1号腿杆进行受力分析如式(12)所示

$$\begin{cases} F_{12x} = F_{13x} \\ F + F_{13y} = F_{12y} \\ F_{13y} \tan[\theta_1(\theta_4) + \theta_2(\theta_4) - \pi/2] = F_{13x} \\ F_{13x} L_{12} \tan \theta_1(\theta_4) + F_{13y} L_{12} = F \cdot L_{11} \end{cases} \quad (12)$$

由式(12)可以求得

$$\begin{aligned} F_{13x} &= -F \cdot L_{11} \cot[\theta_1(\theta_4) + \theta_3(\theta_4)]/X \\ F_{13y} &= F \cdot L_{11}/X \\ F_{12x} &= F_{22x} = -F \cdot L_{11} \cot[\theta_1(\theta_4) + \theta_3(\theta_4)]/X \\ F_{12y} &= F_{22y} = F/X \cdot \\ \{L_1 - L_{12} \cot[\theta_1(\theta_4) + \theta_3(\theta_4)] \tan \theta_1(\theta_4)\} \end{aligned} \quad (13)$$

式中, $X = L_{12} \{1 - \cot[\theta_1(\theta_4) + \theta_3(\theta_4)] \tan \theta_1(\theta_4)\}$ 。

之后对2号腿杆进行受力分析, 见式(14)

$$\tau_L = F_{22y} L_2 \sin \theta_6 - F_{22x} L_2 \cos \theta_6 \quad (14)$$

式中, $\theta_6 = \theta_1 + \theta_2 - \pi/2$ 。

将式(13)代入式(14)可以求得质量块间支持力与髋关节力矩间的关系如式(15)所示

$$\begin{aligned} \tau_L &= FL_2 [L_{12} \cot(\theta_1 + \theta_3) \tan \theta_1 + L_{11} \cot(\theta_1 + \theta_3)] \\ \tan(\theta_1 + \theta_2) - L_1 / [L_{11} \cot(\theta_1 + \theta_3) \tan(\theta_1 + \theta_2)] \end{aligned} \quad (15)$$

1.2.4 腾空动力学模型

通过腾空动力学模型建立机器人腾空过程中轮部输出力矩与机身俯仰角加速度之间的关系, 设计轮部算法对腾空相机身俯仰角进行控制, 进而实现机器人的姿态稳定和原地跳远功能, 如图7所示。

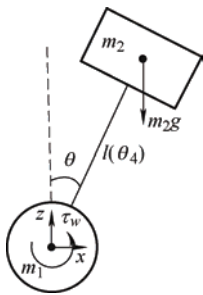


图7 腾空动力学模型

在腾空动力学模型中, 同样将机器人简化成两个距离可变的质量块, 忽略腿部动作对机身俯仰角的影响, 以轮部转动中心为坐标原点建立腾空动力学模型如式(16)所示

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\theta}_l \\ \ddot{\theta}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\theta}_l \\ \dot{\theta}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1/I_1 & 0 \\ 0 & 1/I_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_l \\ \tau_r \end{bmatrix} \quad (16)$$

式中, $a_{11} = \frac{g}{l(\theta_4)} + I_2(\theta_4)$ 。

2 基于虚拟模型的跳跃算法

本节首先在虚拟模型空间对图1划分的各个跳跃阶段进行轨迹规划, 得到起跳相和着地相中的弹簧劲度系数 a_1, b_1, a_2, b_2 以及腾空相和着地准备相中的上下质量块加速度曲线 $\ddot{z}_1(t), \ddot{z}_2(t)$, 之后利用上述参数求解上下质心轨迹随时间变化的曲线 $z_1(t), z_2(t)$, 介绍了虚拟模型与机器人模型间的映射关系并设计了轨迹跟踪控制算法。

2.1 虚拟模型跳跃轨迹规划

2.1.1 团身相轨迹规划

本文设计的跳跃轨迹规划方法从团身相开始, 团身相轨迹保证机器人整体质心达到最高点时, 上下质量块均达到预设高度

$$\begin{cases} \ddot{z}_1(t) = d_1 t^3 + d_2 t^2 + d_3 t \\ \ddot{z}_2(t) = \frac{-m_1 \ddot{z}_1(t) - m_1 g - m_2 g}{m_2} \end{cases} \quad (17)$$

若基于双质量块非线性弹簧模型, 难以求得理想的轨迹并且轮部能达到的最大高度受到限制。因此本文采用三次插值法对团身相下质量块的加速度进行规划, 如式(17)所示。假设机器人整体质心高度变化遵循抛物线轨迹, 则团身相经历的时间为 $t_{12} = t_2 - t_1 = \sqrt{2[z_3(t_2) - z_3(t_1)]/g}$, 约束条件如下

$$\begin{cases} z_1(t_2) = z_s \\ \dot{z}_1(t_2) = 0 \\ z_2(t_2) = l_s(t_2) + z_s \\ \dot{z}_2(t_2) = 0 \end{cases} \quad (18)$$

根据式(18)可以求得式(17)中三个设计参数 d_1, d_2, d_3 以及上质量块在团身相初始时刻的上升速度 $\dot{z}_2(t_1)$ 。

2.1.2 起跳相轨迹规划

根据团身相轨迹规划结果, 基于非线性弹簧模型规划起跳相的质心轨迹。为了方便机器人实现连续跳跃, 给定起跳相初始时刻弹簧长度 $l_s(t_0)$ 和结束时刻的弹簧长度 $l_s(t_1)$, 以起跳相弹簧原长 l_1 、弹簧劲度系数 a_1, b_1 为设计参数, 如式(19)所示

$$\begin{aligned} m_2 g [z_2(t_1) - z_2(t_0)] + \frac{1}{2} m_2 \dot{z}_2^2(t_1) &= \frac{1}{4} a_1 \{ [l_1 - z_2(t_0)]^4 - \\ [z_2(t_1) - l_1]^4 \} &+ \frac{1}{2} b_1 \{ [l_1 - z_2(t_0)]^2 - [z_2(t_1) - l_1]^2 \} \\ m_1 g &= a_1 [z_2(t_1) - l_1]^3 + b_1 [z_2(t_1) - l_1] \end{aligned}$$

$$F_{\max} = a_1[l_1 - z_2(t_0)]^3 + b_1[l_1 - z_2(t_0)] \quad (19)$$

第一个等式保证上质量块在起跳相结束时刻可以获得设定的上升速度 $\dot{z}_2(t_1)$ ；第二个等式保证起跳相结束时弹簧拉力与下质量块重力平衡；第三个等式约束了弹簧最大支持力，保证髋关节力矩不会超过电机的负载能力。若使用线性弹簧规划轨迹则无法在保证 $l_s(t_1)$ 的同时约束最大支持力，若将 $l_s(t_1)$ 作为设计参数，则需要放弃约束上质量最大高度 $z_2(t_2)$ ，证明了非线性弹簧在轨迹规划中的灵活性。

2.1.3 着地准备相轨迹规划

为了减小机器人着地时轮部所受的冲击，着地准备相的规划目标是使下质量块的最终速度 $\dot{z}_1(t_3)$ 为 0，同时下落的过程中下质量块的高度不能小于 0。同样采用三次插值法对轨迹进行规划，见式(20)

$$\begin{cases} \ddot{z}_1(t) = d_4 t^3 + d_5 t^2 + d_6 t \\ \ddot{z}_2(t) = \frac{-m_1 \ddot{z}_1(t) - m_1 g - m_2 g}{m_2} \end{cases} \quad \text{s.t.} \quad \begin{cases} z_1(t_3) = 0 \\ \dot{z}_1(t_3) = 0 \\ z_2(t_3) = l_s(t_3) \\ \dot{z}_2(t_3) = -\dot{z}_2(t_1) \\ z_1(t) \geq 0 \end{cases} \quad (20)$$

2.1.4 着地相轨迹规划

着地相轨迹规划的目标是使机器人在结束时的姿态与起跳相初始时刻保持一致，以便机器人实现连续跳跃。着地准备相结束时下质量块的速度 $\dot{z}_1(t_4)$ 为 0。同时当上质量块达到初始跳跃高度 $z_2(t_4)$ 时，其速度 $\dot{z}_2(t_4)$ 也衰减至 0。因此，着地相的轨迹规划如式(21)所示

$$\begin{aligned} m_1 g &= a_2[l_s(t_3) - l_2]^3 + b_2[l_s(t_3) - l_2] \\ m_2 g[z_2(t_3) - z_2(t_4)] + \frac{1}{2} m_2 \dot{z}_2^2(t_3) &= \frac{1}{4} a_2\{[l_2 - l_s(t_4)]^4 - \\ &\quad [l_2 - l_s(t_4)]^4\} + \frac{1}{2} b_2\{[l_2 - l_s(t_4)]^2 - [l_2 - l_s(t_4)]^2\} \\ F_{\max} &= a_2[l_2 - l_s(t_4)]^3 + b_2[l_2 - l_s(t_4)] \end{aligned} \quad (21)$$

2.1.5 原地跳远轨迹规划

假设起跳时轮部没有初始移动速度且腾空之后没有收腿动作，此时根据给定的跳跃高度 z_s 可以求得初始 z 向速度和滞空时间，结合给定的跳跃距离可以求得初始 x 向速度，进而可知起跳时的俯仰角度，如式(22)所示。

$$\begin{cases} t_{12} = \sqrt{\frac{2[z_s - z_3(t_1)]}{g}} \\ \dot{z}_3(t_1) = \frac{m_2 \sqrt{2g[z_s - z_3(t_1)]}}{m_1 + m_2} \\ \dot{x}_3(t_1) = \frac{x_s}{2t_{12}} \\ \theta_b = \arctan\left[\frac{\dot{x}_3(t_1)}{\dot{z}_3(t_1)}\right] \end{cases} \quad (22)$$

起跳相与着地相轨迹规划过程中需要考虑俯仰角偏置的影响，如式(23)所示

$$\begin{aligned} m_2 g[z_2(t_1) - z_2(t_0)] \cos \theta_b + \frac{1}{2} m_2 \dot{z}_2^2(t_1) &= \frac{1}{4} a_1\{[l_1 - z_2(t_0)]^4 - \\ &\quad [z_2(t_1) - l_1]^4\} + \frac{1}{2} b_1\{[l_1 - z_2(t_0)]^2 - [z_2(t_1) - l_1]^2\} \\ m_1 g &= \{a_1[z_2(t_1) - l_1]^3 + b_1[z_2(t_1) - l_1]\} \cos \theta_b \\ F_{\max} &= a_1[l_1 - z_2(t_0)]^3 + b_1[l_1 - z_2(t_0)] \end{aligned} \quad (23)$$

另外，原地跳远过程中通过轮部控制腾空过程中机身的俯仰姿态，需要分别设定四个阶段的目标俯仰角，同时为了尽量减小滞空时间的误差，着地时机身俯仰姿态与起跳时需保持对称，见式(24)

$$\theta_s(t) = \begin{cases} \theta_t(\theta_4) + \theta_b, t \in [t_0, t_1] \\ \theta_t(\theta_4), t \in (t_1, t_2] \\ \theta_t(\theta_4) - \theta_b, t \in (t_2, t_3] \\ \theta_t(\theta_4), t \in (t_3, t_4) \end{cases} \quad (24)$$

2.2 腿部轨迹跟踪算法

2.2.1 虚拟模型上下质心轨迹求解

在团身相与着地准备相中，轨迹规划的结果是上下质量块的加速度与时间的曲线，对该曲线进行二次积分即可求得规划的轨迹。但在起跳相和着地相中，规划的结果是非线性弹簧的两个劲度系数，根据建立的非线性弹簧动力学模型，得到规划轨迹需要求解二阶非线性微分方程。

首先对式(7)进行降阶处理可得

$$\frac{1}{2} m_2 p^2 = C - \frac{1}{4} a[l_0 - z_2(t)]^4 - \frac{1}{2} b[l_0 - z_2(t)]^2 - m_2 g z_2(t) \quad (25)$$

式中， $p = dz_2(t)/dt$ 。

将弹簧初始长度代入即可求得常数项 C ，之后整理式(25)可得

$$\begin{aligned} \dot{z}_2(t) &= \\ &\sqrt{\frac{4C - a(l_0 - z_2(t))^4 - 2b(l_0 - z_2(t))^2 - 2gz_2(t)}{2m_2}} \end{aligned} \quad (26)$$

对式(26)进行迭代即可求得规划轨迹。

2.2.2 虚拟模型空间与关节空间映射关系

前文基于运动学模型建立了髋关节角度、角速度与上下质量块质心高度差及其变化速度间的映射关系,详见式(9);基于单腿动力学模型建立了髋关节力矩与上下质量块间支持力的映射关系,详见式(15)。

$$\begin{aligned} l(\theta_4) &= 0.1098\theta_4^3 - 0.5559\theta_4^2 + 1.128\theta_4 - 0.6153 \\ \theta_i(\theta_4) &= -3.097\theta_4^5 + 22.11\theta_4^4 - 63.671\theta_4^3 + 92.4675\theta_4^2 - \\ &\quad 67.8281\theta_4 + 20.1129 \\ F(\theta_4) &= \tau(-31.9598\theta_4^5 + 199.4072\theta_4^4 - 489.44\theta_4^3 + \\ &\quad 585.9075\theta_4^2 - 330.942\theta_4 + 71.8476) \\ \tau(\theta_4) &= F \cdot (-0.4341\theta_4^5 + 3.622\theta_4^4 - 11.875\theta_4^3 + \\ &\quad 19.2966\theta_4^2 - 15.7228\theta_4 + 5.3206) \end{aligned} \quad (27)$$

但是由于本文使用的机器人腿部采用并联结构,将质心高度差变化速度映射至关节空间难度较大,因此将髋关节角度和角速度映射至虚拟模型空间,在虚拟模型空间建立轨迹跟踪算法,得到质量块之间的目标支持力后映射至髋关节空间。由于解析结果较为复杂,并且由于腿部采用单自由度结构,拟合结果与解析结果具有较高的一致性。因此为了降低计算代价,仿真过程中利用拟合结果代替解析结果,如式(27)所示。

2.2.3 轨迹跟踪控制算法

本文设计了三种轨迹跟踪控制算法,具体实现方法如图 8 所示。

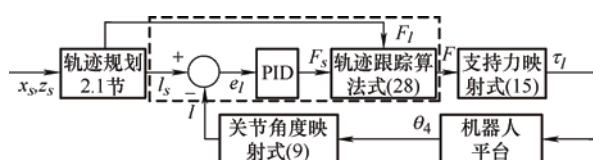


图 8 轨迹跟踪控制算法

第一种是轨迹映射控制算法,将髋关节角度映射至虚拟模型空间,通过轨迹跟踪加前馈力矩补偿算法计算得到质量块间的支持力并映射至髋关节空间实现跳跃;第二种是力映射控制算法,即将规划结果中质量块间的支持力直接映射至髋关节空间中实现跳跃;第三种是力位混合控制算法,将虚拟模型中轨迹跟踪算法求得的支持力与规划的支持力求和后映射至髋关节空间实现跳跃,如式(28)所示

$$\begin{cases} \text{位置映射法: } F = F_s + F_m \\ \text{力映射法: } F = F_l = \begin{cases} a[l(t) - l_0]^3 + b[l(t) - l_0], & t \in [t_0, t_1] \cup [t_3, t_4] \\ -m_1 g - m_1 \ddot{z}_1(t), & t \in (t_1, t_3) \end{cases} \\ \text{力位混合法: } F = F_s + F_l \end{cases}$$

$$\text{s.t. } F_m = \begin{cases} m_2 g, & t \in [t_0, t_1] \cup [t_3, t_4] \\ -m_1 g, & t \in (t_1, t_3) \end{cases} \quad (28)$$

3 跳跃仿真

通过 Simulink-Adams 联合仿真验证上述轨迹规划算法的正确性,首先将轮腿机器人三维模型导入 Adams 中进行前期处理,将得到的动力学模型导入 Simulink 中,建立机器人控制系统。

3.1 不收腿跳跃仿真

分别基于线性弹簧模型和非线性弹簧模型的轨迹规划结果进行不收腿跳跃仿真,对比两种模型达到相同越障高度时对髋关节的出力需求。设定目标越障高度分别为 0.02 m、0.04 m、0.06 m,按照第 2.1.2 节所述的方法对起跳相进行规划,起跳相结束后上下质量块间的目标距离保持不变,采用力位混合方法进行跳跃控制,如图 9 所示,跳跃结果如表 4 所示。

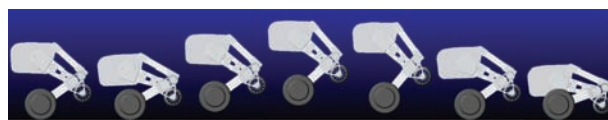


图 9 轮腿不收腿跳跃仿真效果

表 4 两种弹簧模型跳跃效果对比

弹簧类型	越障高度/m	劲度系数/(N·m ⁻¹)	劲度系数/(N·m ⁻¹)	最大支持力/N	实际高度/m
线性弹簧	0.02	—	3 028.2	265.68	0.020 1
	0.04	—	3 714.2	334.28	0.040 1
	0.06	—	4 400.2	402.88	0.060 2
非线性弹簧	0.02	-307 740	4 080.6	140	0.020 2
	0.04	-384 000	5 140	170	0.040 2
	0.06	-461 140	6 202	200	0.060 5
	0.16	-742 000	11 100	400	0.161 1

由表 4 可知,轮部越障高度控制误差在 1% 以内。在相同越障高度的条件下,非线性弹簧所需的最大支持力远远小于线性弹簧,设定机器人最大越障高度为 0.06 m 时,线性弹簧模型需要腿部提供 402.88 N 的支持力,而非线性弹簧模型仅需要提供 200 N 的支持力,进一步设定非线性弹簧模型最大支持力为 400 N 时,机器人的越障高度达到了 0.16 m,远大于线性弹簧模型 0.06 m 的

越障高度，证明了双质量块非线性弹簧模型可以明显降低髌关节最大出力，提升电机力矩的利用率。

3.2 完整规划轨迹跳跃仿真

本节以越障高度 0.1 m 为例对非线性弹簧模型完整跳跃轨迹进行规划，轨迹规划约束条件见表 5。

表 5 轨迹规划约束条件

	$z_1(t)$ /m	$z_2(t)$ /m	$z_3(t)$ /m	$\dot{z}_1(t)$ /(m·s ⁻¹)	$\dot{z}_2(t)$ /(m·s ⁻¹)	$\dot{z}_3(t)$ /(m·s ⁻¹)
t_0	0	0.080	0.054	0	0	0
t_1	0	0.160	0.107	0	1.784	1.197
t_2	0.100	0.220	0.181	0	0	0
t_3	0	0.160	0.107	0	-1.784	-1.197
t_4	0	0.080	0.054	0	0	0

依据表 5 中的规划参数计算跳跃轨迹，最终以时间为横坐标对轨迹规划结果进行拟合处理得到上下质量块质心以及机器人整体质心的高度轨迹如图 10 所示，质量块之间的支持力如图 11 所示。

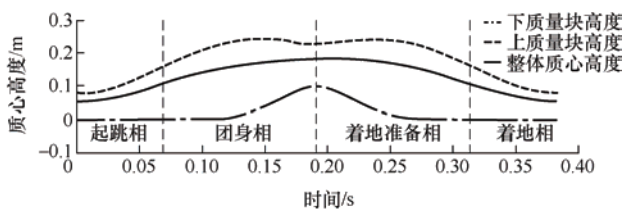


图 10 质心规划轨迹曲线

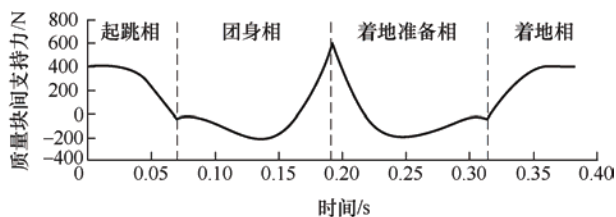


图 11 质量块间支持力规划曲线

完整轨迹对腾空相轮部轨迹进行了规划，进一步提升了机器人的越障高度，整体效果见图 12。



图 12 完整规划轨迹跳跃仿真效果

分别在不同控制频率下采用前文所述的三种轨迹跟踪方法实现机器人的跳跃动作，结果见表 6。

表 6 不同控制频率下轨迹跟踪算法偏差对比

	控制频率/Hz	$z_3(t_2)$ /m	$z_2(t_2)$ /m	$z_1(t_2)$ /m	$z_3(t_3)$ /m	$z_1(t_3)$ /m
位置映射	100	0.007 1	0.006 0	0.009 5	0.031 9	0.015 9
	200	0.003 3	0.002 7	0.004 8	0.025 1	0.009 1
	300	0.002 2	0.001 4	0.004 1	0.022 5	0.006 9
	500	0.001 1	0.000 9	0.001 6	0.021 0	0.004 7
力映射	100	0.040 9	0.039 4	0.044 0	0.076 6	0.099 1
	200	0.027 6	0.028 4	0.026 1	0.044 8	0.036 9
	300	0.022 5	0.026 4	0.014 6	0.037 4	0.021 4
	500	0.019 2	0.026 5	0.004 3	0.024 3	0.037 4
力位混合	100	0.018 0	0.017 8	0.018 5	0.029 7	0.019 1
	200	0.009 4	0.010 4	0.007 4	0.012 9	0.001 7
	300	0.009 8	0.011 1	0.007 4	0.014 1	0.003 5
	500	0.005 6	0.007 1	0.002 6	0.014 4	0.006 7

仿真结果验证了本文轨迹规划方法的正确性，根据表 6 进一步比较不同控制频率下三种轨迹跟踪方法的控制精度可知，三种控制方法中力映射法的控制精度最低，位置映射法对于轮部高度的控制精度最高，而力位混合控制对各质心高度的综合控制精度最高；当控制频率大于 100 Hz 时，位置映射与力位混合控制的整体误差可以控制在 2 cm 以内，轮部高度误差可以控制在 8 mm 以内；当控制频率达到 500 Hz 时，轮部高度的控制误差在 3 mm 以内。三种方法均可以跃过设定障碍高度，若仅需要跃过指定高度，位置映射法的效果最优；若需要限制跳跃过程中机身的最大高度，则力位混合控制算法效果更佳，控制频率应当大于 200 Hz。

3.3 行进中跳跃仿真

轮腿机器人行进过程中跳跃在轨迹规划方面与第 3.2 节一致，根据给定的越障高度计算得到腿部规划轨迹和机器人滞空时间，结合给定的跳跃距离可以求得起跳时所需的移动速度。仿真中首先使机器人达到预设的移动速度，当机器人进入匀速运动状态后通过轨迹跟踪算法控制腿部实现机器人行进中跳跃，整体效果如图 13 所示。

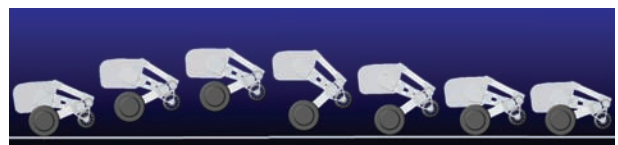


图 13 行进中跳跃仿真效果

设定机器人的跳跃高度与距离均为 0.1 m，根据跳跃高度计算跳跃持续时间为 0.244 4 s，再结合跳跃距离可得初始移动速度应为 0.409 2 m/s。仿真开

始后机器人首先通过腿部位置控制使弹簧长度达到 0.08 m, 设置目标移动速度, 当机器人完成加速进入匀速运动状态时, 采用位置映射法实现跳跃动作, 记录机器人的跳跃高度和距离, 如表 7 所示。

表 7 行进中跳跃仿真结果

	x_s/m	$\dot{x}_3(t_1)/(m \cdot s^{-1})$	$z_1(t_2)/m$	$z_1(t_3)/m$
设定值	0.100 0	0.409 2	0.100 0	0
实际值	0.134 7	0.413 2	0.102 2	0.005 5
偏差值	0.034 7	0.004 0	0.002 2	0.005 5
偏差率(%)	34.700	0.978	2.200	—

由表 7 可知, 行进中跳跃对跳跃距离的预测精度在 3.5 cm 以内, 对于越障高度的预测精度在 2.5 mm 以内。通过和表 6 中的结果对比可知, 行进中跳跃高度与原地跳跃高度结果基本一致, 说明当机器人在匀速运动状态下起跳时, 轮部动作与腿部跳跃动作解耦, 行进速度不影响机器人跳跃高度。

3.4 原地跳远仿真

本文提出的轮腿原地跳远算法使机器人在质心前倾的状态下起跳, 腾空过程中通过轮部控制使机身俯仰姿态按照既定目标值调整, 整体跳跃效果如图 14 所示。



图 14 原地跳远仿真效果

以跳跃高度为 0.1 m, 跳跃距离为 0.05 m 为例, 腾空过程中机器人不进行收腿动作, 采用力位混合控制实现跳跃动作, 轨迹规划与仿真结果见表 8。

表 8 原地跳远仿真结果

参数	设定值	实际值	偏差值	偏差率(%)
$z_1(t_2)/m$	0.100 0	0.111 1	0.011 1	11.10%
$z_2(t_2)/m$	0.280 0	0.297 4	0.017 4	6.21%
$z_3(t_2)/m$	0.220 8	0.236 2	0.015 4	6.94%
$z_1(t_3)/m$	0.000 0	0.001 1	0.001 1	—
$z_2(t_3)/m$	0.180 0	0.183 4	0.003 4	1.89%
$z_3(t_3)/m$	0.120 8	0.123 5	0.002 6	2.18%
t_{13}/s	0.299 2	0.299 0	-0.000 2	-0.07%
x_s/m	0.050 0	0.179 4	0.129 4	258.80%
$\dot{x}_3(t_1)/(m \cdot s^{-1})$	0.000 0	0.299 3	0.299 3	—

由图 14 可知, 轮部可以在机器人腾空的过程中起到稳定的作用, 通过单环 PID 控制算法可以实现对腾空相机身俯仰角的准确控制。但由表 8 可知, 偏置机身目标俯仰角后机器人将向一个方向加速运动, 当开启跳跃动作时, 机器人已经具备了一定的初始移动速度, 严重影响了跳跃距离的准确度, 若去掉初始移动速度的影响后, 跳跃距离的偏差为 3.9 cm, 另外相比于原地跳跃, 越障高度的控制误差增大到了 1.11 cm。不过相比于行进中跳跃, 本文设计的地跳远控制算法实现了更大的跳跃距离, 对提升机器人跳跃性能具有重要意义。

4 结论

(1) 提出了一种基于双质量块非线性弹簧模型的跳跃轨迹规划方法, 在虚拟模型空间进行轨迹跟踪控制后将支持力映射至髋关节空间实现跳跃动作。相比于基于线性弹簧的轨迹规划方法, 该方法不仅在轨迹规划方面更加灵活, 并且可以在髋关节出力相同的条件下实现更高的跳跃高度。

(2) 设计了基于腾空动力学模型的姿态控制算法不仅可以保证跳跃过程中机身俯仰角始终可控, 提升单自由度轮腿机器人的跳跃稳定性; 进一步利用轮部对姿态的控制作用设计了原地跳远算法, 使机器人可以在更短的起跳距离和起跳时间内达到相同的跳跃距离。

(3) 建立了虚拟样机模型, 进行了不收腿跳跃、原地跳跃、行进中跳跃以及原地跳远仿真试验, 验证了轨迹规划与跟踪算法的可行性。仿真结果表明当控制频率大于 200 Hz 时, 位置映射法和力位混合法可以保证轮部高度误差在 3 mm 以内, 但原地跳远的控制精度有待提升。

参 考 文 献

- [1] 汪步云, 彭稳, 梁艺, 等. 全地形移动机器人悬架机构设计及特性分析[J]. 机械工程学报, 2022, 58(9): 71-86.
WANG Buyun, PENG Wen, LIANG Yi, et al. Characteristics analysis and optimization design of suspension mechanism of all-terrain mobile robot[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2022, 58(9): 71-86.

- [2] QIANG R, WU J, YAO Y A. Design and analysis of a multi-legged robot with pitch adjustive units[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2021, 34(3): 64-81.
- [3] ZHENG Y, XU K, TIAN Y, et al. Bionic design and analysis of a novel quadruped robot with a multistage buffer system[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2022, 35(2): 32-52.
- [4] Boston Dynamics. About handle[OL]. (2019-11-22) [2019-11-25]. <http://www.bostonDynamics.com/handle>.
- [5] KLEMM V, MORRA A, SALZMANN C, et al. Ascento: A two-wheeled jumping robot[C]// 2019 International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2019: 515-7521.
- [6] KLEMM V, MORRA A, GULICH L, et al. LQR-Assisted whole-body control of a wheeled bipedal robot with kinematic loops[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2020, 5(2): 3745-3752.
- [7] CUI L, WANG S, ZHANG J, et al. Learning-Based balance control of wheel-legged robots[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2021, 6(4): 7667-7674.
- [8] 王振楠. 液压单腿机器人的设计与竖直跳跃控制研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2018.
- WANG Zhenan. Design of hydraulic single leg robot and research on vertical jump control[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2018.
- [9] 高得胜. 气动双关节弹跳腿跳跃机理与实验研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2021.
- GAO Desheng. Jumping mechanism and experimental study of pneumatic double joint spring leg[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2021.
- [10] HUTTER M, REMY C D, HOEPFLINGER M A, et al. High compliant series elastic actuation for the robotic leg ScarLETH[M]. World Scientific Publishing, 2011.
- [11] 陈志伟. 液压驱动单腿跳跃机器人控制系统研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2016.
- CHEN Zhiwei. Research on control system of hydraulically actuated single-legged hopping robot[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2016.
- [12] TERRY P, PIOVAN G, BYL K. Towards precise control of hoppers: using high order partial feedback linearization to control the hopping robot FRANK[C]// 2016 IEEE 55th Conference on Decision and Control(CDC). IEEE, 2016: 6669-6675.
- [13] SEMINI C, TSAGARAKIS N G, GUGLIELMINO E, et al. Design of HyQ – a hydraulically and electrically actuated quadruped robot[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, 2011, 225(6): 831-849.
- [14] MATHIS F B, MUKHERJEE R. Apex height control of a two-mass robot hopping on a rigid foundation[J]. Mechanism & Machine Theory, 2016, 105: 44-57.
- [15] 单开正, 于海涛, 韩亮亮, 等. 近似直驱双足机器人跳跃运动非线性优化及试验验证[J]. 机械工程学报, 2021, 57(13): 153-162.
- SHAN Kaizheng, YU Haitao, HAN Liangliang, et al. Nonlinear optimization and experimental validation of a quasi-direct-drive bipedal robot's jumping motion[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2021, 57(13): 153-162.
- [16] 于建均, 张远, 左国玉, 等. 基于 ZMP 判据的仿人机器人步态模仿[J]. 北京工业大学学报, 2018, 44(9): 1187-1192.
- YU Jianjun, ZHANG Yuan, ZUO Guoyu, et al. Humanoid robot gait imitation based on ZMP criterion[J]. Journal of Beijing University of Technology, 2018, 44(9): 1187-1192.
- [17] 樊一霄. 轮腿机器人跳跃控制研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2020.
- FAN Yixiao. Research on the jumping control of the wheel-legged robot[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2020.
- [18] Li X, FAN Y, YU H, et al. Stable jump control for the wheel-Legged robot based on TMS-DIP model[J]. Industrial Robot, 2022, 49(2): 212-225.
- [19] 于洪阳. 液压双足轮腿机器人跳跃控制研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2021.
- YU Haoyang. Research on the jump control of hydraulic wheel-leg biped robot[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2021.
- [20] CHEN H, WANG B, HONG Z, et al. Underactuated motion planning and control for jumping with wheeled-bipedal robots[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2020, 6(2): 747-754.
- [21] 罗尧, 王慧. 非线性弹簧阻尼减振装置的研究[J]. 物理与工程, 2011, 21(5): 4.
- LUO Yao, WANG Hui. Study of the nonlinear damping spring shock absorbers[J]. Physics and Engineering, 2011, 21(5): 4.
- [22] 蔡春山, 王佐勋. 基于 LQR 的两轮机器人的平衡控制[J]. 齐鲁工业大学学报, 2018, 32(1): 55-60.

CAI Chunshan, WANG Zuoxun. Balance control of two-wheeled robot based on LQR[J]. Journal of Qilu University of Technology, 2018, 32(1): 55-60.

[23] 闻双云. 两轮自平衡小车控制算法的研究与优化[D]. 长春: 吉林大学, 2017.

WEN Shuangyun. The research and optimization on control algorithm of two-wheeled self-balance vehicle[D].

Changchun: Jilin University, 2017.

作者简介: 高靖松, 男, 1995 年出生, 博士研究生。主要研究方向为轮腿式自平衡机器人。

E-mail: 19B908036@stu.hit.edu.cn

金弘哲(通信作者), 男, 1976 年出生, 博士, 副教授, 博士研究生导师。主要研究方向为独轮机器人、变刚度柔性关节设计及其控制理论、冗余度机器人操作臂。

E-mail: hongzhejin@hit.edu.cn