离散数学

DISCRETE MATHEMATICS

第五章 一阶逻辑等值演算与推理

- 一阶逻辑等值式与置换规则
- 前束范式
- 自然推理系统F及其推理规则

第五章 一阶逻辑等值演算与推理

- 一阶逻辑等值式与置换规则
- 前束范式
- 自然推理系统F及其推理规则

引入

一阶逻辑中，有些命题可以有不同的符号化形式。如：

没有不能表示为分数的有理数。

令　$H(x)$: x是有理数。$W(x)$:x能表示成分数。 则：

（1） $\forall x\,(H(x) \rightarrow W(x))$ （2） $\neg\exists x(H(x) \wedge \neg W(x))$

均正确。

同命题逻辑一样，我们称（1）、（2）是**等值**的。

5.1 一阶逻辑等值式与置换规则

定义5.1 设A, B是两个谓词公式, 如果$A\leftrightarrow B$是永真式, 则称A与B等值, 记作$A\Leftrightarrow B$, 并称$A\Leftrightarrow B$是等值式

第一组 命题逻辑中16组基本等值式的代换实例

例如，$\neg\neg\forall xF(x)\Leftrightarrow\forall xF(x)$,

$\forall xF(x)\rightarrow\exists yG(y) \Leftrightarrow \neg\forall xF(x)\vee\exists yG(y)$ 等

第二组

(1) 消去量词等值式

设$D=\{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$

① $\forall xA(x) \Leftrightarrow A(a_1)\wedge A(a_2)\wedge\ldots\wedge A(a_n)$

② $\exists xA(x) \Leftrightarrow A(a_1)\vee A(a_2)\vee\ldots\vee A(a_n)$

基本等值式

(2) 量词否定等值式

① $\neg\forall x A(x) \Leftrightarrow \exists x \neg A(x)$

② $\neg\exists x A(x) \Leftrightarrow \forall x \neg A(x)$

(3) 量词辖域收缩与扩张等值式

$A(x)$ 是含 x 自由出现的公式，B 中不含 x 的自由出现

关于全称量词的：

① $\forall x(A(x)\vee B) \Leftrightarrow \forall x A(x)\vee B$

② $\forall x(A(x)\wedge B) \Leftrightarrow \forall x A(x)\wedge B$

③ $\forall x(A(x)\rightarrow B) \Leftrightarrow \exists x A(x)\rightarrow B$

④ $\forall x(B\rightarrow A(x)) \Leftrightarrow B\rightarrow\forall x A(x)$

基本等值式

关于存在量词的：

① $\exists x(A(x)\vee B) \Leftrightarrow \exists xA(x)\vee B$

② $\exists x(A(x)\wedge B) \Leftrightarrow \exists xA(x)\wedge B$

③ $\exists x(A(x)\rightarrow B) \Leftrightarrow \forall xA(x)\rightarrow B$

④ $\exists x(B\rightarrow A(x)) \Leftrightarrow B\rightarrow \exists xA(x)$

(4) 量词分配等值式

① $\forall x(A(x)\wedge B(x)) \Leftrightarrow \forall xA(x)\wedge \forall xB(x)$

② $\exists x(A(x)\vee B(x)) \Leftrightarrow \exists xA(x)\vee \exists xB(x)$

注意：$\forall$对$\vee$，$\exists$对$\wedge$无分配律

基本等值式证明实例

$\exists x(A(x)\to B) \Leftrightarrow \forall xA(x)\to B$

设个体域为$\{a_1,a_2,\ldots,a_n\}$

$\exists x(A(x)\to B)$

$\Leftrightarrow (A(a_1)\to B) \vee (A(a_2)\to B) \vee\ldots\vee (A(a_n)\to B)$

$\Leftrightarrow(\neg A(a_1) \vee B) \vee(\neg A(a_2) \vee B) \vee\ldots\vee (\neg A(a_n) \vee B)$

$\Leftrightarrow(\neg A(a_1) \vee \neg A(a_2) \vee\ldots\vee \neg A(a_n)) \vee B$

$\Leftrightarrow \exists x \neg A(x) \vee B$

$\Leftrightarrow \neg \forall xA(x) \vee B$

$\Leftrightarrow \forall xA(x)\to B$

置换规则、换名规则

1. 置换规则

设$\Phi(A)$是含A的公式, 那么, 若$A \Leftrightarrow B$, 则$\Phi(A) \Leftrightarrow \Phi(B)$.

2. 换名规则

设A为一公式，将A中某量词辖域中个体变项的所有约束出现及相应的指导变元换成该量词辖域中未曾出现过的个体变项符号，其余部分不变，设所得公式为A'，则$A' \Leftrightarrow A$.

实例

例1 将下面命题用两种形式符号化, 并证明两者等值:

(1) 没有不犯错误的人

解 令$F(x)$：x是人，$G(x)$：x犯错误.

$\neg\exists x(F(x)\wedge\neg G(x))$ 或 $\forall x(F(x)\rightarrow G(x))$

$\neg\exists x(F(x)\wedge\neg G(x))$

$\Leftrightarrow \forall x\neg(F(x)\wedge\neg G(x))$ 量词否定等值式

$\Leftrightarrow \forall x(\neg F(x)\vee G(x))$ 置换

$\Leftrightarrow \forall x(F(x)\rightarrow G(x))$ 置换

实例

(2) 不是所有的人都爱看电影

解 令$F(x)$：x是人，$G(x)$： x爱看电影.

$\neg\forall x(F(x)\rightarrow G(x))$ 或 $\exists x(F(x)\wedge\neg G(x))$

$\neg\forall x(F(x)\rightarrow G(x))$

$\Leftrightarrow \exists x\neg(F(x)\rightarrow G(x))$ 量词否定等值式

$\Leftrightarrow \exists x\neg(\neg F(x)\vee G(x))$ 置换

$\Leftrightarrow \exists x(F(x)\wedge\neg G(x))$ 置换

实例

例2 将公式化成等值的不含既有约束出现、又有自由出现的个体变项：$\forall x(F(x,y,z)\rightarrow\exists yG(x,y,z))$

解 $\forall x(F(x,y,z)\rightarrow\exists yG(x,y,z))$

$\Leftrightarrow \forall x(F(x,y,z)\rightarrow\exists tG(x,t,z))$ 换名规则

$\Leftrightarrow \forall x\exists t(F(x,y,z)\rightarrow G(x,t,z))$ 辖域扩张等值式

实例

例3 设个体域$D=\{a,b,c\}$, 消去下述公式中的量词:

(1) $\forall x\exists y(F(x)\rightarrow G(y))$　　　(2) $\exists x\forall yF(x,y)$

解　(1) $\forall x\exists y(F(x)\rightarrow G(y))$

$$\Leftrightarrow (\exists y(F(a)\rightarrow G(y)))\wedge(\exists y(F(b)\rightarrow G(y)))\wedge(\exists y(F(c)\rightarrow G(y)))$$

$$\Leftrightarrow((F(a)\rightarrow G(a))\vee(F(a)\rightarrow G(b))\vee(F(a)\rightarrow G(c)))$$

$$\wedge((F(b)\rightarrow G(a))\vee(F(b)\rightarrow G(b))\vee(F(b)\rightarrow G(c)))$$

$$\wedge((F(c)\rightarrow G(a))\vee(F(c)\rightarrow G(b))\vee(F(c)\rightarrow G(c)))$$

实例

(1)的另一种解法:

$$\forall x\exists y(F(x)\rightarrow G(y))$$

$$\Leftrightarrow \forall x(F(x)\rightarrow\exists yG(y))$$ 辖域缩小等值式

$$\Leftrightarrow \forall x(F(x)\rightarrow G(a)\vee G(b)\vee G(c))$$

$$\Leftrightarrow (F(a)\rightarrow G(a)\vee G(b)\vee G(c))$$

$$\wedge(F(b)\rightarrow G(a)\vee G(b)\vee G(c))$$

$$\wedge(F(c)\rightarrow G(a)\vee G(b)\vee G(c))$$

实例

(2) $\exists x \forall y F(x,y)$

$$\exists x \forall y F(x,y)$$

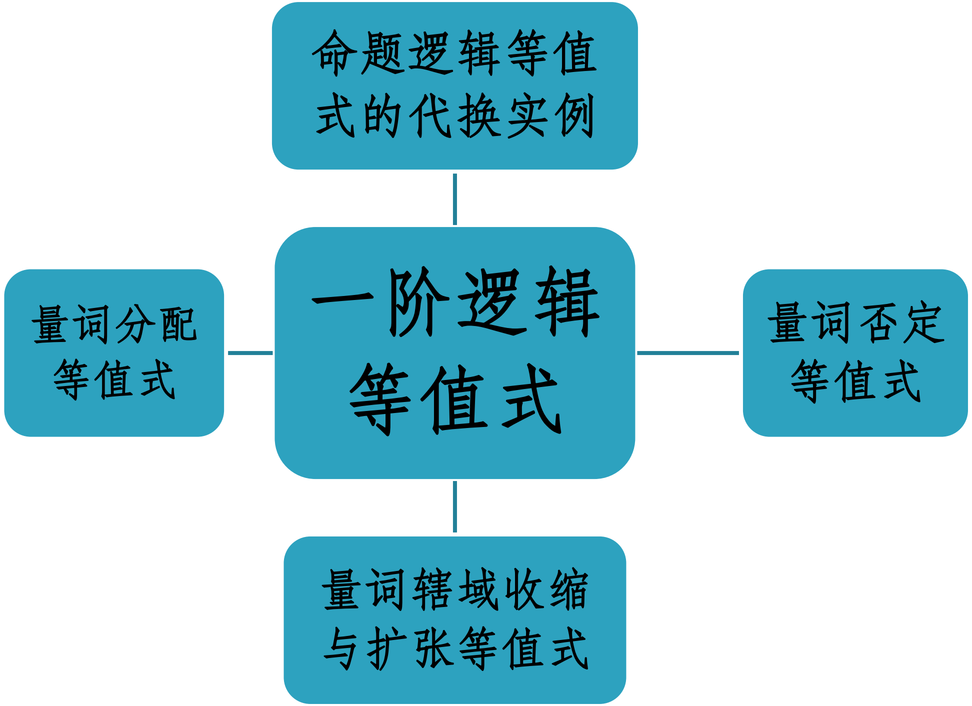
$$\Leftrightarrow \exists x(F(x,a) \land F(x,b) \land F(x,c))$$

$$\Leftrightarrow (F(a,a) \land F(a,b) \land F(a,c))$$

$$\lor (F(b,a) \land F(b,b) \land F(b,c))$$

$$\lor (F(c,a) \land F(c,b) \land F(c,c))$$

课堂小结



作业

- 习题5 第13题 一阶逻辑命题符号化


THANK
YOU

引入

- 在命题逻辑里，每一公式都有与之等值的范式，范式是一种统一的表达形式，当研究一个公式的特点 (如永真、永假) 时，范式起着重要作用。
- 对谓词逻辑的公式来说，也有范式。

第五章 一阶逻辑等值演算与推理

- 一阶逻辑等值式与置换规则
- 前束范式
- 自然推理系统F及其推理规则

5.2 一阶逻辑前束范式

定义5.2 设A为一个一阶逻辑公式，若A具有如下形式

$$Q_1x_1Q_2x_2\ldots Q_kx_kB$$

则称A为前束范式，其中Q_i $(1\leq i \leq k)$为$\forall$或$\exists$，B为不含量词的公式.

判断： $\forall x\neg(F(x)\wedge G(x))$ √

$\forall x\exists y(F(x)\to(G(y)\wedge H(x,y)))$ √

$\neg\exists x(F(x)\wedge G(x))$

$\forall x(F(x)\to\exists y(G(y)\wedge H(x,y)))$

前束范式存在定理

定理5.1（前束范式存在定理）

一阶逻辑中的任何公式都存在与之等值的前束范式

例4 求下列公式的前束范式

(1) $\neg\exists x(M(x)\wedge F(x))$

解 $\neg\exists x(M(x)\wedge F(x))$

$\Leftrightarrow \forall x(\neg M(x)\vee\neg F(x))$ （量词否定等值式）

$\Leftrightarrow \forall x(M(x)\rightarrow\neg F(x))$

后两步结果都是前束范式，说明公式的前束范式不惟一.

求前束范式的实例

(2) $\forall xF(x) \wedge \neg\exists xG(x)$

解 $\forall xF(x) \wedge \neg\exists xG(x)$

$\Leftrightarrow \forall xF(x) \wedge \forall x\neg G(x)$ （量词否定等值式）

$\Leftrightarrow \forall x(F(x) \wedge \neg G(x))$ （量词分配等值式）

或

$\forall xF(x) \wedge \neg\exists xG(x)$

$\Leftrightarrow \forall xF(x) \wedge \forall x\neg G(x)$ 量词否定等值式

$\Leftrightarrow \forall xF(x) \wedge \forall y\neg G(y)$ 换名规则

$\Leftrightarrow \forall x\forall y(F(x) \wedge \neg G(y))$ 量词辖域收缩与扩张等值式

求前束范式的实例

(3) $\forall xF(x) \vee \neg\exists xG(x)$

解 $\forall xF(x) \vee \neg\exists xG(x)$

$\Leftrightarrow \forall xF(x) \vee \forall x\neg G(x)$ （量词否定等值式）

$\Leftrightarrow \forall x(F(x) \vee \neg G(x))$ （量词分配等值式）

或

$\forall xF(x) \vee \neg\exists xG(x)$

$\Leftrightarrow \forall xF(x) \vee \forall x\neg G(x)$ 量词否定等值式

$\Leftrightarrow \forall xF(x) \vee \forall y\neg G(y)$ 换名规则

$\Leftrightarrow \forall x\forall y(F(x) \vee \neg G(y))$ 量词辖域收缩与扩张等值式

求前束范式的实例

(4) $\forall xF(x)\rightarrow\exists y(G(x,y)\wedge\neg H(y))$

解 $\forall xF(x)\rightarrow\exists y(G(x,y)\wedge\neg H(y))$

$\Leftrightarrow \forall zF(z)\rightarrow\exists y(G(x,y)\wedge\neg H(y))$ 换名规则

$\Leftrightarrow \exists z\exists y(F(z)\rightarrow(G(x,y)\wedge\neg H(y)))$ 量词辖域收缩扩张等值式

小讨论

- 前束范式的应用

- 基本概念--------等值演算---------推理理论

第五章 一阶逻辑等值演算与推理

- 一阶逻辑等值式与置换规则
- 前束范式
- 自然推理系统F及其推理规则

5.3 一阶逻辑的推理理论

推理的形式结构

1. $A_1 \wedge A_2 \wedge \ldots \wedge A_k \rightarrow B$

   若此式是永真式, 则称推理正确, 记作$A_1 \wedge A_2 \wedge \ldots \wedge A_k \Rightarrow B$

2. 前提: $A_1, A_2, \ldots, A_k$

   结论: B

推理定律: 永真式的蕴涵式

推理定律

第一组 命题逻辑推理定律的代换实例

如, $\forall xF(x) \land \exists yG(y) \Rightarrow \forall xF(x)$

第二组 基本等值式生成的推理定律

如, $\forall xF(x) \Rightarrow \neg\neg\forall xF(x)$, $\neg\neg\forall xF(x) \Rightarrow \forall xF(x)$

$\neg\forall xF(x) \Rightarrow \exists x\neg F(x)$, $\exists x\neg F(x) \Rightarrow \neg\forall xF(x)$

第三组 其他常用推理定律

(1) $\forall xA(x) \lor \forall xB(x) \Rightarrow \forall x(A(x) \lor B(x))$

(2) $\exists x(A(x) \land B(x)) \Rightarrow \exists xA(x) \land \exists xB(x)$

(3) $\forall x(A(x) \to B(x)) \Rightarrow \forall xA(x) \to \forall xB(x)$

(4) $\exists x(A(x) \to B(x)) \Rightarrow \exists xA(x) \to \exists xB(x)$

自然推理系统*F*

定义5.3 自然推理系统*F* 定义如下:

1. 字母表. 同一阶语言L 的字母表
2. 合式公式. 同L 的合式公式
3. 推理规则:

(1) 前提引入规则
(2) 结论引入规则
(3) 置换规则
(4) 假言推理规则
(5) 附加规则
(6) 化简规则
(7) 拒取式规则

自然推理系统*F*

(8) 假言三段论规则

(9) 析取三段论规则

(10) 构造性二难推理规则

(11) 合取引入规则

(12) UI规则

(13) UG规则

(14) EI规则

(15) EG规则

思考

- 一阶逻辑推理系统，相对命题逻辑推理系统，难点在哪？

自然推理系统F中的推理规则

四条重要推理规则：

1、全称量词消去规则（UI规则）

2、全称量词引入规则（UG规则）

3、存在量词引入规则（EG规则）

4、存在量词消去规则（EI规则）

注意：只能对前束范式适用上述规则。

UI规则(universal instantiation)

表示为

$$\frac{\forall x A(x)}{\therefore A(y)} \quad \text{或} \quad \frac{\forall x A(x)}{\therefore A(c)}$$

注意1：y是自由变项； c是个体常项

注意2：被消去量词的辖域是整个公式

例如

(1) $\forall x(F(x)\rightarrow G(x))$ 前提引入

(2) $F(a)\rightarrow G(a)$ (1)UI

UG规则(universal generalization)

表示为 $$\frac{A(y)}{\therefore\ \forall x A(x)}$$

注意1：y是自由变项，并且对每个y，A(y)均为真

注意2：量词加在整个公式前面

例如

(1) $F(y) \rightarrow G(y)$　　前提引入

(2) $\forall x(F(x) \rightarrow G(x))$　　(1)UG

EI规则(existential instantiation)

表示为 $\exists xA(x)$

$$\frac{\exists xA(x)}{\therefore A(c)}$$

注意1: c是特定的满足A的个体常项

注意2：被消去量词的辖域是整个公式

注意3：若A(x)中除自由出现的x外，还有其它自由出现的个体变项，此规则不能使用。

例如

(1) $\exists x(F(x) \wedge G(x))$ 前提引入

(2) $F(a) \wedge G(a)$ (1)EI

如： $\exists x\, A(x,y)$ ×

$$\frac{\exists x\, A(x,y)}{\therefore A(c,y)}$$

EG规则(existential generalization)

表示为 $\dfrac{A(c)}{\therefore \exists xA(x)}$

注意1：c是个体常项

注意2:量词加在整个公式前面

例如

(1) $F(c) \wedge G(c)$　　前提引入

(2) $\exists x(F(x) \wedge G(x))$　　(1)EG

实例1

例1 在自然推理系统F中，构造下面推理的证明：

任何自然数都是整数；存在着自然数。所以存在着整数。个体域为实数集合R。

解 先将原子命题符号化。

设 F(x):x为自然数，G(x):x为整数。

前提： $\forall x(F(x)\to G(x))$, $\exists xF(x)$

结论： $\exists xG(x)$

证明：

(1)$\exists xF(x)$	前提引入
(2)$F(c)$	(1)EI规则
(3)$\forall x(F(x)\to G(x))$	前提引入
(4) $F(c)\to G(c)$	(3)UI规则
(5)$G(c)$	(2)(4)假言推理
(6) $\exists xG(x)$	(5)EG规则

实例1分析

以上证明的每一步都是严格按推理规则及应满足的条件进行的。因此，前提的合取为真时，结论必为真。但如果改变命题序列的顺序会产生由真前提推出假结论的错误。如果证明如下进行：

(1) $\forall x(F(x)\rightarrow G(x))$ 前提引入
(2) $F(c)\rightarrow G(c)$ ①UI规则
(3) $\exists xF(x)$ 前提引入
(4) $F(c)$ ③EI规则

在(2)中取 $c=\sqrt{2}$，则 $F(\sqrt{2})\rightarrow G(\sqrt{2})$ 为真（前件假），于是(4)中 $F(\sqrt{2})$ 为假，这样从前件真推出了假的中间结果。

课堂小结

前束范式 → 自然推理系统F → 推理规则

作业

- 习题5 第13题 一阶逻辑命题符号化并且表示为前束范式
- 讨论自然推理系统F的UI、UG、EI、EG规则的使用注意事项

THANK YOU

复习引入

- 一阶逻辑推理系统，相对命题逻辑推理系统，难点在哪?
- 自然推理系统F中，规则的使用?

自然推理系统F中的推理规则

四条重要推理规则：

1、全称量词消去规则（UI规则）

2、全称量词引入规则（UG规则）

3、存在量词引入规则（EG规则）

4、存在量词消去规则（EI规则）

注意：只能对前束范式适用上述规则。

实例1

例1 在自然推理系统F中，构造下面推理的证明：

任何自然数都是整数；存在着自然数。所以存在着整数。个体域为实数集合R。

解 先将原子命题符号化。

设 F(x):x为自然数，G(x):x为整数。

前提： $\forall x(F(x)\rightarrow G(x)), \exists xF(x)$

结论： $\exists xG(x)$

证明：

(1) $\exists xF(x)$	前提引入
(2) $F(c)$	(1)EI规则
(3) $\forall x(F(x)\rightarrow G(x))$	前提引入
(4) $F(c)\rightarrow G(c)$	(3)UI规则
(5) $G(c)$	(2)(4)假言推理
(6) $\exists xG(x)$	(5)EG规则

实例1分析

以上证明的每一步都是严格按推理规则及应满足的条件进行的。因此，前提的合取为真时，结论必为真。但如果改变命题序列的顺序会产生由真前提推出假结论的错误。如果证明如下进行：

(1) $\forall x(F(x)\rightarrow G(x))$ 前提引入

(2) $F(c)\rightarrow G(c)$ ①UI规则

(3) $\exists xF(x)$ 前提引入

(4) $F(c)$ ③EI规则

在(2)中取$c=\sqrt{2}$,则$F(\sqrt{2})\rightarrow G(\sqrt{2})$为真（前件假）,于是(4)中$F(\sqrt{2})$为假，这样从前件真推出了假的中间结果。

- 证明序列中先使用EI规则，后使用UI规则。

实例2

例2 指出下面证明中的错误。

证明：

(1) $\forall x\,(F(x)\to G(x))$ 前提引入

(2) $F(y)\to G(y)$ (1) UI

(3) $\exists x\,F(x)$ 前提引入

(4) $F(y)$ (3)EI

(5) $G(y)$ (2)(4)假言推理

(6) $\forall x\,G(x)$ (5)UG

对$\exists xF(x)$消去量词时，要求用特定的个体常项取代x，而不能用变项y取代x，所以(3)到(4)有错。

实例3

例3 设个体域为实数集合，F(x,y)为x>y. 指出在推理系统F中，以 $\forall x \exists y F(x,y)$(真命题) 为前提，推出 $\forall x F(x,c)$(假命题)的下述推理证明中的错误。

(1) $\forall x \exists y F(x,y)$ 前提引入
(2) $\exists y F(z,y)$ ①UI规则
(3) $F(z,c)$ ②EI规则
(4) $\forall x F(x,c)$ ③UG规则

实例3解答

解 由于c为特定的个体常项，所以 $\forall xF(x,c)$(即为$\forall x(x>c)$)为假命题。如果按F中推理规则进行推理，不会从真命题推出假命题。

在以上推理证明中，第三步错了，由于$F(z,y)$中除有自由出现的y，还有自由出现的z，按EI规则应该满足的条件(3)，此处不能用EI规则。用了EI规则，导致了从真命题推出假命题的错误。

- 要注意规则使用的适用条件和规则的正确使用。

实例4

例4 在自然推理系统F中，构造下列推理的证明。

设个体域为实数域。

不存在能表示成分数的无理数。有理数都能表示成分数。因此，有理数都不是无理数。

解：设F(x):x是无理数. G(x):x是有理数. H(x):x能表示成分数.

前提： $\neg\exists x(F(x) \wedge H(x))$， $\forall x(G(x) \rightarrow H(x))$.

结论： $\forall x(G(x) \rightarrow \neg F(x))$.

实例3证明

证明:

(1) $\neg \exists x(F(x) \wedge H(x))$	前提引入
(2) $\forall x (\neg F(x) \vee \neg H(x))$	(1) 置换规则
(3) $\forall x(H(x) \rightarrow \neg F(x))$	(2)置换规则
(4) $H(y) \rightarrow \neg F(y)$	(3) UI
(5) $\forall x(G(x) \rightarrow H(x))$	前提引入
(6) $G(y) \rightarrow H(y)$	(5)UI
(7) $G(y) \rightarrow \neg F(y)$	(4)(6)假言三段论
(8) $\forall x(G(x) \rightarrow \neg F(x))$	(7)UG

- 结论为量词为全称量词，则使用UI规则时，要用y代替x。

对照：实例1

例1 在自然推理系统F中，构造下面推理的证明：

任何自然数都是整数；存在着自然数。所以存在着整数。个体域为实数集合R。

解 先将原子命题符号化。

设 F(x):x为自然数，G(x):x为整数。

前提： $\forall x(F(x)\rightarrow G(x)), \exists xF(x)$

结论： $\exists xG(x)$

证明：

(1)$\exists xF(x)$	前提引入
(2)$F(c)$	(1)EI规则
(3)$\forall x(F(x)\rightarrow G(x))$	前提引入
(4) $F(c)\rightarrow G(c)$	(3)UI规则
(5)$G(c)$	(2)(4)假言推理
(6) $\exists xG(x)$	(5)EG规则

- 结论中量词为存在量词，则使用UI规则时，均用a取代x。

实例5（归谬法）

例5 在自然推理系统*F*中，构造下列推理的证明。

前提：$\forall x(F(x)\vee G(x))$, $\forall x(\neg R(x)\vee \neg G(x))$, $\forall x\, R(x)$.

结论：$\forall x\, F(x)$.

证明：

(1) $\neg\forall x\, F(x)$	结论否定引入
(2) $\exists x\, \neg F(x)$	(1) 置换规则
(3) $\neg F(a)$	(2)EI
(4) $\forall x(F(x) \vee G(x))$	前提引入
(5) $F(a) \vee G(a)$	(4)UI
(6) $G(a)$	(3)(5)析取三段论
(7) $\forall x(\neg R(x)\vee \neg G(x))$	前提引入
(8) $\neg R(a)\vee \neg G(a))$	(7) UI
(9) $\neg R(a)$	(6)(8)EI
(10) $\forall x\, R(x)$	前提引入
(11)$R(a)$	(10)UI
(12)$\neg R(a) \wedge R(a)$	(9)(11)合取

- 证明方法：直接证明法，附加前提证明法，归谬法

课堂练习

在自然推理系统F中，构造下面推理的证明

- 1.所有狮子都是凶猛的，有些狮子不喝咖啡，所以有些凶猛的动物不喝咖啡。
- 2.所有的蜂鸟都五彩斑斓，没有大鸟以蜜为生，不以蜜为生的鸟都色彩单调。所以蜂鸟都是小鸟。

练习1参考

1.在自然推理系统F中，构造下列推理的证明。

所有狮子都是凶猛的，有些狮子不喝咖啡，所以有些凶猛的动物不喝咖啡。

解：令$P(x)$： x 是狮子， $Q(x)$:x 是凶猛的，$R(x)$:x 喝咖啡,

假定所有动物的集合为个体域，则命题符号化为

前提： $\forall x(P(x)\rightarrow Q(x))$， $\exists x(P(x)\wedge \neg R(x))$
结论： $\exists x(Q(x)\wedge \neg R(x))$

练习2参考

2.在自然推理系统F中，构造下列推理的证明。

所有的蜂鸟都五彩斑斓，没有大鸟以蜜为生，不以蜜为生的鸟都色彩单调。所以蜂鸟都是小鸟。

解： 令$P(x)$： x 是蜂鸟， $Q(x)$： x 是大鸟，$R(x)$： x 是以蜜为生的鸟，$S(x)$： x 五彩斑斓

假定所有鸟的集合为个体域，则命题符号化为

前提： $\forall x(P(x)\rightarrow S(x))$，$\neg\exists x(Q(x)\wedge R(x))$，$\forall x(\neg R(x)\rightarrow\neg S(x))$
结论： $\forall x(P(x)\rightarrow\neg Q(x))$

课堂小结

- 证明序列中先使用EI规则，后使用UI规则。
- 结论中量词为存在量词，则使用UI规则时，均用a取代x；
- 结论为量词为全称量词，则使用UI规则时，要用y代替x。
- 必须将前提化为前束范式才能消去存在量词。
- 证明方法：直接证明法，附加前提证明法，归谬法

作业

- 习题五 第24题 第25题 一阶逻辑推理证明

THANK YOU

The end of

Mathematical Logic