**经典倒立摆数学模型**

倒立摆系统是一种多变量、非线性、不稳定的耦合欠驱动机械系统，被广泛地应用于控制理论的教学、实验和验证控制算法的有效性。倒立摆的稳摆控制方法在军工、航天、机器人领域和工业工程上具有很广泛的用途，如人型机器人行走过程中的平衡控制、火箭发射中的垂直度控制和卫星的姿态控制等这些类似于倒立摆的重心在上，支点在下的倒置控制问题。

图示, 工程绘图

描述已自动生成

图3.1（a）为倒立摆系统简化模型图，图3.1（b）为倒立摆系统受力分析图。

在图 1 中，

|  |  |
| --- | --- |
| F | 施加在小车上的驱动力 |
| x | 小车的位移 |
| M | 小车的质量 |
| m | 摆杆质量 |
| b | 小车移动的摩擦系数 |
| I | 摆杆绕其质心的转动惯量（I = 1/(3ml^2) |
| η | 摆杆转动阻力矩系数 |
| θ | 摆杆与竖直向下方向的夹角 |
| Φ | 摆杆与竖直向上方向的夹角（逆时针为正） |

依据牛顿力 学与运动定理，推导直线倒立摆系统的动力学方程的过程如下：

分析小车在水平方向上受力平衡

分析摆杆在水平方向上受力平衡，可得

（1）、（2）方程中的 N 为滑块与摆杆水平方向间的相互作 用力，联立（1）、（2）两个方程消除N，得到一级直线倒立摆 的第一个非线动力学模型方程

分析摆杆在竖直方向上受力平衡，可得

分析摆杆绕其质心的力矩平衡，可得

（2）、（4）、（5）方程中的 N、P 为滑块与摆杆间水平、 竖直方向间的相互作用力，联立（2）、（4）、（5）三个方程消除 P、N，得到一级直线倒立摆第二个非线动力学模型方程

倒立摆稳摆控制是在 -0.3rad < Φ <0.3rad,此时摆角 Φ 很小，则有:

因此，可对倒立摆系统非线性动力学方程（3） 与（6）进行线性化处理，得到一级直线倒立摆系统线性化动力学方程

记状态向量

与u=F

根据方程组（7） 可得到一级直线倒立摆系统的状态空间方程如下：

式中：

对自主设计的平衡步兵结构进行测量，得到系统的物理参数及物理意义见表

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 符号 | 物理意义 | 单位 | 数值 |
| M | 小车质量 | kg | 1.6 |
| m | 摆杆质量 | kg | 15 |
| l | 摆杆质心到转轴距离 | m | 0.15 |
| g | 重力加速度 | m's^-2 | 9.8 |
| b | 小车运动摩擦力系数 |  | 0.1 |
| η | 摆杆旋转阻力矩系数 |  | 0.01 |
|  |  |  |  |

把表 1 中倒立摆系统物理参数代入式（9）与式（10）(使用matlab计算)

|  |
| --- |
| clc  m = 1.6; %车轮的质量  M = 15; %车体的质量  l = 0.15; %摆杆质心到转轴距离  g = 9.8; %重力加速度  b = 0.1; %小车运动摩擦力系数  n = 0.01; %摆杆旋转阻力矩系数  A = [0 1 0 0;  0 -4\*b/(4\*M+m) 3\*m\*g/(4\*M+m) 3\*n/(4\*M+m);  0 0 0 1;  0 -3\*b/(4\*M\*l+m\*l) 3\*g\*(M+m)/(4\*M\*l+m\*l) -3\*n\*(M+m)/(4\*M\*l\*l+m\*m\*l\*l)  ]  B = [0 4/(4\*M+m) 0 3/(4\*M\*l+m\*l)].'  C = [1 0 0 0 ;  0 0 1 0]  D = [0 0].' |

得到倒立摆系统矩阵 A，输入矩阵 B 如下：

**Simscape 仿真建模**

图示

描述已自动生成

图形用户界面, 文本, 应用程序

描述已自动生成

图示, 示意图

描述已自动生成

日程表

描述已自动生成