

# **“CHAOS” Theory**

## **PART FOUR**

# **LIVING WITH COMPLEXITY**

---

- 14. The Coherent Market Hypothesis
- 15. Fractional Truth: Fuzzy Logic and Behavioral Finance
- 16. Applying Chaos and Nonlinear Methods
- 17. What lies Ahead: Toward a More General Approach

# **14. The Coherent Market Hypothesis**

# 14. The Coherent Market Hypothesis

---

- Vaga의 비선형적 통계 모델(1)
  - Vaga는 비선형적 통계 모델인 Coherent Market Hypothesis (CMH)를 개발
  - CMH는 다음에 근거하여 시장의 수익률 확률 분포가 변동한다고 가정
    - 시장 기업의 기본적 가치 또는 경제 환경
    - 시장 참여자들의 편향적 감정 혹은 참여자 집단의 사고(思考) 수준
  - 위의 두 요인의 변화로 인해 시장 상황이 변동한다고 주장

# 14. The Coherent Market Hypothesis

---

## ■ Vaga의 비선형적 통계 모델(2)

- 시장의 상전이(Phase transition)로 인해 시장 수익률의 확률분포 함수가 변동
- 시장은 다음의 네 가지의 상(Phase)을 가질 수 있음
  - **Random walk** – 투자자들이 상호 독립적으로 행동하고 정보가 시장에 즉시 반영된다면 random walk state가 존재 가능(다시 평균으로 회귀)
  - **Transition markets** – 시장 참여자들의 여론에 의해, 평균에서 크게 벗어나지는 않지만, 그 시장충격이 장기간에 걸쳐 유지되게 됨 (평균으로 회귀하는데 시간이 오래 걸림)
  - **Coherent markets** – 강한 긍정적(또는 부정적) 전망이 강한 투자자들의 감성과 결합될 때 coherent market이 발생함, 이 시장은 추세가 강한 양의 방향(또는 음의 방향)을 가지게 되며, 다른 종류의 상으로 바뀌기 전에는 추세가 유지됨
  - **Chaotic markets** – 약한 긍정적(또는 부정적) 전망을 가진 투자자들에 의해 발생하며, 평균을 중심으로 어느 방향으로 추세가 향할지 확신할 수 없는 상태(즉, 불확실한 상태) 다른 종류의 상으로 바뀌기 전에는 추세가 유지됨

→ 이후 CMH에 대한 공식을 살펴본 이후 4가지 상에 대해 예제로 확인

# 14. The Coherent Market Hypothesis

---

## ■ Coherent Systems (1)

- Coherent behavioral model은 이미 자연계의 현상을 설명하게 위해 도입되었던 이론  
큰 규모의 자유도와 영향력(a large number of degrees of freedom, or influences)을  
**order parameter**로 설명
- 자연계에서 온도는 order parameter의 한 예) 온도는 분자들의 운동에너지를 열의 개념  
으로 계량화 한 수치
- Vaga는 Callan과 Shapiro가 공공 여론의 양극화를 설명하기 위해 제안한 Social  
Imitation Theory를 응용
- 이 이론은 금속이 자성을 띄는 현상을 설명하는 Ising model을 기초로 하여 만들어짐

# 14. The Coherent Market Hypothesis

---

## ■ Coherent Systems (2)

- 원자의 전자들은 자기장을 띄는 원인이 되는 spin이라는 물리량을 가지고 있음
- 한 원자의 spin값은 원자의 종류에 따라서 그 물체가 자성을 띄게 하기도 함.
- 자성을 가질 수 있는 물질이 높은 온도일 경우 물체를 이루고 있는 원자들의 spin의 방향(자기장의 방향과 직결)이 무작위하게 진동하여 평균적인 자기장은 0이 됨
  - 이 때의 자기장 방향은 정규분포를 따르게 됨.
- 만일 외부 자기장이 존재하게 되면 금속 원자의 spin 방향에 영향을 줌
- 이 상태에서 온도가 내려가게 되면 인접한 원자끼리 자기장의 방향이 동기화되어 국부적으로 일정 방향의 자기장을 띄게 됨
- 온도가 임계점 이하로 떨어지면 열에너지에 의한 진동의 영향은 작아지게 되고 비교적 일정한 방향의 자기장을 가지게 됨.

# 14. The Coherent Market Hypothesis

---

## ■ The Theory of Social Imitation

- Callan과 Shapiro는 Ising model을 사회과학에 접목
- 사회 구성원들이 어떤 이유로 유행에 따르게 되는지를 설명함
- 이 이론은 개인의 행위와 자기장을 띄는 금속 원자의 운동에 많은 유사성이 있다고 가정, 양극과 그에 대응하여 반드시 존재하는 음극은 사회 구성원의 긍정적 혹은 부정적 정서에 대응
- 때때로 사회 구성원들의 의견이 일치하지 않고 상호 독립적인 의사결정을 하게 되는 경우가 있으며, 반면에 강하게 상호작용을 하며 유사한 의사결정을 하게 되는 경우가 발생하기도 함, 또한 구성원의 의견이 양극으로 나누어지는 상황이 벌어지기도 함
- Vaga는 이 이론에서 분석대상이 되는 대중 여론을 시장 감수성으로, 외부 영향력을 경제 환경으로 대응하고 risk/return tradeoff를 시장 감수성과 기본적 환경의 조합으로 해석함



# 14. The Coherent Market Hypothesis

---

- The Coherent Market Hypothesis (1)
  - CMH의 확률밀도함수

$$f(q) = c^{-1} Q(q) \exp(2 \int_{-\frac{1}{2}}^q K(y) / Q(y) dy)$$

$f(q)$  = probability of an annualized return  $q$

$$K(q) = \sinh(kq + h) - 2q \cosh(kq + h)$$

$$Q(q) = \frac{1}{n} \cosh(kq + h) - 2q \sinh(kq + h)$$

$n$  = number of degrees of freedom

$k$  = degree of crowd behavior

$h$  = fundamental bias

$$c^{-1} = \int_{-1/2}^{1/2} Q^{-1}(q) \exp(2 \int_{-1/2}^q K(y) / Q(y) dy) dq$$



다음 장에서 설명할 중요한 Parameter들

# 14. The Coherent Market Hypothesis

---

## ■ The Coherent Market Hypothesis (2)

- Control Parameters

- **k=시장 감수성(market sentiment)** : 1.8(Random)부터 시작하여 2.0(불안정 상태), 2.2(혼잡한 상태)의 범위를 가짐
- **h=기본적 환경(fundamental environment)** : -0.02(부정적 전망:하락 전망)부터 0.00(중립적), +0.02(긍정적 전망:상승 전망)의 범위를 가짐
- **n**=자유도 혹은 시장 참여자들의 수
- k와 h는 변하는 값이며 n은 고정값으로 가정, Vaga는 n=186으로 가정했으며 이는 경제계 업종 수. n값이 그리 중요한 요소는 아니며 k와 h가 중요

# 14. The Coherent Market Hypothesis

## ■ The Coherent Market Hypothesis (3)

- $k=1.8$ ,  $h=0$ (맨 아래의 Case)

### • Random Walk

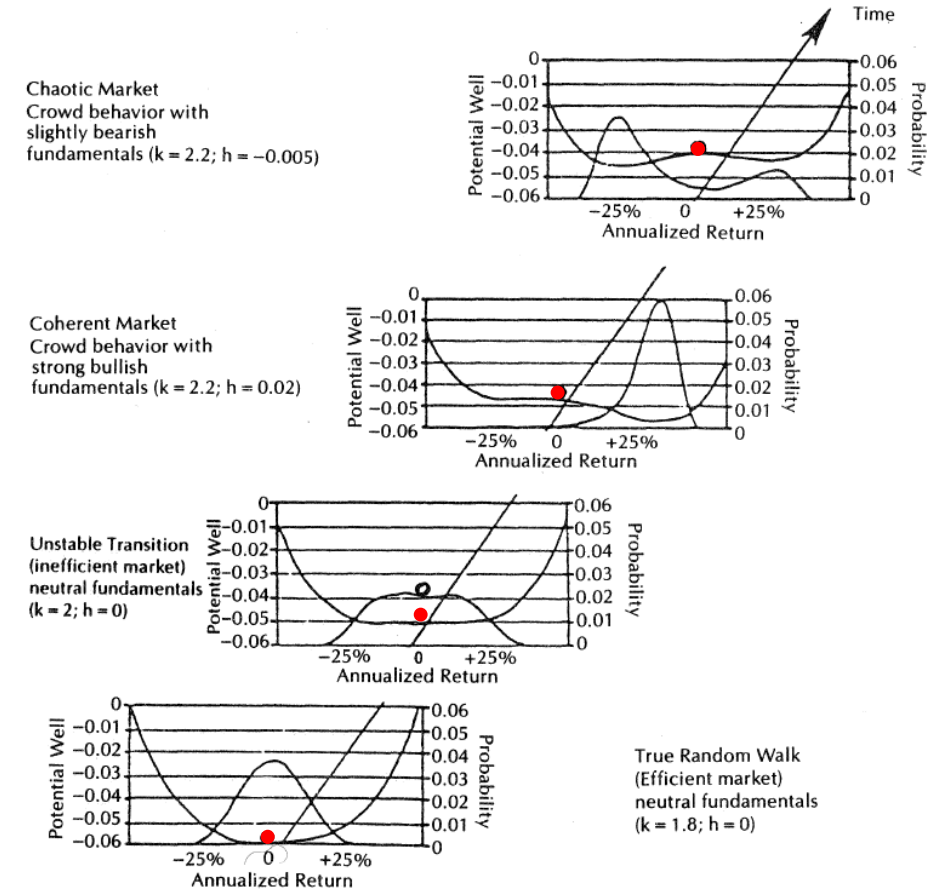
- $K=1.8$ 일 경우 Random이 되며, 전망( $h$ ) 또한 중립
- 시장에서의 어떤 예측하지 못한 변인이 시장 평형을 깨뜨릴 경우 그런 변인에 의한 영향력은 급속히 축소되어 다시 평형점에 놓이게 됨

- Potential well이 대칭형 그릇 모양
- 그림 속 Particle은 좌,우로 움직이더라도 결국 가운데로 향하게 됨

- $k=2.0$ ,  $h=0$ (아래서 2번째 Case)

### • Unstable Transition

- $k=2.0$ 일 경우, Potential well이 대칭형이 됨, 평평한 부분에서 여론에 따라 어딘가에 위치하게 되며, 다시 중심으로 회귀하지 않을 수 있기 때문에, Unstable Transition 상태라고 함
- Potential well이 대칭형이긴 하나 아랫부분이 평평한 형태
  - 그림 속 원은 우측 빨간 점에 위치해야 함(잘못된 그림)
- 시장에서의 변인이 시장 평형을 깨뜨릴 경우 바로 평형상태로 돌아가지 못하고 다른 변인이 생기기 전까지 어떤 지점에 머무르게 됨

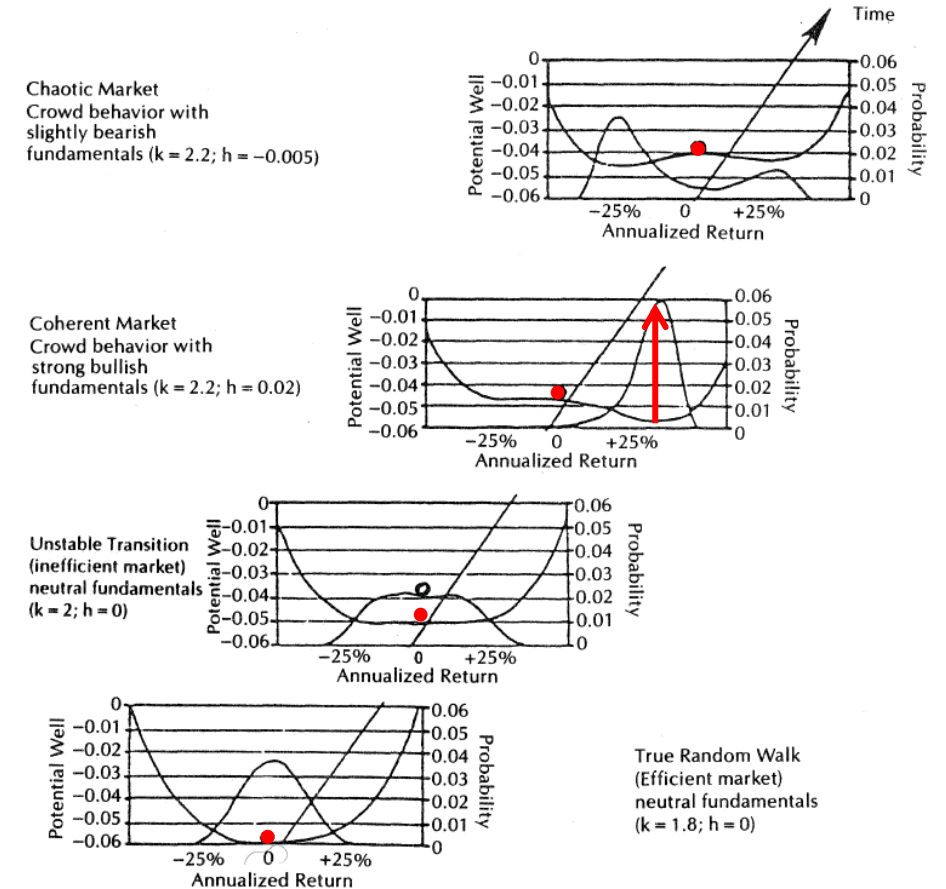


**FIGURE 14.2** Coherent Market Hypothesis: transition from random walk to crowd behavior. (Reproduced with permission of *Financial Analysts Journal*.)

# 14. The Coherent Market Hypothesis

## ■ The Coherent Market Hypothesis (4)

- $k=2.2$ ,  $h=0.02$ 
  - **Coherent Market**(위에서 2번째 Case)
    - $k$ 가 2.2일 경우 혼잡한 상태를 의미(평평한 바닥이 2개 이상)
      - 그러나 한쪽 바닥은 평균과 같은 높이를 가짐
      - 시장에서의 어떤 예측하지 못한 변인이 발생할 경우, 우측의 낮은 바닥으로 흘러가게 됨
    - $h$ 가 +0.02로 긍정적인 전망(강한 전망)을 가지기 때문에, 우측에 높은 확률의 긍정적인 Return을 보임
- $k=2.2$ ,  $h=-0.005$ 
  - **Chaotic Market**(맨 위의 Case)
    - $k$ 가 2.2로 혼잡한 상태(평평한 바닥이 2개 이상)
    - $h$ 가 -0.005로 음수지만, 0에 가까운 음수로, 존재(약한 전망)
      - 2개의 평평한 바닥이 존재하는데, 평균을 기준으로, 좌우에 구멍이 있어, 변인이 발생할 경우, 둘 중 어디로 흘러가게 될지 예측하기 힘든 상태



**FIGURE 14.2** Coherent Market Hypothesis: transition from random walk to crowd behavior. (Reproduced with permission of *Financial Analysts Journal*.)

**Potential Well:** catastrophe theory의 개념을 빌려온 개념으로, 그림 속의 작은 원은 Particle을 뜻하며, 이를 좌,우로 움직이게끔 만드는 영향력과 같은 수치. 우물(well)에 잡혀있는 작은 particle에 가해지는 힘의 개념. 그 힘이 작용하는 방향에 따라서 시장상황의 확률분포의 형태가 정해짐

# 14. The Coherent Market Hypothesis

---

## ■ CMH에 대한 Vaga의 해석

- Vaga는 현실적으로 우리가  $k$ 와  $h$ 의 값을 알 수 없다고 봄. 그러나 그 값이 양인지 음인지 혹은 중립적인지를 아는 것으로도 충분하다고 생각
- Vaga는 연방준비제도이사회(FRB)의 정책 결정 사항에 따라  $h$ 값이 음의 값 혹은 양의 값을 가질 것이라 해석. 이는 시장의 기본적 환경이 시장의 금리 정책에 큰 영향을 받는다고 봤음을 의미

## ■ Coherent Market Hypothesis에 대한 비판

- CMH는 비선형적 확률 모델이라는 점에 큰 장점
- CMH는 기본적, 기술적 지표의 변화와 시장 위험이 시간에 따른 시장 수익률 확률 분포가 어떻게 변하는가를 설명할 수 있는 이론적 도구를 제공
- 그러나 CMH를 지지할만한 실증적인 사례는 부족

# **15. Fractional Truth: Fuzzy Logic and Behavioral Finance**

# 15. Fractional Truth: Fuzzy Logic and Behavioral Finance

---

- Paradox of the heap (Sorites Paradox) - 무더기 역설
  - 연속선상에서 시점이나 경계선을 딱 잘라 규정하는 것과 관련된 어려움을 표현하는 말
  - 모래 포대의 예
    - **모래가 짝 찬 포대를 생각하자.**
    - 티끌 만큼의 모래를 포대에서 뺐을 때 우리는 여전히 한 포대의 모래를 가진다고 말한다.
    - 계속 티끌 만큼씩 모래를 포대에서 뺐을 때, 언제부터 우리는 더 이상 한 포대의 모래가 아니라고 말할 수 있을 것인가.
  - 대머리의 예
    - **머리카락이 하나뿐인 사람에게 대머리가 아니라고 할 사람은 없다.**
    - 그런데 몇 개의 머리카락부터 대머리와 대머리가 아닌 상태를 나누는가?
    - 그렇다고, 대머리와 대머리가 아닌 것을 같은 것이라고 결론 지을 수도 없다.

# 15. Fractional Truth: Fuzzy Logic and Behavioral Finance

## ■ 앞서 살펴본 내용이 Fuzzy의 핵심

- Fuzzy Sets의 대표적인 예
  - 정수 Set에서 6에 가까운 Set은 무엇일까?
  - 5와 7은 6에 가까운 것이 확실
  - 그렇다면, 10은 6에서 먼 숫자인가?
  - 그림은 5,7만이 6에서 가까운 숫자라고 생각했을 때의 모식도
  - Y축은 Fuzzy Set의 membership Function값으로 1.0에 가까울 수록 그 성질이 다분함을 표시

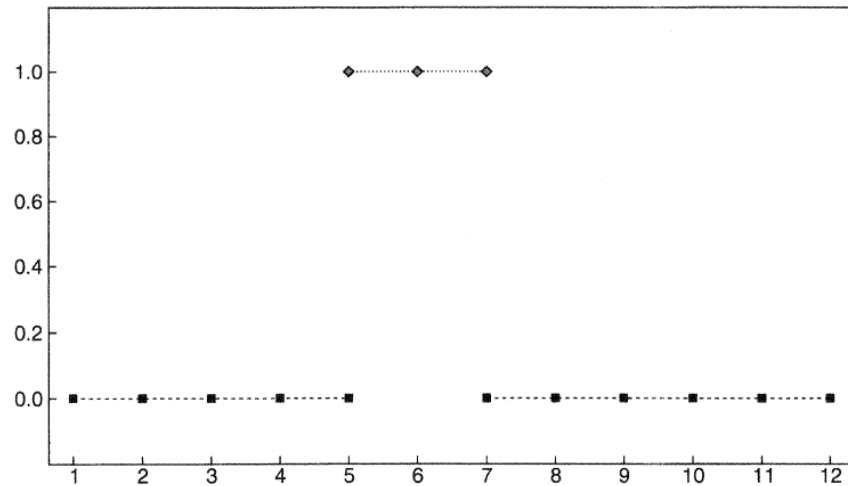


FIGURE 15.1 Crisp set: Numbers around six.



# 15. Fractional Truth: Fuzzy Logic and Behavioral Finance

## ■ 앞서 살펴본 내용이 Fuzzy의 핵심

### • Fuzzy Sets의 대표적인 예

- 정수 Set에서 6에 가까운 Set은 무엇일까?
- 왼쪽 그림은 2~5, 7~10을 직선으로 연결해서, 각 성분에 대한 Membership Function값을 달리하는 표현, 4의 경우 membership value 0.67을 가짐
- 오른쪽 그림은, Fuzzy Set의 Complement(여집합)를 표현, 4의 경우  $1 - 0.67 = 0.33$

$$A = \text{Membership in set A, } 0 \leq A \leq 1 \quad (15.1)$$

$$1 - A = \text{Complement of A} \quad (15.2)$$

$$\text{Min}(A, B) = \text{Intersection of sets A and B} \quad (15.3)$$

$$\text{Max}(A, B) = \text{Union of sets A and B} \quad (15.4)$$

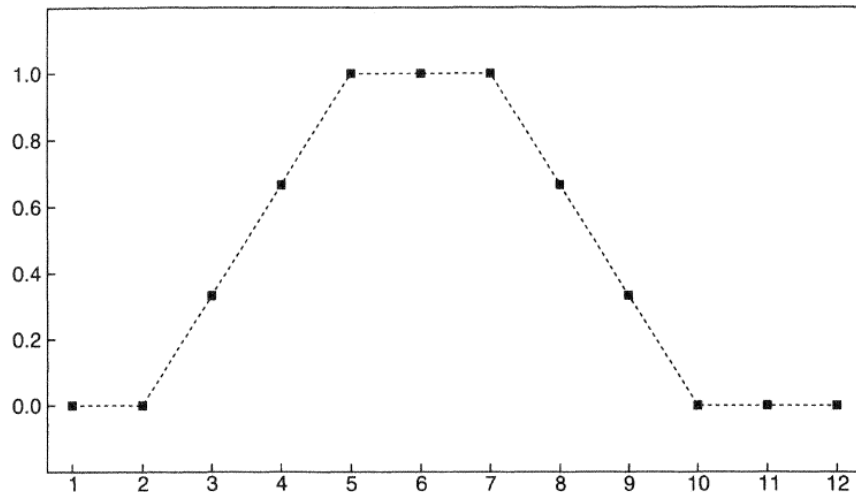


FIGURE 15.2 Fuzzy membership function: Numbers around six.

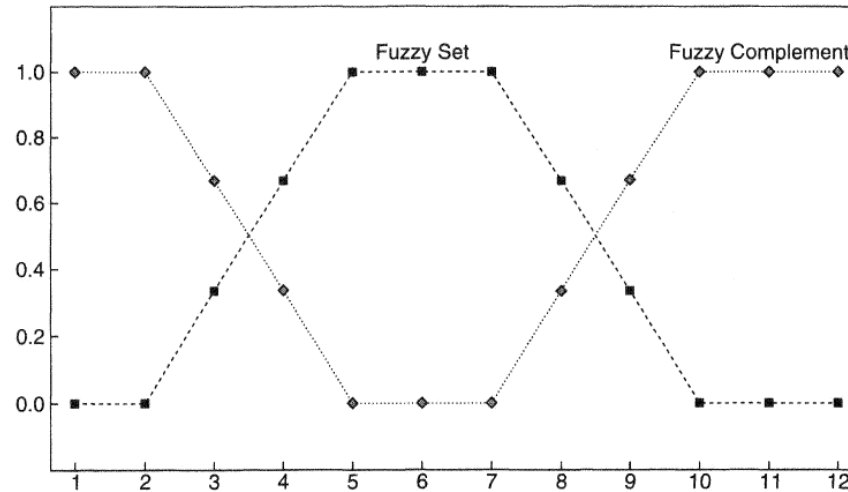


FIGURE 15.3 Fuzzy complement: Numbers around six.

# 15. Fractional Truth: Fuzzy Logic and Behavioral Finance

## ■ Fuzzy Sets과 Probability

- 앞서 살펴본 Fuzzy Membership Value(=Possibility)와 Probability는 둘 다 0~1 사이의 Scale이라는 점에서 혼용되어 잘못 사용되는 경우가 허다함
  - 다음의 예를 통해 둘이 어떻게 다른지 확인
    - 2개의 Bottle이 있다.
    - Bottle A에는 membership Function 0.9인 식수가 담겨있고, Bottle B에는 90%의 확률로 마실 수 있는 물이 담겨있다.
    - 물을 마시고 싶다면 어떤 것을 선택해야 할까?
      - A에는 물이 들어있는데, Membership Value 1일 때, 완전 깨끗한 식수라고 할 때, 0.9정도로 깨끗한 물이 들어있다는 뜻이고, B에는 말 그대로, 90%확률로 마실 수 있는 물이, 10%의 확률로 마실 수 없는 물이 들어있다는 뜻
    - 따라서, 우리는 어느 정도 마실 수 있는 물이 '무조건' 들어있는 A를 선택해야 함
- Fuzzy Sets의 Membership Value와 Probability의 개념은 완전히 다르다!
- 현실은 1과 0이 아닌 Fuzzy Sets의 Membership Value 형태로 존재하기 때문에, Decision Making을 위해 Fuzzy Logic이 활용됨
  - 춥다, 덥다, 색깔(사람들은 RGB의 G만을 녹색이라고 말하지 않음) 등
  - 세탁기부터 지하철 시스템까지 다양하게 현재 활용되고 있음

# 15. Fractional Truth: Fuzzy Logic and Behavioral Finance

---

## ■ Heuristic

- 사람들은 자신이 부딪히는 모든 상황에서 체계적이고 합리적인 판단을 하려고 노력하지는 않음.
- 어느 음식점에서 식사할지, 물건을 살 때 어떤 브랜드의 제품을 살지, 새로운 사람을 만났는데 그 사람이 어떤 사람인지 등을 생각할 때 모든 정보를 종합적으로 판단하려고 한다면, 모든 정보를 모으는 것도 불가능할 뿐만 아니라 인지적으로 상당한 부담
- 휴리스틱(heuristics)이란 시간이나 정보가 불충분하여 합리적인 판단을 할 수 없거나, 굳이 체계적이고 합리적인 판단을 할 필요가 없는 상황에서 신속하게 사용하는 어림짐작
- 휴리스틱은 큰 노력 없이도 빠른 시간 안에 대부분의 상황에서 만족할 만한 정답을 도출해 낸다는 점에서 긍정적이지만, 때로는 터무니없거나 편향된 결과를 가져오기도 함

# 15. Fractional Truth: Fuzzy Logic and Behavioral Finance

## ■ Heuristic의 종류

- 가용성 휴리스틱(availability heuristic)에 의한 치우침
  - 인간은 일반적으로 자신에게 익숙한 사건이 발생할 확률이 높다고 생각
- 대표성 휴리스틱(Representation heuristic)에 의한 치우침
  - 어떤 사건이 발생할 확률을 알고 있다 해도 기본적으로 주어진 서술적 정보에 더욱 의존
  - **확률에 대한 잘못된 이해에서 오는 오류** – 더욱 무작위해 보이는 순열이 나타날 확률이 더 높다고 생각
    - 오른쪽과 같이 6회 동전던지기 Case A B가 있을 때, 실제로는 A가 일어날 확률과 B가 일어날 확률이 같음에도, 사람들은 B가 일어날 확률이 높을 것이라고 생각함
  - **과신** – 사람들은 보통 자기가 선택한 분석 자료의 결과물이 더욱 신뢰도 있고 예측력 있다고 믿는 경향, 또한 더욱 자세하게 해설된 정보가 더욱 정확하다고 믿기도 함.
- 고정 및 조정 휴리스틱(Anchoring and adjustment heuristic)에 의한 치우침
  - Insufficient Adjustment – 사람들은 보통 초기에 자신이 정해놓은 가치를 추가적인 정보가 등장했음에도 재조정하려 하지 않음

A: TTTTTT  
B: THHTTT

# **16. Applying Chaos and Nonlinear Methods**

# 16. Applying Chaos and Nonlinear Methods

---

- LBS Capital Management (Clearwater, FLA)
  - LBS는 6억 달러의 투자금을 운용하는 중간 규모의 투자회사였음
  - LBS는 neural network과 genetic algorithm, 그리고 hybrid system을 응용하여 투자 전략을 구사함
  - The market-timing model
    - 전문 투자 시스템으로써 260개의 룰을 기반으로 함
  - Neural network를 응용한 stock selection model
    - 1992년부터 1994년까지의 운용기간 동안 S&P400 Mid-Cap index에 비해 3% 더 우수한 수익률을 기록
  - Genetic algorithm을 결합한 hybrid system
    - Neural network만을 이용한 stock selection model보다 더 우수한 수익률을 기록

# 16. Applying Chaos and Nonlinear Methods

---

- The Prediction Company (Santa Fe, NM)
  - 비선형적 투자기법을 채택한 가장 잘 알려진 투자회사
  - 1991년 Doyne Farmer, Norman Packard, James McGill이 설립
  - 그들은 chaos 이론의 발달에 큰 역할을 한 Santa Cruz Collective 의 회원이었으며 그들은 chaos이론과 Lyapunov exponent를 이용한 분석법으로 금융 시장을 연구했음
  - Swiss Bank Corporation과의 배타적 독점 계약으로 인해 그들의 투자 전략은 잘 알려져 있지 않음
  - 공개된 자료에 따르면 그들은 GA와 NN, decision tree, 그 외의 다양한 비선형적 회귀분석법을 이용해 시장을 분석하였으며 그들의 분석에 따르면 시장에는 수익을 낼 수 있는 때와 내기 힘든 때가 존재한다고 함

# 16. Applying Chaos and Nonlinear Methods

---

## ■ TLB Partners (New York, NY)

- TLB Partners는 nonlinear pricing이라는 개념을 근간으로 하여 hedge fund를 운용하는 투자 회사
- Nonlinear pricing은 Christopher May에 의해 고안된, NN과 GA그리고 Hurst exponent를 응용하는 기법
- 그의 정확한 전략은 알려져 있지 않으나 패턴 인식을 통한 매수/매도 시점 포착을 한다는 점은 분명함
- May는 그들이 단기 투자를 하는 것은 아니며 일반적으로 6~9개월 단위의 투자 활동을 한다고 이야기
- TLB는 1994년 10월부터 1995년 9월까지 102.63%의 수익률을 기록함, 비록 1995년이 상승장이었지만 이와 같은 수익률은 기록적이라고 할 수 있음



# **17. What lies Ahead: Toward a More General Approach**

# 17. What lies Ahead: Toward a More General Approach

---

- Capital markets은 Nonlinear Systems이라는 증거가 많음
- 그러나, 현재 자본시장이론은 이러한 사실을 염두에 두지 않음
- 그래서, Validity가 떨어질 수 밖에 없음
- 그럼에도 불구하고, CAPM을 대신할 수 있는 Full model이 없음
- Vaga의 Coherent Market Hypothesis는 Equity보다 Bonds에 잘 들어맞음.
- 우리가 살펴본 Non-linear effect를 포함하며, 채권, 통화, 주식 등 전반을 아우를 수 있는 새로운 자본시장이론이 필요함