

# 计算机图形学5月报告

---

作者:殷天润

电子邮箱:[171240565@smail.nju.edu.cn](mailto:171240565@smail.nju.edu.cn)

## 计算机图形学5月报告

综述

算法介绍

直线生成

DDA算法

Bresenham算法

多边形的生成

椭圆的生成 中点圆生成算法

曲线的生成

Bezier曲线

B样条曲线

图元的平移

图元的旋转

图元的缩放

线段的裁剪

Cohen-Sutherland算法

Liang-Barsky 算法

额外的一些算法

多边形填充(扫描线算法)

多边形裁剪(Cohen-Sutherland算法)

镜像变换

系统介绍

CLI

GUI

概述

代码结构:

主要布局

画布部分

主题部分

总结

参考文献

## 综述

---

本实验主要为了实现一个图形绘制系统，主要内容包括了底层算法实现，命令行系统完善和图形界面系统(pyqt)的实现;

根据大实验的具体要求，主要通过Python3完成了以下模块的内容:

- 核心算法模块:cg\_algorithm.py(除Liang-Barsky完成)
- 命令行界面程序:cg\_cli.py(完成)
- 用户交互界面(待做)

## 算法介绍

---

# 直线生成

## DDA算法

DDA算法是计算机图形学基本的绘制直线算法,主要的思想来源于 $y = kx + b$ ,显然,已知两个端点 $(x_0, y_0), (x_1, y_1)$ 就可以知道k和b具体的值;

在已知k,b的情况下,只需要知道x,y中的一个就可以通过直线公式求到另一边的值;假设已知x,那么 $y=kx+b$ ;假设已知y,那么 $x=(1/k)*(y-b)$

实际操作中绘画直线是一个迭代的过程,如果使用DDA算法,相对于前一个点 $(x_i, y_i)$ ,后一个点 $(x_{i+1}, y_{i+1})$ 可以记作:

- $x_{i+1} = x_i + xStep$
- $y_{i+1} = y_i + yStep$

yStep,xStep即步长是通过 $dx = abs(x_0 - x_1), dy = abs(y_0 - y_1)$ 的比较确定的:

- 如果 $dx > dy$ ,那么说明x轴方向上面两个点的距离更远,那么设置 $xStep = 1, yStep = k$
- 反之,说明y轴方向上面两个点的距离更远,设置 $xStep = 1/k, yStep = 1$

当然在具体实现上面还需要考虑斜率为正无穷的情况和斜率为0的情况,这个时候进行特判就可以实现了;

不考虑上述情况的伪代码如下:(参考了Youtube)

```
1  Algorithm DDA(x1,y1,x2,y2){
2      dx=x2-x1;
3      dy=y2-y1;
4      if(abs(dx)>abs(dy)){
5          step=abs(dx);
6      }else{
7          step=abs(dy);
8      }
9      xStep=dx/step;
10     yStep=dy/step;
11     for(int i=1;i<=step;i++){
12         putpixed(x1,y1);
13         x=x1+xStep;
14         y=y1+yStep;
15     }
16 }
```

## Bresenham算法

DDA算法具有的弊端在于浮点数运算的速度一般比较慢,Bresenham的好处就在于仅仅才用了整数增量运算;

下面进行Bresenham算法的推导:

假设起点是 $(x_0, y_0)$ ,终点是 $(x_1, y_1)$ ,那么斜率m为 $\frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} = \frac{dy}{dx}$ ;

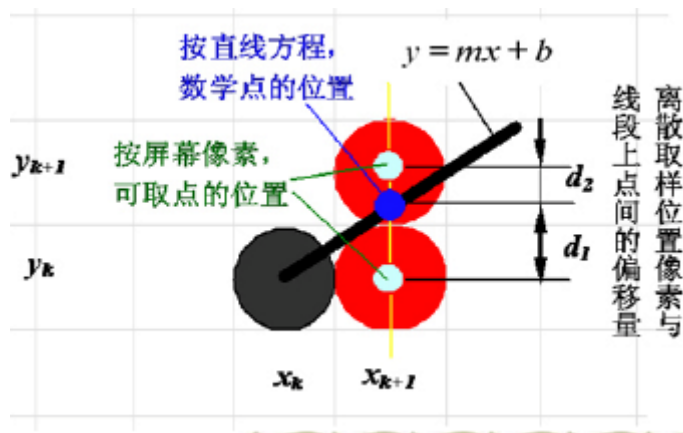
然后因为在画图的时候实际上的点是整数的,和线段真实的有偏差,实际决策的时候就需要找到更加接近于真实点的那个整数点;如果固定 $x_k$ ,那么这个整数点的选择就在 $y_k$ 和 $y_{k+1}$ 两者之间展开:

以x为决策的直线为例:

对于直线 $y=mx+c$ ,已知下一个x, $x_{next}=x_k+1$ ,那么真实的 $y=m(x_k+1)+c$

- $d1 = y - y_k = m(x_k + 1) + c - y_k$
- $d2 = y_k + 1 - y = y_k + 1 - m(x_k + 1) - c$

显然,如果 $d_1-d_2<0$ , $y_k$ 距离 $y$ 更近,选择 $y_k$ ;如果 $d_1-d_2>0$ , $y_{k+1}$ 距离 $y$ 更近,选择 $y_{k+1}$ ;



观察到 $d_1-d_2=m(x_{k+1})+c-y_k-(y_{k+1}-m(x_{k+1})-c)=2m(x_{k+1})-2y_k+2c-1$ ;

将上面的式子中的 $m$ 转换成 $dy/dx$ ,然后再在两边乘 $dx$ ,可以得到:

$$dx(d_1 - d_2) = dx(2 * \frac{dy}{dx}(x_{k+1}) - 2y_k + 2c - 1)$$

整理得到:

$$dx(d_1 - d_2) = 2dy(x_{k+1}) - 2dxy_k + 2dxc - dx$$

事实上上面的式子中只有 $2dyx_{k+1} - 2dxy_k$ 不是常数,因此整理得到了决策变量 $p_k$ :

$$p_k = 2dyx_k - 2dxy_k + (2dy + 2dxc - dx) = 2dyx_k - 2dxy_k + c$$

因为 $dx$ 大于0,因此 $p_k$ 和 $(d_1-d_2)$ 实际上是同号的,因此可以得到如下的结论:

- 如果 $p_k > 0$ ,那么 $d_1 - d_2 > 0$ , $y_k + 1$ 距离真实的 $y$ 更接近,选择 $(x_{k+1}, y_k + 1)$ ;
- 如果 $p_k < 0$ ,那么 $d_1 - d_2 < 0$ , $y_k$ 距离真实的 $y$ 更接近,选择 $(x_{k+1}, y_k)$ ;

关于 $p_k$ 的计算同样可以变成一个迭代的过程:

$$\text{根据 } p_k \text{ 的公式,不难得到: } p_{k+1} = 2dyx_{next} - 2dxy_{next} + c$$

$$\text{相减可以得到: } p_{k+1} - p_k = 2dy(x_{next} - x_k) - 2dx(y_{next} - y_k)$$

通过这个式子, $p_k$ 取值以及决策变量的选择(也就是 $x_{next} = x_k + 1$ 还是 $y_{next} = y_k + 1$ ),就可以知道决策参数的增量公式;

假设斜率是0-1,也就是 $x_{next} = x_k + 1, y_{next} = y_k \text{ or } y_k + 1$ :

- 如果 $p_k > 0, y_{next} = y_k + 1, p_{k+1} = p_k + 2dy - 2dx$
- 如果 $p_k < 0, y_{next} = y_k, p_{k+1} = p_k + 2dy$

下面是初始化的时候决策参数 $p_0$ 的推导:

对于 $y=mx+c$ :

$$c = y_0 - \frac{dy}{dx}x_0$$

$$p_0 = 2dyx_0 - 2dxy_0 + 2dy + 2dxc - dx$$

综合两个式子得到:

$$p_0 = 2dyx_0 - 2dxy_0 + 2dy + 2dx(y_0 - \frac{dy}{dx}x_0) - dx = 2dy - dx$$

综上,当直线斜率为0-1的时候( $x_{next} = x_k + 1$ ),Bresenham的算法流程处理如下:

1. 选择起始点 $(x_0, y_0)$ ,终止点 $(x_1, y_1)$ ,保证终止点中 $x_1 > x_0$ ,否则交换;计算得到 $dx = x_1 - x_0, dy = y_1 - y_0; p_0 = 2dy - dx$

2. 从 $k=0$ ,已知 $(x_k, y_k), p_k$ ,计算下一个要画的点 $(x_{k+1}, y_{k+1})$ 以及决策变量 $p_{k+1}$ :

$$x_{k+1} = x_k + 1;$$

- 如果 $p_k > 0, y_{k+1} = y_k + 1, p_{k+1} = p_k + 2dy - 2dx$
- 如果 $p_k \leq 0, y_{k+1} = y_k, p_{k+1} = p_k + 2dy$

3. 循环直到 $x_k = x_1$ ;

当斜率为其他的时候,其实改变的主要是决策变量,决策变量的更新,以及附属的变量的更新,主要是一些正负号的问题;其中当斜率为正无穷和0的时候需要像处理DDA算法一样进行特判;

## 多边形的生成

多边形只需要通过给定的一系列点,多次调用直线生成算法就可以完成了!

## 椭圆的生成 中点圆生成算法

主要思想是,首先考虑椭圆中心如果在原点时候的情况,然后计算出第一象限内的点,通过平移和对称操作得到椭圆所有点应该在的位置;

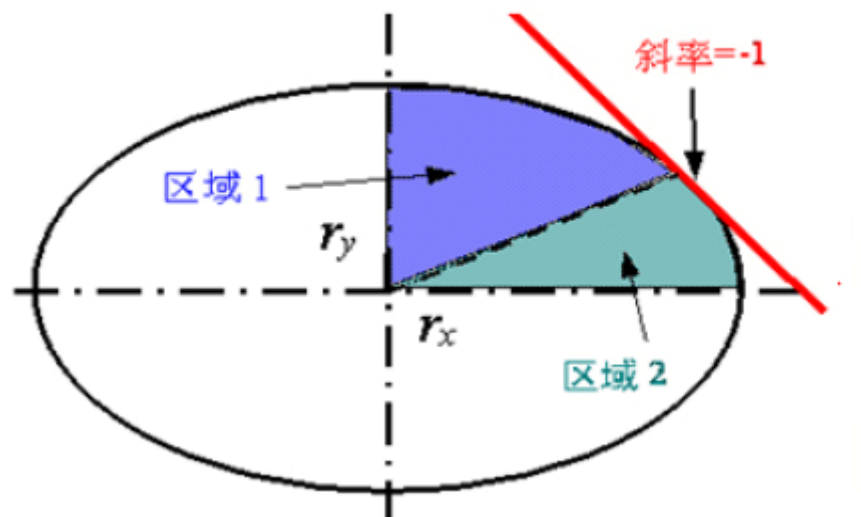
已知椭圆的函数如下:

$$f(x, y) = r_y^2 x^2 + r_x^2 y^2 - r_x^2 r_y^2$$

当 $f(x, y) < 0$ 的时候, $(x, y)$ 在椭圆内部;当 $f(x, y) > 0$ 的时候, $(x, y)$ 在椭圆外部;

和直线算法相近的是,中点圆生成算法也要考虑决策变量是 $x$ ,还是 $y$ ,并且同样也是根据斜率来进行判断的;

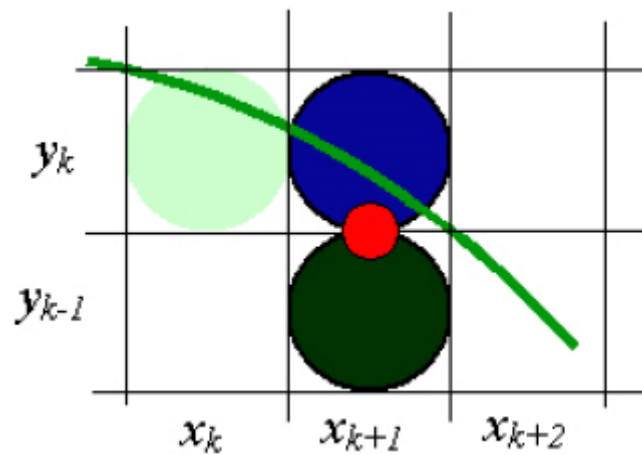
根据椭圆的函数可以得到椭圆的斜率为 $\frac{dy}{dx} = 2r_y 2x / 2r_x 2y$ ;因此可以通过这个公式将椭圆划分成切线斜率绝对值小于1的区域1,和切线斜率大于1的区域2,区域交替条件就是 $2r_y 2x \geq 2r_x 2y$



下面是主要算法的流程:

不妨从 $(0, r_y)$ 顺时针开始生成椭圆,先生成区域1的点,然后生成区域2的点;

在区域1中,因为斜率绝对值小于1,因此决策变量是 $x$ ,假设 $(x_k, y_k)$ 是第 $k$ 步确定的点,那么下一个取样的位置 $x_{k+1}$ 有两个选择:



如何选择 $y_{k+1}$  同样是根据决策参数 $p1_k$ 来进行的,这里取样处于两个候选像素中间的点对椭圆参数求值:

$$p1_k = f(x_{k+1}, y_k - \frac{1}{2}) = r_y^2(x_k + 1)^2 + r_x^2(y_k - \frac{1}{2})^2 - r_x^2 r_y^2$$

- 当 $p1_k < 0$ 的时候,中点在椭圆的内部,选择 $(x_{k+1}, y_k)$
- 当 $p1_k \geq 0$ 的时候,中点在椭圆的外部,选择 $(x_{k+1}, y_k + 1)$ ;

其中决策参数 $p1_k$ 也是可以通过迭代过程来得到的:

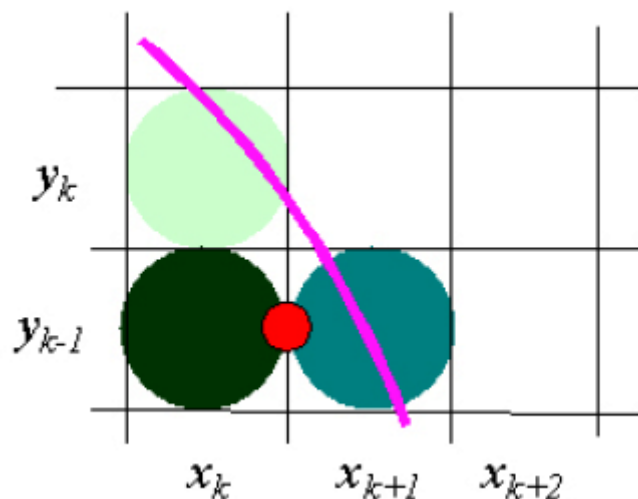
- 若 $p1_k < 0$ :  $p1_{k+1} = p1_k + 2r_y^2 x_{k+1} + r_y^2$
- 若 $p1_k \geq 0$ :  $p1_{k+1} = p1_k + 2r_y^2 x_{k+1} - 2r_x^2 y_{k+1} + r_y^2$

$$\text{这里 } p1_0 = r_y^2 - r_x^2 r_y + r_x^2 / 4$$

循环直到 $2r_y^2 x \geq 2r_x^2 y$ 时进入区域2;区域2中,切线的斜率绝对值小于1,因此决策变量是y;同理从 $(x_k, y_k)$ 到下一个点 $(x_{k+1}, y_{k+1})$ 的推导如下:

$$y_{k+1} = y_k - 1$$

$$p2_k = f(x_k + \frac{1}{2}, y_k - 1) = r_y^2(x_k + \frac{1}{2})^2 + r_x^2(y_k - 1)^2 - r_x^2 r_y^2$$



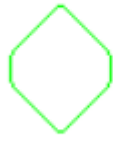
- 当 $p1_k < 0$ 的时候,中点在椭圆的内部,选择 $(x_k + 1, y_k - 1)$ ,  $p2_{k+1} = p2_k + 2r_y^2 x_{k+1} + r_x^2$
- 当 $p1_k \geq 0$ 的时候,中点在椭圆的外部,选择 $(x_k, y_k - 1)$ ,  $p2_{k+1} = p2_k + 2r_y^2 x_{k+1} - 2r_x^2 y_{k+1} + r_x^2$

$$\text{这里 } p2_0 = r_y^2(x_1 + \frac{1}{2}) + r_x^2(y_1 - 1)^2 - r_x^2 r_y^2$$

循环到 $(r_x, 0)$ 就完成了第一象限椭圆的绘制了;然后通过对称,平移操作就可以得到整个椭圆了;

**在实现的时候遇到的小问题**

在实现的时候我书写区域边界的时候ry没有平方,就会产生以下的图形:



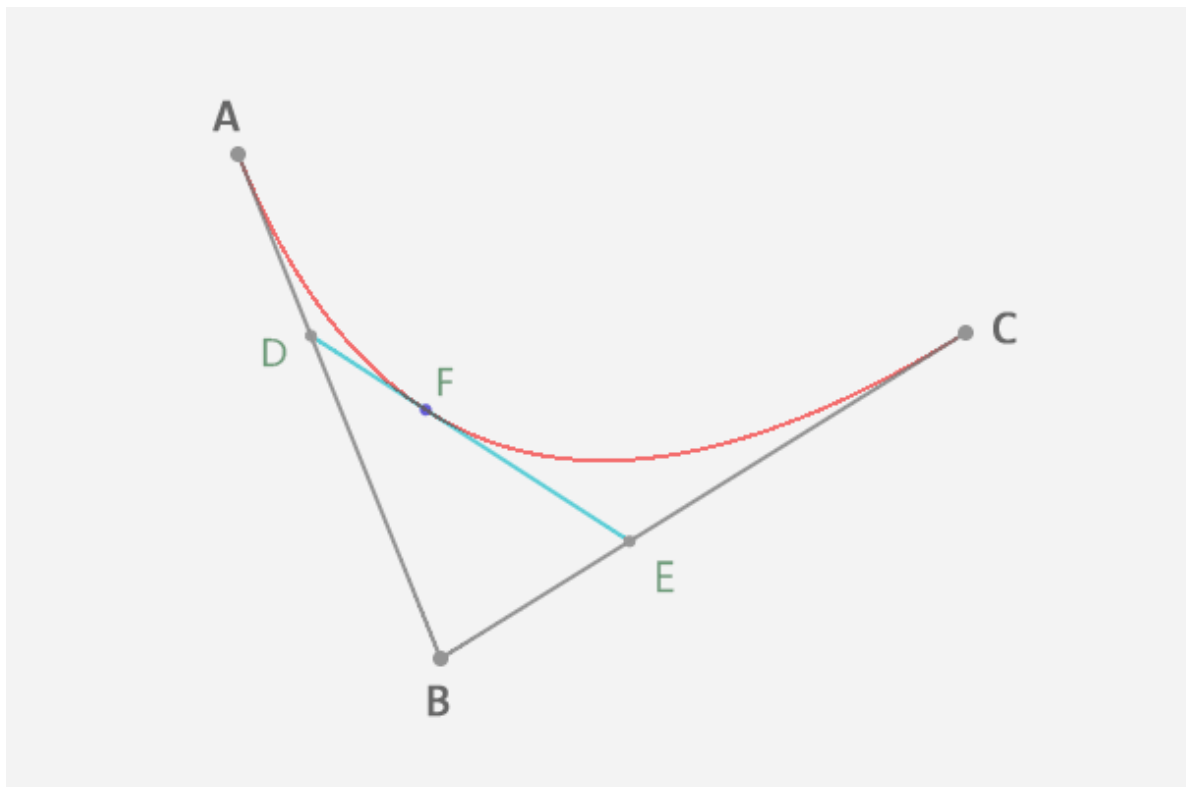
## 曲线的生成

### Bezier曲线

我是用了一个迭代的算法, De Casteljau's Algorithm 来绘制Bezier曲线;

- 首先是对Bezier曲线的理解:

Bezier曲线本质上是在控制点连接的线段上,按照某一个比例( $u:0-1$ ), 取到一组分割点,然后连接分割点, 再按照这个比例取分割点.....直到取的点只有一个了, 就得到了相应参数 $u$ 对应的曲线上的点;



以上图为例:这里A,B,C就是三个控制点,第一次根据 $u$ 分割得到了D,E,这里D,E满足:

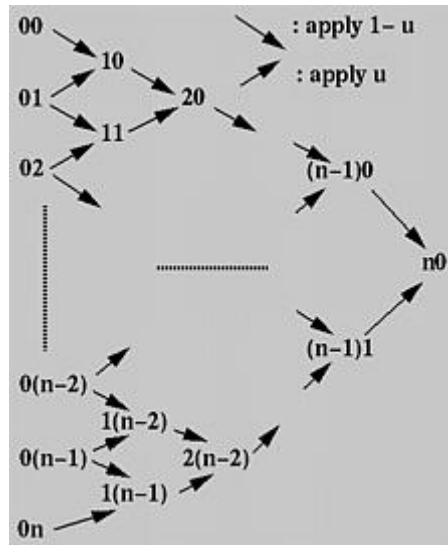
$$\frac{AD}{AB} = u = \frac{BE}{BC}$$

然后根据D,E进行第二次的分割得到F,这里F满足:

$$\frac{DF}{DE} = u$$

不难看出当 $u$ 从0按照某个步进循环到1, 就可以绘制出相应的曲线

- De Casteljau's Algorithm的思想是: 为了计算第n次贝塞尔曲线的点 $C(u), u \in [0, 1]$ , 首先需要将控制点连成一条折线,  $00-01-02 \dots 0(n-1)-0n$ ; 然后利用上面的方法得到 $0j-0(j+1)$ 上的分割点 $1j$ , 使得 $1j$ 分该线段的比值为 $u:1-u$ ; 然后在折线 $10-11 \dots 1(n-1)$ 上面递归调用该算法, 以此类推直到 $n0$ ; 上述的方法可以直观的表示成下图:



因此不难发现,通过第0列就可以得到第1列,然后得到第2列.....,经过n次迭代之后可以得到唯一的 $n0$ 点;

这个计算过程可以用伪代码书写如下:

```

1  Input: P[0:n] 表示n+1个点, 实数u表示分割的比例,u在[0,1]中
2  Output: 曲线上的点C[u]
3  Working:
4  Q[0:n]
5  for(int i=0;i<=n;i++){
6      Q[i]=P[i]
7  }
8  for(int k=1;k<=n;++k){
9      for(int i=0;i<=n-k;i++){
10         Q[i]=(1-u)*Q[i]+u*Q[i+1];
11     }
12 }
13
14 return Q[0];

```

根据这个伪代码,只要确定u的步长就可以得到所有的曲线了;

## B样条曲线

Bezier曲线之中,只要改动一个点就会牵扯到整个曲线,可谓牵一发而动全身,B样条曲线则具有很好的局部修改特性;

我主要使用了 de Boor-Cox 算法完成了对于3次B样条曲线的绘制,下面首先讲解B样条曲线,然后涉及具体的算法;

- B样条曲线的定义是: 给定 $n+1$ 个控制点 $\{P_0, \dots, P_n\}$ 和 $m+1$ 个节点 $\{u_0, \dots, u_m\}$ ,  $k$ 阶B样条曲线  $C(u) = \sum_{i=0}^n B_{i,k}(u)P_i, u \in [u_{k-1}, u_{k+1}]$ ;
- 其中de Boor-Cox 算法中,对于B的递推定义如下:

$$B_{i,1}(u) = \begin{cases} 1 & u_i < x < u_{i+1} \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases}$$

$$B_{i,k}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+k-1} - u_i} B_{i,k-1}(u) + \frac{u_{i+k} - u}{u_{i+k} - u_{i+1}} B_{i+1,k-1}(u)$$

通过这个递推定义的公式,然后结合B样条曲线定义的公式,可以得到B样条离散点的一个递推计算公式:

$$P_i^r(u) = \begin{cases} P_i & r = 0 \\ \lambda_i^r(u) P_i^{r-1}(u) + (1 - \lambda_i^r(u)) P_{i-1}^{r-1}(u) & i = j - k + r + 1, \dots, j \end{cases}$$

其中  $j \in [k - 1, n - 1]$ ,  $u \in [u_j, u_{j+1})$

以及:

$$\lambda_i^r(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+k-r} - u_i} \quad (r = 0, 1, 2, \dots, k - 1)$$

- 不难看出B样条曲线和Bezier曲线是非常相似的,主要的变化是 $u$ 变成了 $\lambda_i^r(u)$ ;观察上面的式子同样可以发现,对于某一个3次B样条曲线的点 $P_j^3$ ,与它关联的控制点实际上只有 $P_j^0, P_{j-1}^0, P_{j-2}^0, P_{j-3}^0$ ,这也是B样条曲线局部控制能力的原因;
- 根据上述分析结合Bezier曲线的伪代码,就不难写出B样条曲线的代码了;

## 图元的平移

图元的平移主要实现我认为有两种:

1. 根据相应的id找到相应的已经画出来的点,把之前画的擦掉,然后将这些点都进行平移操作;
2. 直接修改图元的参数,然后绘制的时候直接根据已经平移了的参数进行绘制

显然,第一种需要额外的存储相应图元的点的位置,以及需要画两次图元,开销更大一点,因此我在具体实现的时候选择的是第二种策略进行图元参数的变换然后再进行绘制;

## 图元的旋转

具体推导是先考虑以原点为中心进行旋转的情况,然后考虑以任意点为中心进行旋转的情况;

假设以原点为中心,逆时针旋转 $n$ 度,原来的点是 $A(x_1, y_1)$ :

首先求半径 $R=OA=\sqrt{x_1^2 + y_1^2}$ ,因此可以得到原来的A的极坐标表示: $(R \cos \theta, R \sin \theta)$ ,因此可以得到如下关系:

$$\cos \theta = \frac{x_1}{R}, \sin \theta = \frac{y_1}{R}$$

逆时针旋转 $n$ 度后:

$$x' = R \cos(\theta + n) = R(\cos \theta \cos n - \sin \theta \sin n) = x_1 \cos n - y_1 \sin n$$

$$y' = R \sin(\theta + n) = R(\sin \theta \cos n + \cos \theta \sin n) = y_1 \cos n + x_1 \sin n$$

现在通过上面的公式不难得到绕 $(x_0, y_0)$ 旋转的公式:

$$x' = x_0 + (x_1 - x_0) \cos n - (y_1 - y_0) \sin n$$

$$y' = y_0 + (y_1 - y_0) \cos n + (x_1 - x_0) \sin n$$

## 图元的缩放

具体推导先假设以原点为中心的情况进行缩放,然后考虑以任意点为中心进行缩放

对于 $(x_0, y_0)$ ,缩放倍数为 $s$ 时:

$$x' = s * x_0, y' = s * y_0$$

那么对于以 $(x_1, y_1)$ 为中心点进行缩放时:



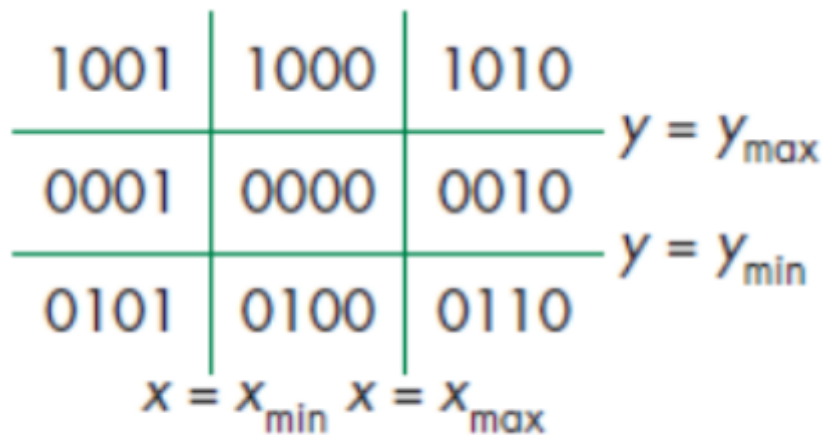
$$x' = x_0 * s + x, y' = y_0 * s + y$$

## 线段的裁剪

### Cohen-Sutherland算法

线段的裁剪主要目的是根据给定的左下点 $(x_{min}, y_{min})$ 和右上角点 $(x_{max}, y_{max})$ 得到的矩形来对已知的线段两端点 $(x_0, y_0), (x_1, y_1)$ 进行修正;如果在矩形内则不变,如果在矩形外则舍弃,如果一部分在矩形外则求线段和矩形的交点作为新的线段端点返回;

我认为Cohen-Sutherland的妙处就在于用位数运算来确定9个状态,大大减小了用于判断状态的开销:



裁剪窗口: 0000

具体而言的编码规则如下:

- 若 $y > y_{max}$ ,则第1位置为1,否则为0
- 若 $y < y_{min}$ ,则第2位置为1,否则为0
- 若 $x > x_{max}$ ,则第3位置为1,否则为0
- 若 $x < x_{min}$ ,则第4位置为1,否则为0

通过这样的编码就可以得到点在具体哪一个区域,具体实现的Python代码如下:

```

1 def checklocation(x, y, x_min, y_min, x_max, y_max) -> int:
2     result = 0
3     INSIDE = 0 # 0000
4     LEFT = 1 # 0001
5     RIGHT = 2 # 0010
6     BOTTOM = 4 # 0100
7     TOP = 8 # 1000
8
9     result = INSIDE
10
11     if x < x_min:
12         result = result | LEFT
13     elif x > x_max:
14         result = result | RIGHT
15     if y < y_min:
16         result = result | BOTTOM
17     elif y > y_max:
18         result = result | TOP
19     return result

```

根据上面算法计算到的两个点的位置信息(outcode1,outcode2)可以得到以下几种情况:

1. outcode1=outcode2=0 (outcode1 | outcode2==0)表示两个点都在矩形里面,无须裁剪;
2. (outcode1&outcode2)!=0 表示两个点都在同一个远离矩形的方向,比如1001和0001,此时线段在矩形的外面,可以舍弃;
3. 当不是上述情况的时候,线段一定会和矩形有交点,要么有一个要么有两个,我采取的方案是用一个while循环,每一次修改在矩形外面的一个点,修改完这个点之后重新进入循环,查看是否已经进入状态1,如果没有就再次修改;

计算与矩形边界的交点只需要根据 $y=kx+b$ 就可以轻松算到了

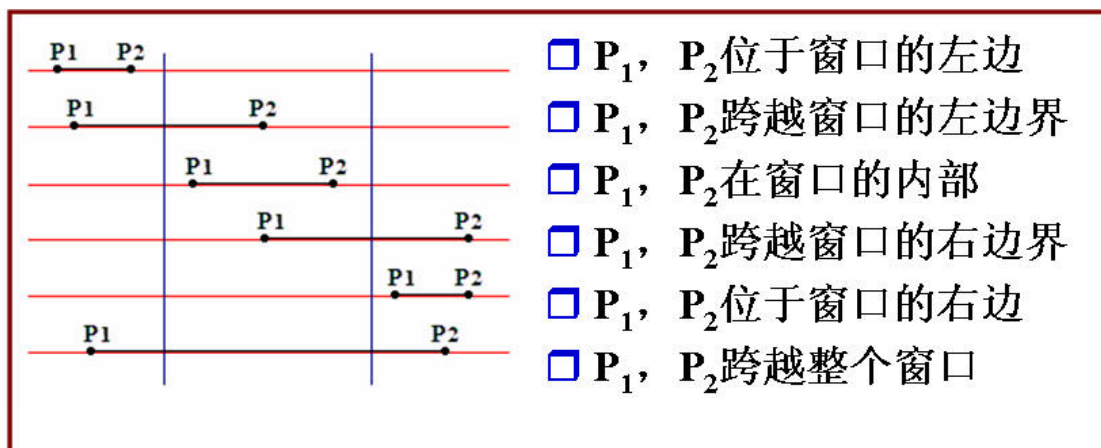
## Liang-Barsky 算法

1. 该算法和Cohen-Sutherland算法相比, 状态判断的更少, 带来的结果就是算法更快!
2. 这个算法的基本思路是: 把待裁剪线段和裁剪窗口都看作是一维的点集, 裁剪结果就是两点集的交,这种思想用公式解释如下:

$$P = P_0 + u(P_1 - P_0)$$

其中 $P_0, P_1$ 是两个固定的点,因此P其实仅仅取决于u,原来下线段中u的取值是0-1,那么通过裁剪的窗口来得到取交集的u的值,就是这个算法的核心内容;其中,将二维的裁剪窗口转化成一维的点集称作“诱导窗口”

3. 直线和裁剪窗口的四个边界有四个交点,记作 $Q_i (i = 1, 2, 3, 4)$ ,对应 $x_{min}, y_{min}, x_{max}, y_{max}$ , 这四个交点中的两个成为诱导窗口(直线在范围内),关键在于如何定位这两个点;我觉得宏观来看有点像一种夹逼的思想,从无限远的两边往中间夹逼,找到最“中间”的两点就是要找的窗口;
4. 一维裁剪窗口的关系如下图:



当且仅当下面的式子成立的时候线段和裁剪窗口存在公共部分:

$$\max(\min(x_0, x_1), x_{min}) \leq \min(\max(x_0, x_1), x_{max})$$

也就是左端点中大者 $\leq$ 右端点中的小者;

5. 二维窗口沿用了一维窗口的思想,通过计算裁剪窗口延长线和线段的所在直线的交点,就可以得到相应的u值,这个u值和上面一维的x值很相似,运用相似的手法可以得到想要的结果
6. 具体的操作步骤如下:
  1. 定义:

```

1  dx = x1 - x0
2  dy = y1 - y0
3  p = [0 for _ in range(5)]
4  q = [0 for _ in range(5)]
5  p[1] = -dx
6  p[2] = dx
7  p[3] = -dy
8  p[4] = dy
9  q[1] = x0 - x_min
10 q[2] = x_max - x0
11 q[3] = y0 - y_min
12 q[4] = y_max - y0

```

因此不难得到: $u_i = p_k / q_k$

2. 对每一个 $k=1,2,3,4$ ,判断 $p_k$ :

1.  $p_k < 0, u_1 = \max(u_1, q_k / p_k)$
2.  $p_k > 0, u_2 = \max(q_k / p_k)$
3. 如果 $p_k == 0$  and  $q_k < 0$ ,说明不在窗口内
4. 如果 $u_1 > u_2$ 说明不存在返回;

3. 将更新的 $u_1, u_2$ 带入得到要求的点;

## 额外的一些算法

### 多边形填充(扫描线算法)

1. 扫描线算法的基本思想:按扫描线的顺序,计算扫描线和多边形相交的交点,这些交点将扫描线分割成落在多边形内部的线段和落在多边形外部的线段,并且二者相间排列。算法输入多边形和裁剪的框,输出落在多边形内部的点;

2. 扫描线算法的一些数据结构:

1. 边:

边是最基础的用于扫描线算法的数据结构,存储内容为:

- ymax:边的上端点的 y 坐标;
- x:在 ET(Edge Table) 中表示边的下端点的 x 坐标,在 AET 中则表示边与扫描线的交点的坐标;
- $\Delta x$ :边的斜率的倒数;
- next:指向下一个

2. 边表(Edge Table):所有边按下端点的y坐标归类

3. 活动边表(Active Edge Table):与当前扫描线相交的边称为活动边,把它们按与扫描线交点x坐标(x相等时按 $\Delta x$ )递增排序。

4. NET(Negative Edge Table)表:为了方便灵活边表的建立与更新,我们为每一条扫描线建立一个新边表NET,用来存放在该扫描线第一次出现的边。

```

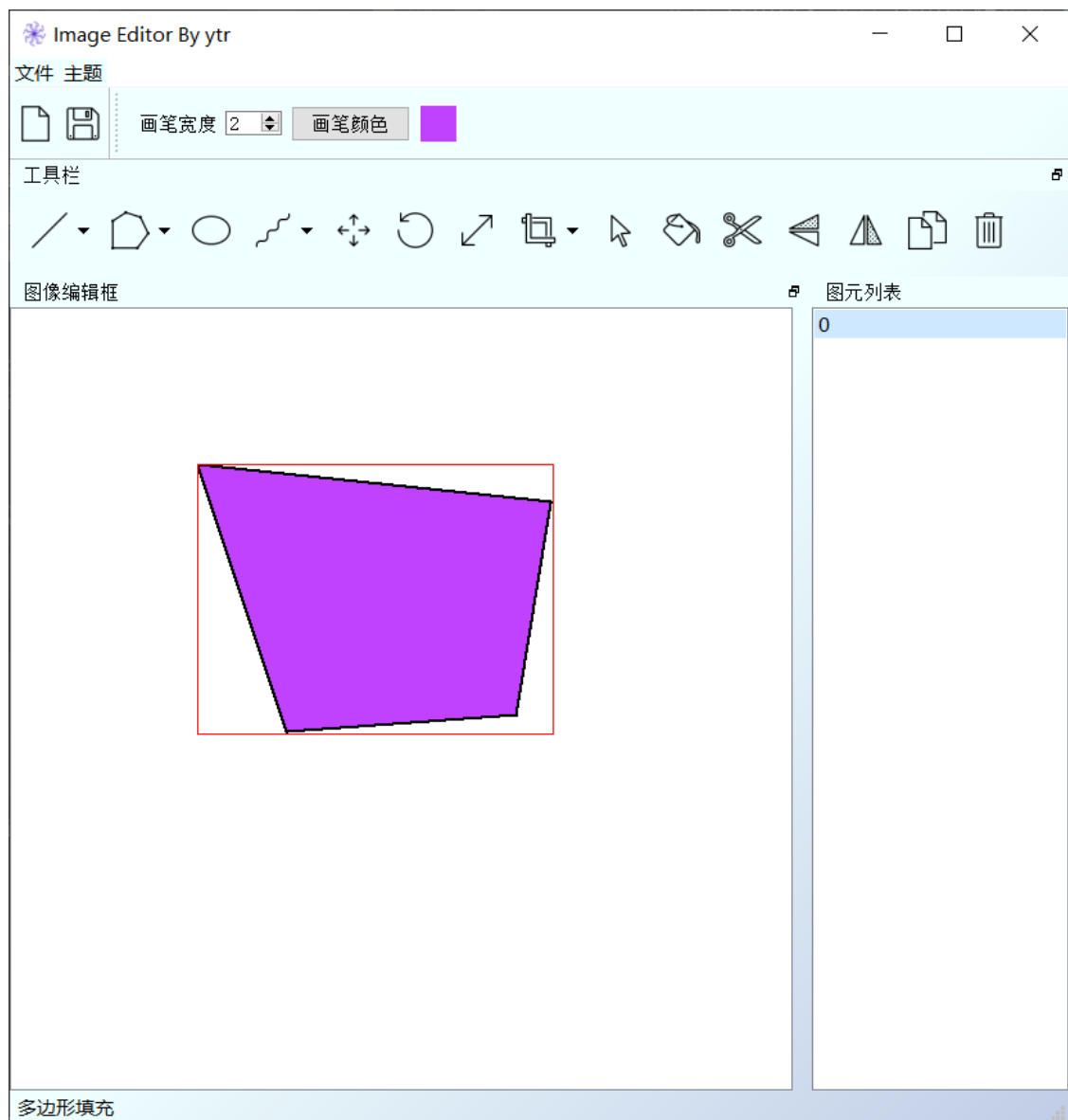
1 //定义用于边表ET和活动边表AET的通用类Edge
2 class Edge
3 {
4 public:
5     int ymax;
6     float x;
7     float dx;
8     Edge* next;
9 };
10 //边表
11 Edge *ET>windowHeight];
12 //活动边表
13 Edge *AET;

```

### 3. 算法流程:

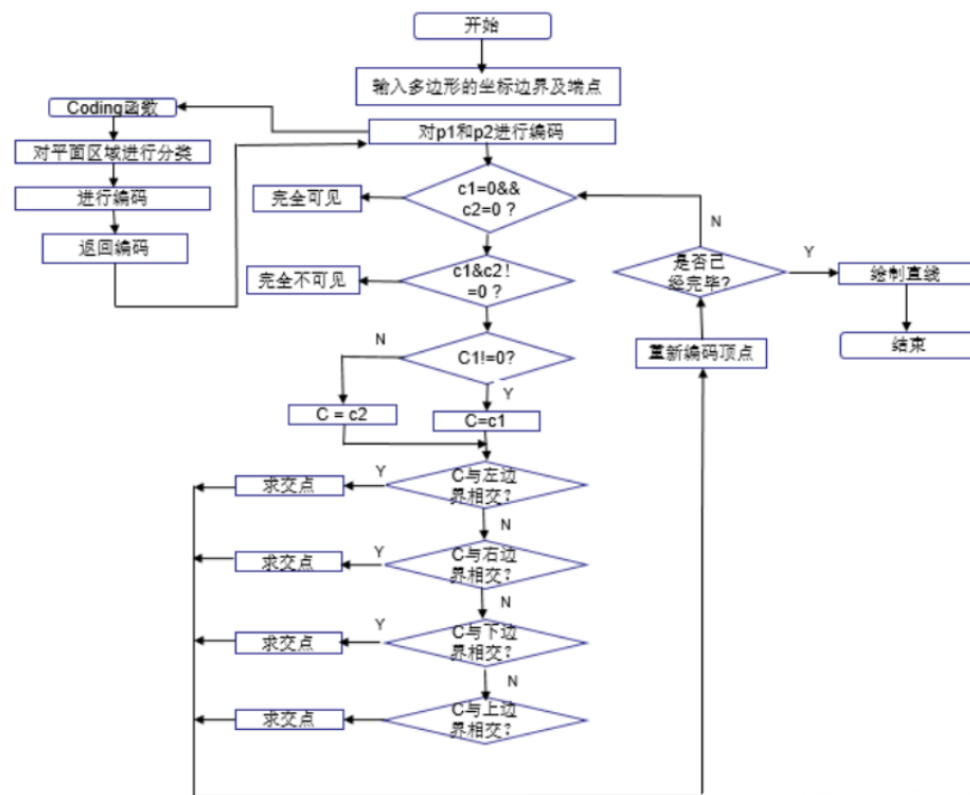
1. 大致确定多边形的范围，进而确定扫描线的范围
2. 初始化并建立 NET 表
3. 遍历每一条扫描建立 ET：对于每一个多边形点，寻找与其构成边的 两点，如果寻找到的点在此点的上方（即  $y_0 < y_1$ ），则将此边加入到ET[i]中（i 对应的  $y_0$  的坐标）。这样每次加入的边都是向上，不会重复。
4. 置 AET 为空；
5. 执行下列步骤直至 NET 和 AET 都为空：
  1. 更新。如 ET 中的 y 非空，则将其所有边取出并插入 AET 中；
  2. 填充。对 AEL 中的边两两配对，每对边中 x 坐标按规则取整，获得有效的填充区段，再填充。
  3. 排序。如果有新边插入 AET，则对 AET 中各边排序；
  4. 删除。将 AEL 中满足  $y=y_{\max}$  边删去（因为每条边被看作下闭上开的）
  5. 对 AEL 中剩下的每一条边的 x 递增 $\Delta x$ ，即  $x = x + \Delta x$ ；
  6. 将当前扫描线纵坐标 y 值递增1；

### 4. 大致效果:



## 多边形裁剪(Cohen-Sutherland算法)

多边形裁剪我同样使用了Cohen-Sutherland算法,大概流程如下图所示:



通过遍历多边形的每一条边,和边框进行比较,然后返回的是用DDA算法绘制好了的局部多边形的点;

## 镜像变换

镜像变换我做了两种,水平的镜像变换和垂直方向的镜像变换,这里的对称轴都是这个图形的中轴(水平的/垂直的)。输入的是p\_list,输出的是经过变换之后的p\_list;

以水平方向的镜像变换为例:

不难知道:

$y - y_{mid} = y_{mid} - y_{new} \rightarrow y_{new} = 2y_{mid} - y$

$x_{new} = x$

垂直方向的镜像变换同理即可;

## 系统介绍

### CLI

主要实现在cg\_cli.py中

主要使用PIL中的Image类型进行图形的绘制;绘制的过程如框架代码是通过扫描txt文件夹,逐句分析语义,然后调用algorithm文件中的算法得到相应的点存储到字典类型中,在savecanvas指令被扫描到的时候进行遍历绘制图片然后调用Image类型进行输出;

### GUI

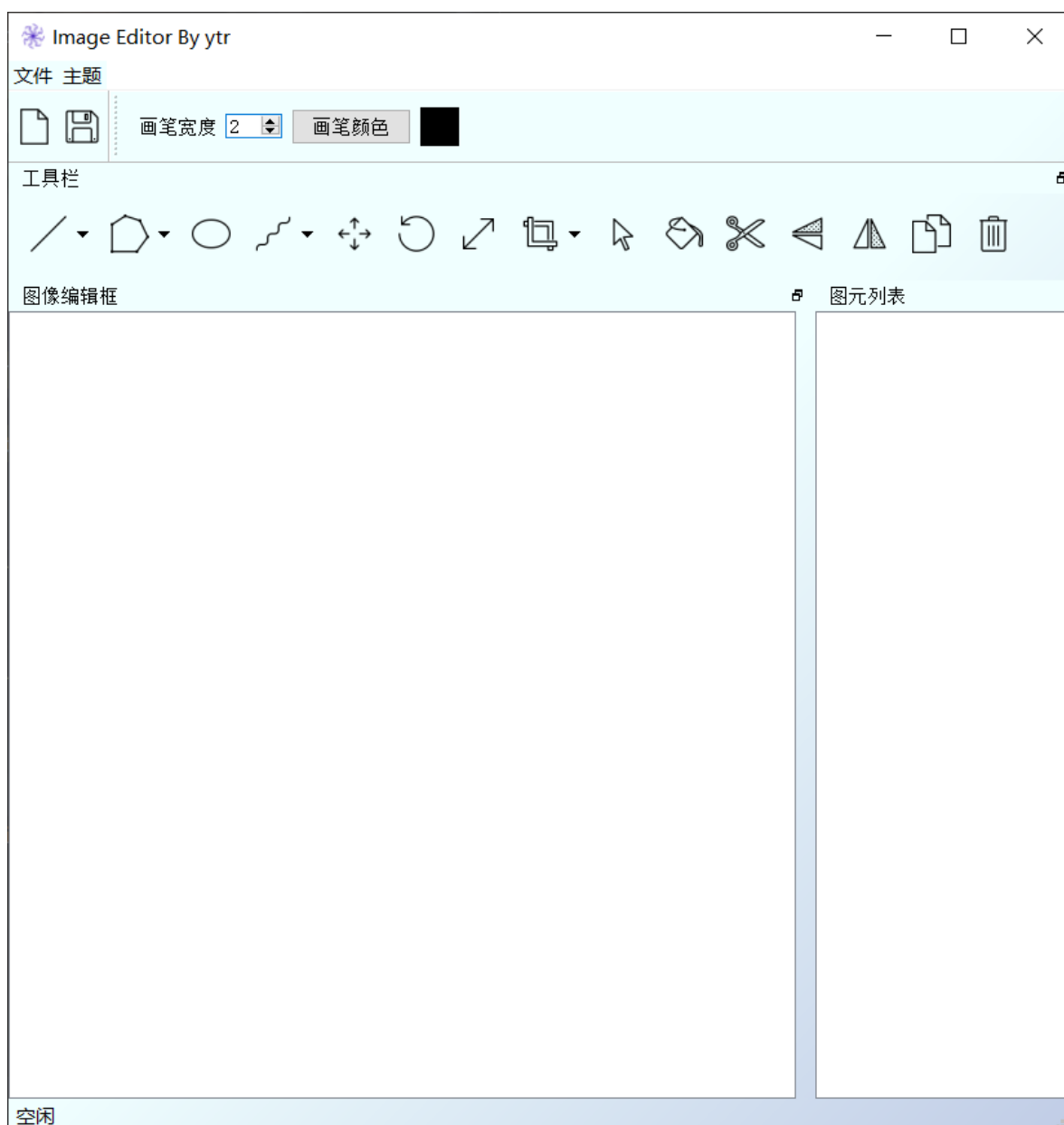
概述

系统信息	
开发环境	anaconda 4.8+pyqt 5.9.2
运行环境	windows10

### 代码结构:

- cg\_MainWindow.py 主要关于界面的布局
- cg\_PaintWidget.py 主要关于画布的一些设计,鼠标移动相关的事件,使用的是QGraphicsView、QGraphicsScene、QGraphicsItem的绘图框架
- cg\_gui.py 程序入口
- cg\_algorithm.py 算法相关内容

### 主要布局



包括使用QmenuBar()组成的菜单栏(在def Menu\_init中),QToolBar()做的画笔属性栏,使用QDockWidget制作的工具栏,图形编辑框以及图元列表;这些布局的工作都在cg\_MainWindow中完成;窗口和工具栏通过布局设置都可以移动和浮动;

### 画布部分

画布部分是在class MyCanvas和class MyItem中实现的,我认为这个框架主要的原理是对self.scene()这个队列进行操纵,框架本身会不断的对scene()里面的元素(MyItem)进行扫描绘制的工作,使用updatescene()函数可以提示框架进行图元的更新;

### 原理概述

因此画布的主要使命就是:根据鼠标的位置,点击,移动,按住鼠标等事件,新建图元加入到scene()队列里面和item\_dict字典或者更新正在工作的图元信息,然后框架就会将它绘制出来;对于选择图元进行的操作则是通过selected\_id获得当前选中的图元信息,然后在item\_dict中进行检索相应的元素然后根据鼠标事件信息对p\_list进行修改和调用algorithm里面的相应函数;

### 色彩笔宽部分

我在main\_window部分增加了笔宽和颜色对话框的接口,可以获得相应的颜色和笔宽信息同时更新到画布类中,在画布中存储这些信息,然后在建立item的时候传进去修改QPainter的相应参数即可;

### 图元操作部分

图元操作部分为了能够便操作边显示变化,实际上就需要在mouseMoveEvent事件中进行状态的更新,而不是结束之后再进行更新。我在translate,rotate,scale做的相似的操作都是使用一些中间变量记录和更新,具体而言,在平移操作translate中,我是用self.centerx,self.centry记录当前的中心,然后传递给temp\_item调用translate函数更新p\_list,然后在调用getcenterpoint函数根据p\_list更新下一时刻的centerx,centry;在rotate里面每一次旋转实际上是要旋转当前点-中心点-上一步的点三者组成的夹角,因此我用firstx,firsty记录上一步点的信息;scale与rotate相似,需要计算的是上一步点-中心点的长度比上当前点-中心点的长度,用一个中间变量firstx,firsty同样可以解决;

### 线段裁剪部分

线段裁剪部分为了实现用来标识裁剪框的临时的矩形,我在mousePressEvent的时候建立了一个临时的item,并且加入到scene()队列中,这个item是Rect类型,实际上算法调用的是多边形的算法进行计算;在mouseMoveEvent的时候通过鼠标事件进行坐标p\_list更新,然后在mouseReleaseEvent的时候从scene()中删除这个图元信息即可;

### 重置画布部分

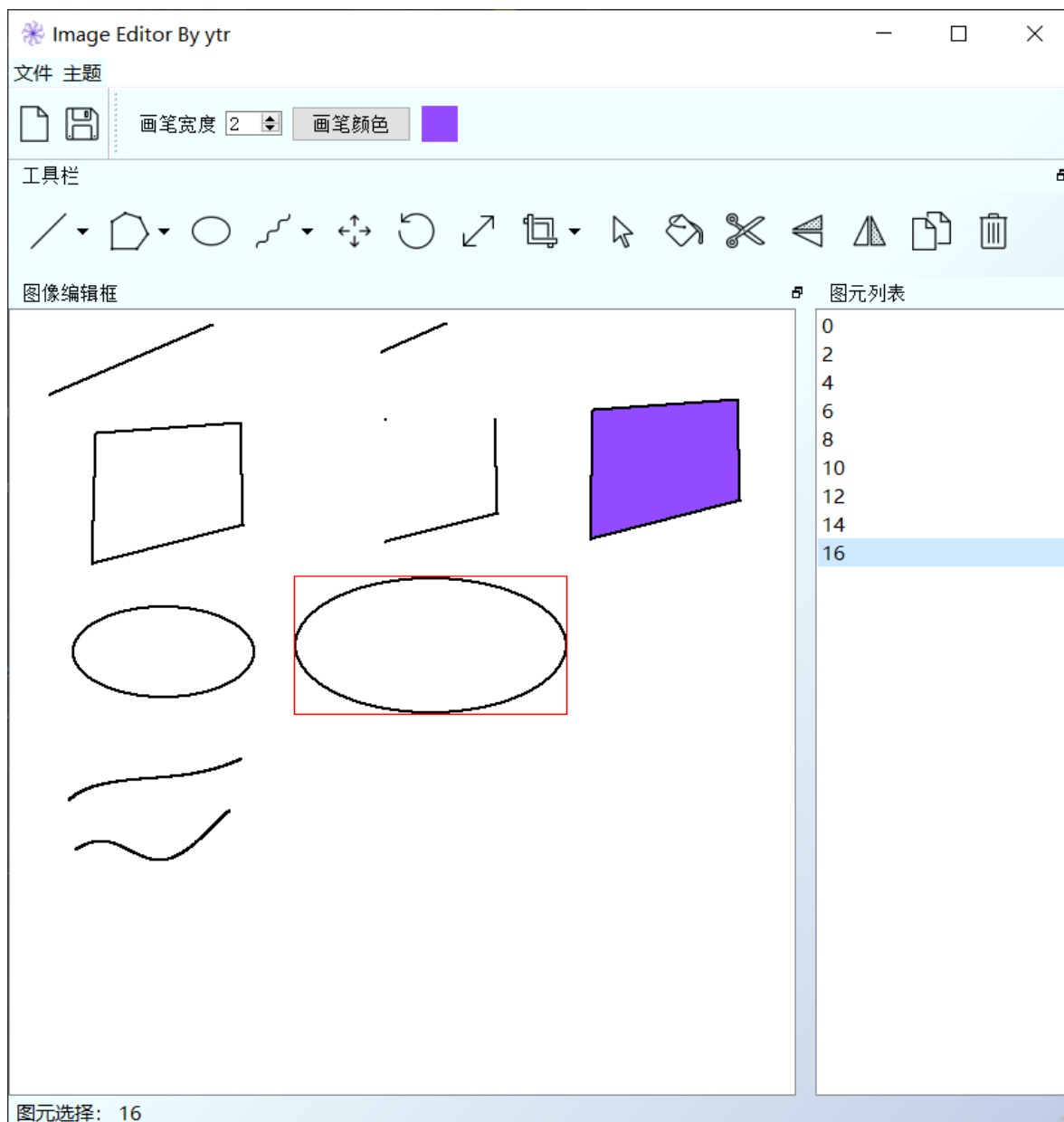
主要是将一些变量重置,初始化;这里提到的主要原因是因为一个bug,QT中listwidget变量要清除所有元素的时候需要先将绑定的槽函数disconnect然后再执行clear()操作,否则会出现段错误,参考自[博客](#);这个错误之前的表现是,一旦有图元移动旋转缩放过,然后重置画布,就会卡死;

上述是5月份的版本,现在的重置画布我不再在canvas里面进行操作变量重置初始化工作,而是在cg\_MainWindow.py中新建了一个scene然后用setScene直接将这个新的scene绑定到canvas上面;

### 主题部分

我查阅了QT的相关文档以及多篇博客学习了QSS的使用方法,并且做了两个主题可以在菜单栏进行切换;





## 总结

这次图形学大作业我完成了核心算法模块,包括直线生成(DDA,Bresenham算法),椭圆绘制(中心圆算法),多边形绘制,曲线生成(Bezier,B-spline算法),图元平移,旋转,缩放,水平和垂直镜像,线段裁剪(Cohen-Sutherland,Liang-Barsky算法),多边形填充(扫描线算法),多边形裁剪(Cohen-Sutherland算法);同时我的GUI模块完成了美观的主题以及友好的交互,可以完成直线,椭圆,多边形,曲线绘制,对图元进行平移,缩放,旋转,水平垂直镜像操作,同时可以重置画布,保存画布,调整画笔颜色宽度,复制图元;

## 参考文献

孙正兴. 计算机图形学讲义. 2020

### DDA算法

DDA算法和Bresenham算法 <https://blog.csdn.net/u010429424/article/details/77834046>

DDA Line Drawing Algorithm - Computer Graphics <https://www.youtube.com/watch?v=W5P8GlaE0SI>

### Bresenham算法

Bresenham's Line Drawing Algorithm <https://www.youtube.com/watch?v=RGB-wlatStc&t=415s>

图形学笔记: Bresenham画线算法 <https://segmentfault.com/a/1190000002700500>

## Bezier曲线

德卡斯特里奥算法 (De Casteljau's Algorithm) 绘制贝塞尔曲线 <https://blog.csdn.net/Fioman/article/details/2578895>

计算机图形学bezier曲线曲面B样条曲线曲面 <https://www.bilibili.com/video/av33675067?p=15>

清华大学-计算机图形学基础 (国家级精品课) <https://www.bilibili.com/video/av66548502?p=11>

Bezier曲线(1): Introduction <https://blog.csdn.net/u013213111/article/details/94067849>

## B样条曲线

计算机图形学bezier曲线曲面B样条曲线曲面 <https://www.bilibili.com/video/av33675067?t=4&p=22>

B-Spline(六):给定参数求点(de Boor 算法) <http://www.whudj.cn/?p=535>

如何绘制三次B样条曲线 <https://blog.csdn.net/qingcaichongchong/article/details/52797854>

## 图元的旋转

【数学】在平面中, 一个点绕任意点旋转 $\theta$ 度后的点的坐标 - 【旋转变换 旋转矩阵】 <https://blog.csdn.net/LearnLHC/article/details/93623031>

## Cohen-Sutherland算法

Cohen-Sutherland算法 <https://www.jianshu.com/p/d512116bbbf3>

Cohen-Sutherland算法概述 <https://www.omegaxyz.com/2018/10/29/cohen-sutherland/>

## 梁友栋-Barsky裁剪算法

梁友栋-Barsky裁剪算法 <https://www.cnblogs.com/jenry/archive/2012/02/12/2347983.html>

理解梁友栋-Barsky裁剪算法[https://blog.csdn.net/Daisy\\_Ben/article/details/51941608](https://blog.csdn.net/Daisy_Ben/article/details/51941608)

## 扫描线算法

多边形的扫描转化算法 [https://blog.csdn.net/sinat\\_34686158/article/details/78745670](https://blog.csdn.net/sinat_34686158/article/details/78745670)

扫描线算法完全解析 <https://www.jianshu.com/p/d9be99077c2b>

## QSS文档

Qt Style Sheets Examples <https://doc.qt.io/qt-5/stylesheets-examples.html>

## 图标

IOS风格的图标 <https://icons8.com/icon/pack/files/ios>