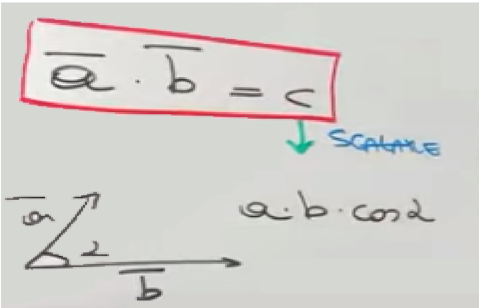
Grandezza scalare:
è una grandezza che viene espressa solo dal valore e l'unità di misura

Grandezza vettoriale:
è una grandezza che è definita solo tramite l'insieme di:
- Modulo: valore della grandezza
- Direzione: retta su cui giace il vettore. Orizzontale, verticale (, profondità immagino)
- Verso: destra o sinistra per orizzontale, alto o basso per vertica

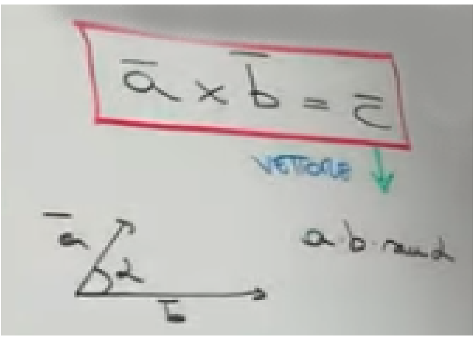
Prodotto scalare:
dati due vettori che hanno stessa origine, la loro combinazione sarà uno scalare



c = modulo del prodotto

c = |a|·|b|·**cos(α)**

Prodotto vettoriale (sul piano):
dati due vettori, la loro combinazione sarà un vettore



c = vettore e quindi dobbiamo sapere:
- modulo
- direzione
- verso

modulo c = |a|·|b|·**sen(α)**
direzione c = perpendicolare al piano (nell'origine dei vettori) dove giacciono "a" e "b"
verso c = dato dalla <u>regola della mano destra</u>

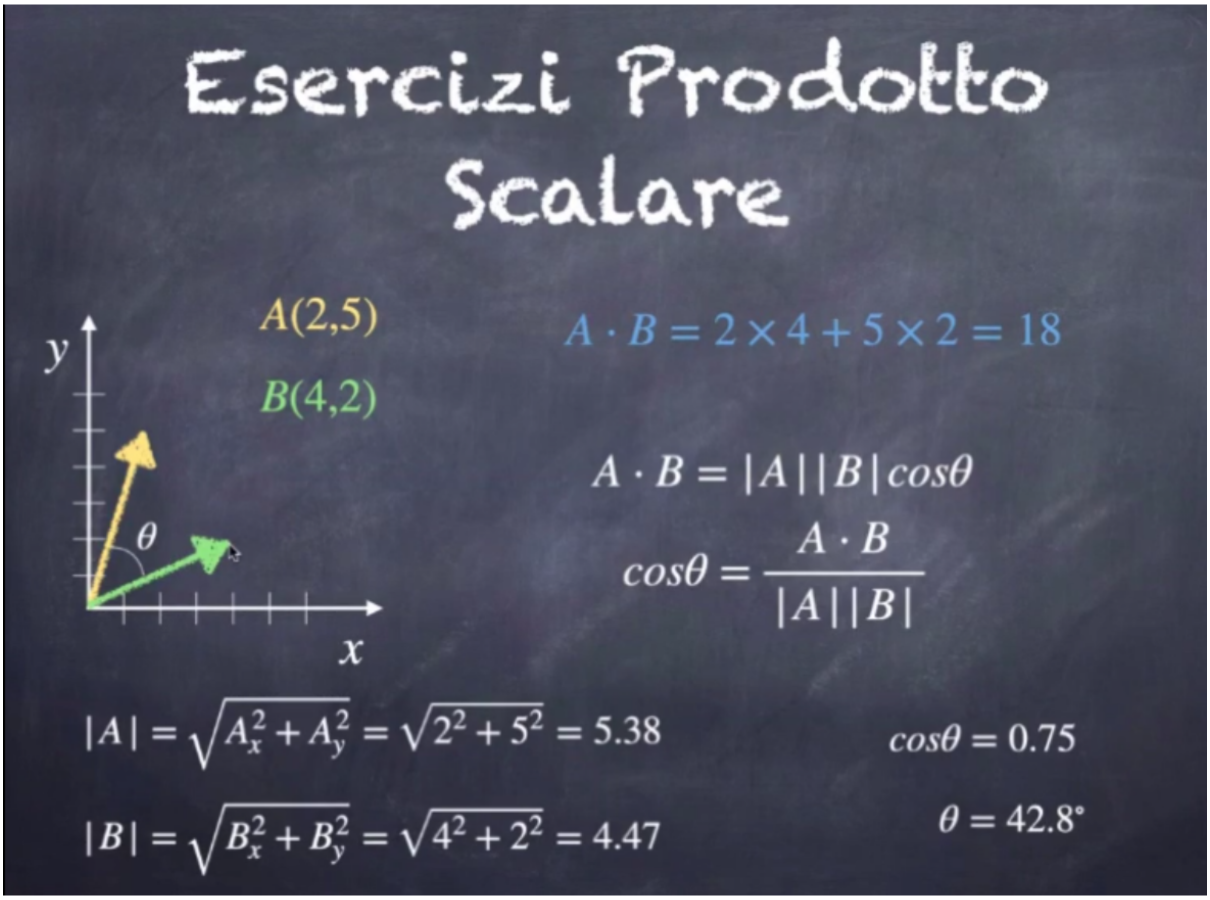
<u>Non vale la proprietà commutativa.</u> Si ha quindi:
C = A × B = − B × A
D = B × A = − C

Regola mano destra (diverso da quello del prof…):
metti il pollice nella direzione del verso del primo vettore (a),
metti le altre dita nella direzione del verso del del secondo vettore (b),
guarda dove punta il palmo della mano, se è verso di noi il palmo allora vuol dire che è uscente mentre se puntasse dall'altra parte vuol dire che è entrante.

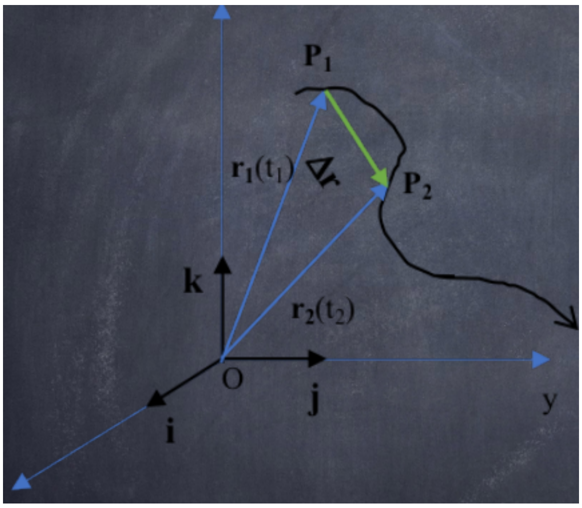
Se entrante il vettore si disegna con una "x"
Se uscente si disegna con un punto "·"

Prodotto scalare x vettore:
Come risultato da un vettore che avrà stessa direzione e verso del vettore moltiplicato ma il modulo risultante sarà uguale al modulo del vettore * lo scalare.

Dati: Vettore = A, scalare β si ha B = βA con direzione B = direzione A
modulo |B| = β|A|
verso B = verso A se $\beta > 0$
verso B = verso opposto A se $\beta < 0$



Velocità istantanea:



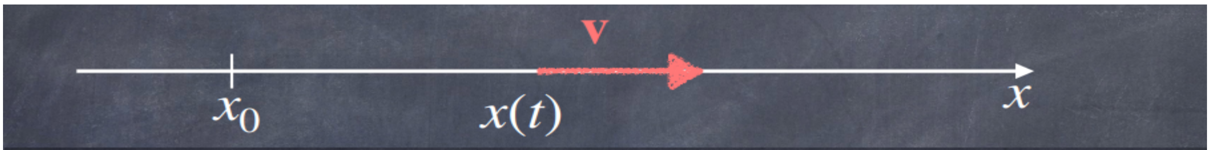
Data l'immagine a sinistra si ha:
V_{ist} corrisponde sempre a un vettore che avrà:
- direzione = tangente alla curva
- verso = quello di Δr infinitesimo (vettore spostamento)
- modulo = modulo di v(t) con

$$\mathbf{v}(t) = v_x(t)\hat{\imath} + v_y(t)\hat{\jmath} + v_z(t)\hat{k}$$

$$\mathbf{v}(t) = lim_{\Delta t \to 0} \frac{\mathbf{r}(t+\Delta t) - \mathbf{r}(t)}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}(t)}{dt} = \dot{\mathbf{r}}(t) \quad [m/s]$$

Moto rettilineo uniforme:
velocità costante → accelerazione nulla

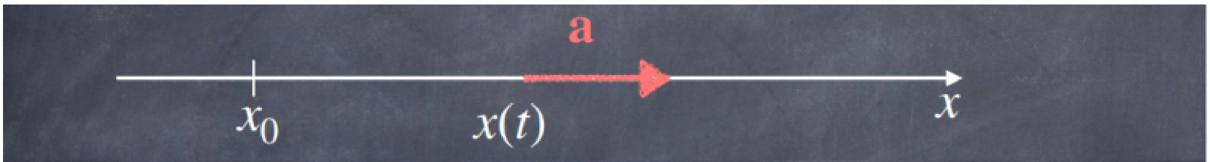
Per sapere a che distanza si troverà un corpo dopo tot tempo con questo moto e velocità V_0:



$$x(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} v_0 \, dt' \qquad x(t) = x_0 + v_0(t - t_0)$$

con $x(t)$ = posizione in un istante di tempo t, V_0 = velocità del corpo, $t-t_0$ = tempo trascorso

Moto Rettilineo Uniformemente Accelerato:
accelerazione costante (a_0)



Velocita' $$v(t) = v(t_0) + \int_{t_0}^{t} a_0 \, dt' \qquad v(t) = v(t_0) + a_0(t - t_0)$$

Posizione $$x(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} v(t) \, dt' \qquad x(t) = x_0 + v(t_0)(t - t_0) + \frac{1}{2}a_0(t - t_0)^2$$

$$t_0 = 0 \qquad \begin{cases} a(t) = a_0 \\ v(t) = v_0 + a_0 t \\ x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \end{cases}$$

con a_0 = accelerazione, $V(t)$ = velocità in un istante di tempo t, $t-t_0$ = tempo trascorso

Moto Verticale (Moto Rettilineo Uniformemente Accelerato):
accelerazione di gravità' → $a = -g$ → $g = 9.81\ m/s^2$ → verso = dall'alto verso il basso
equazione traiettoria di un punto materiale che viene lasciato cadere da una certa altezza z_0 fino al suolo sarà data da:

$$z(t) = z_0 - \frac{1}{2}g t^2$$

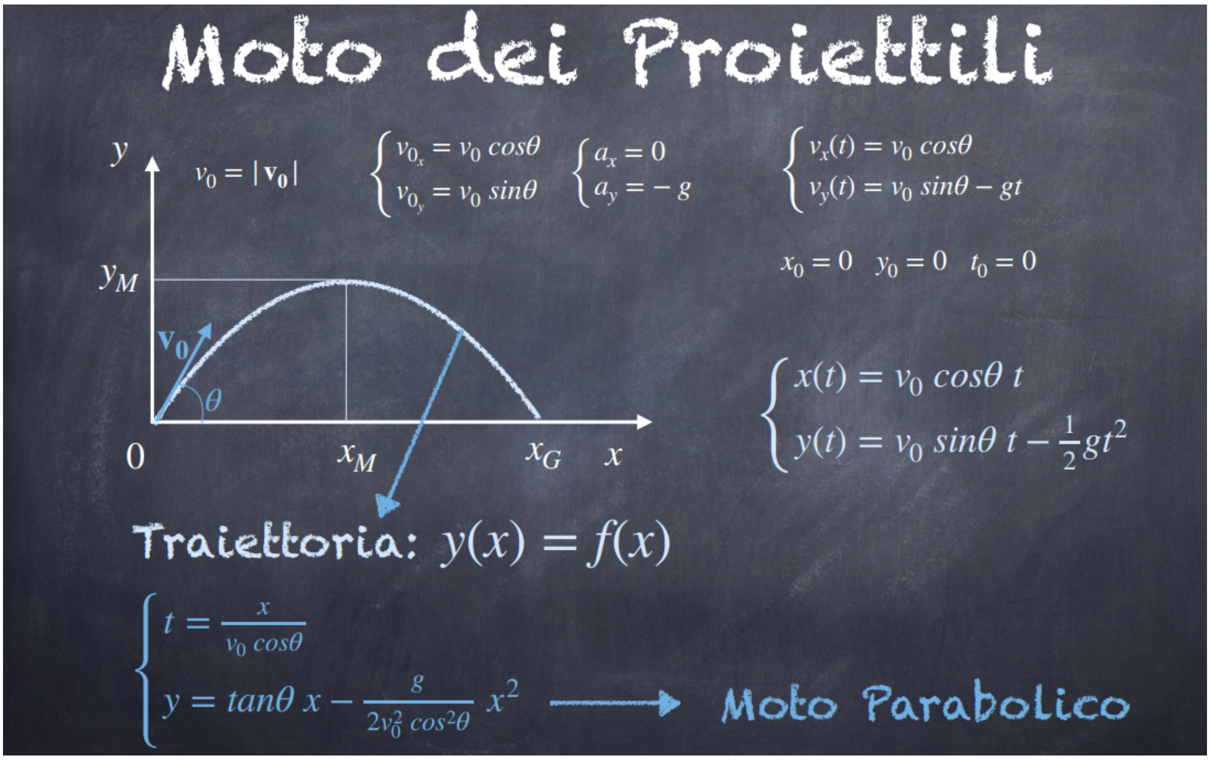
con:

- z_0 = altezza di partenza
- "-" = perchè si ha verso opposto all'asse z

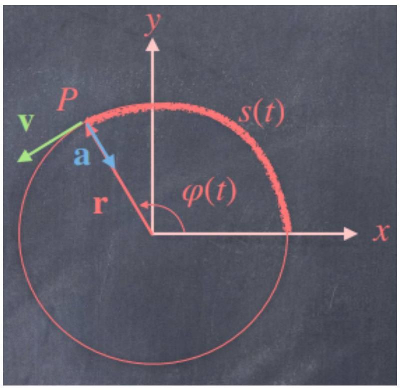
Moto nel Piano:
moto del corpo che è dato dalla composizione delle due componenti:
- una sull'asse delle x che ha moto rettilineo uniforme
- una sull'asse delle y che ha moto rettilineo uniformemente accelerato

eq. traiettoria → $r(t)=x(t)\hat{i}+y(t)\hat{j}$

Moto dei proiettili (moto parabolico):



Moto Circolare Uniforme:



$v_s = cost \qquad \omega = cost \qquad v_s = r\omega$

$(v_s = velocità\ scalare) \equiv (v_{tan} = velocità\ tangente) = (v.angolare * raggio)$

velocità tangenziale: $(T = tempo\ per\ effettuare\ 1\ giro, f = frequenza)$

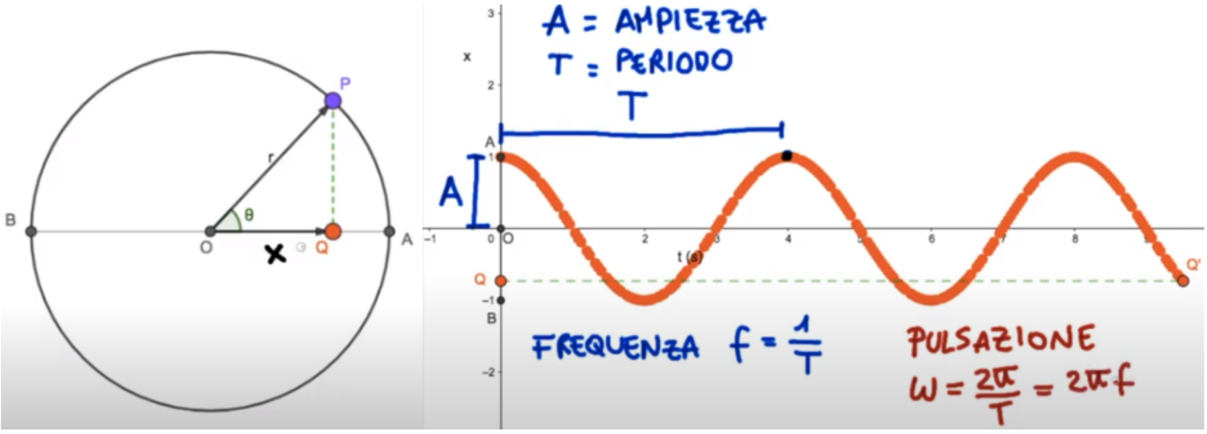
$$v_{tan} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r f \quad con\ \ T = periodo,\ \ f = frequenza$$

velocità angolare: $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

a = accelerazione centripeta (verso il centro)
a = variazione velocità (non in modulo ma direzione)

$$a = \frac{v^2}{r} \quad \equiv \quad \omega^2 r \quad \equiv \quad \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Moto armonico:



x = vettore posizione di Q (data dalla proiezione dell'oggetto sul diametro della circonferenza
r = A = ampiezza moto armonico

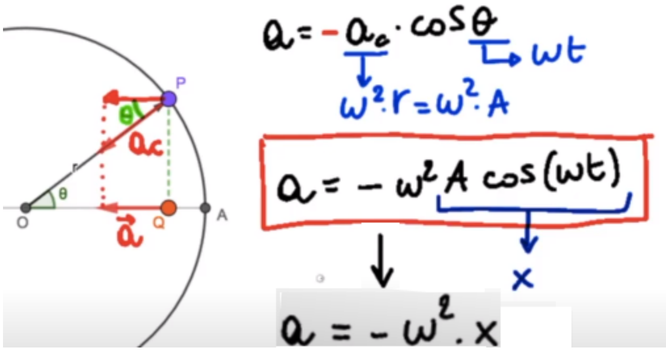
$\theta = \omega t \quad con \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \equiv 2\pi f$

$x = r\cos(\theta) = A\cos(\omega t)$ → Esprime la posizione del corpo all'istante t

La velocità è nulla sugli estremi "A" e "B" e massima quando θ = 90°

$v = -v_{tan}\, sen(\theta) = -\omega r\, sen(\omega t) = -\omega A\, sen(\omega t)$

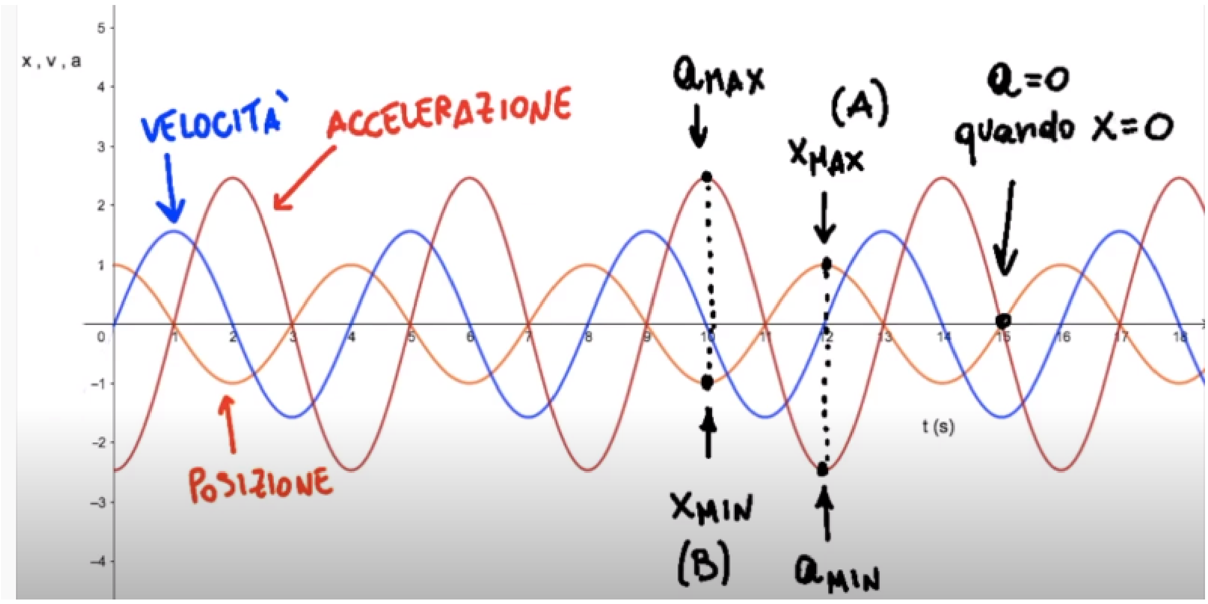
$v_{MAX} = \omega A$



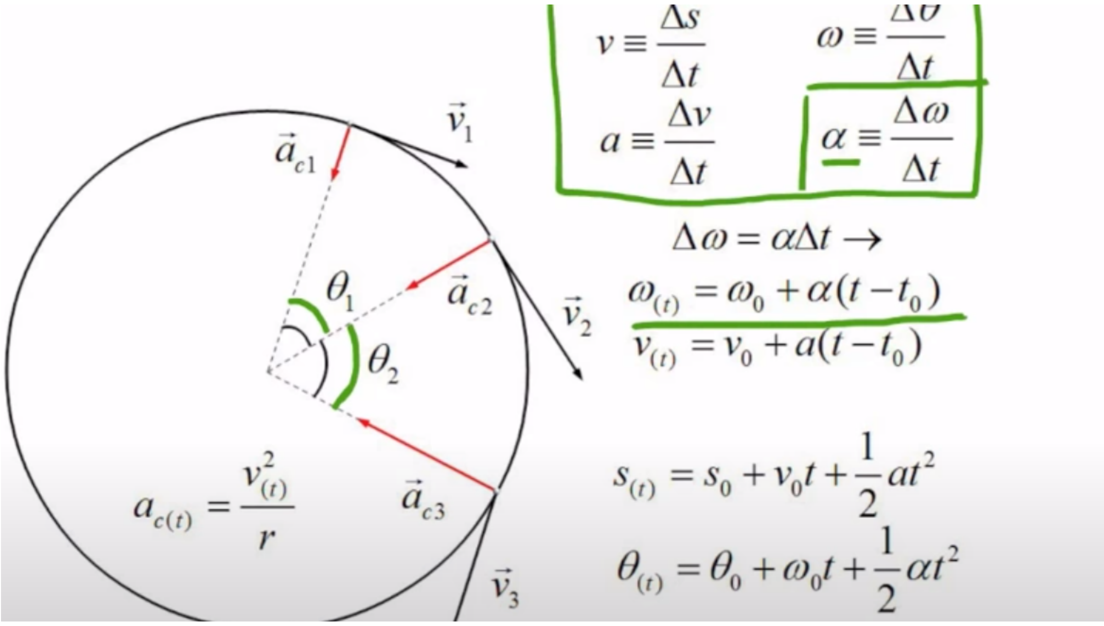
a = accelerazione di Q

a_C= accelerazione centripeta

$a = -\omega^2 A\cos(\omega t) = -\omega x$



Moto Circolare Uniformemente Accelerato:



Accelerazione tangenziale = a_t (costante)

Accelerazione centripeta = $a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r = r(\omega_0 + \alpha t)^2$

Forza centripeta: $F_c = ma_c = -\frac{mv^2}{r}$ = Tensione max = Velocità angolare max

accelerazione = $a(t) = a_t + a_c = = \alpha r + \omega^2 r$

Accelerazione angolare = α (costante) $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{a_t}{r}$

velocità = v → v = r ω

Vi è totale simmetria con le formule del moto rettilineo uniformemente accelerato difatti:
Per sapere velocità angolare a ogni istante di tempo t: $\omega_t = \omega_0 + \alpha(t - t_0) = \omega_0 + \alpha t$

Per sapere la posizione angolare a ogni istante di tempo t: $\theta_t = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

Prima Legge di Newton:

Ogni corpo non sottoposto ad azioni esterne persiste nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme

Seconda Legge di Newton:

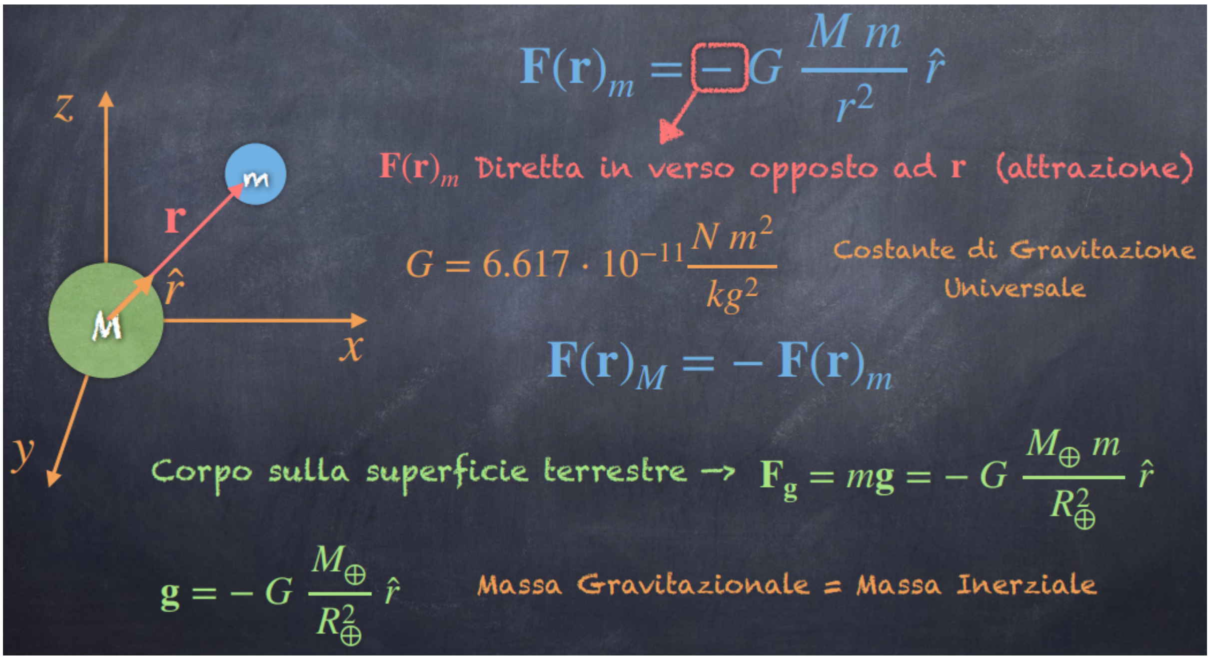
La somma (**risultante**) di tutte le forze agenti su di un corpo è uguale al prodotto della massa per l'accelerazione del corpo $\sum_i \bar{F}_i = m\bar{a}$ $\left[kg\frac{m}{s^2}\right] = [N]$

Quantità di moto → $\bar{p} = m\bar{v}$

Forza risultante: $\bar{F} = \sum_i \bar{F}_i = \frac{d\bar{p}}{dt} = m\frac{d\bar{v}}{dt}$

Peso: modulo della Forza che occorre applicare ad un corpo per bilanciare la forza di gravità
Forza Peso → Forza di Gravità Peso ≠ Massa !!!!!!

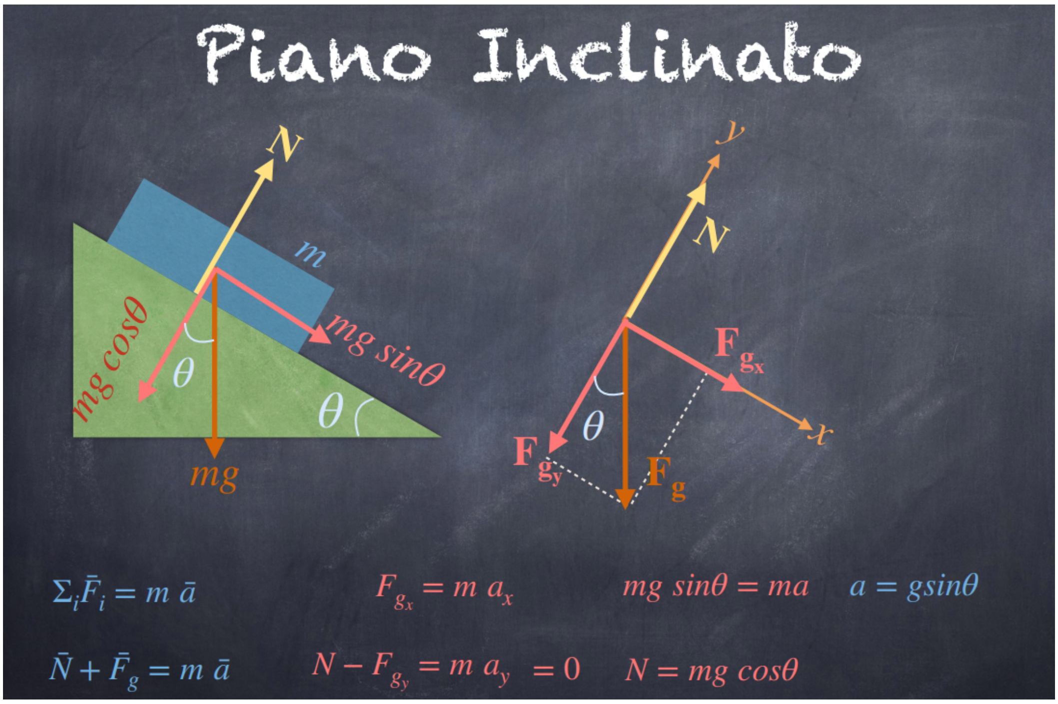
La forza di gravità è diversa fra la Terra e la Luna e può essere calcolata con la formula della **forza di gravitazione universale**:
“date due masse M e m, poste alla distanza r, la forza di gravità (gravitazione universale) è data da:



Terza Legge di Newton (Principio di azione e reazione):
Quando due corpi interagiscono la forza esercitata dall’uno sull’altro sono uguali in modulo e direzione ma di verso opposto

Reazione Vincolare:
In un piano orizzontale si ha $N = -F_g = -mg$

Piano inclinato:



Tensione:
E' una forza e quindi per trovarla bisogna ricordare che vale la seconda legge di Newton:

$$\bar{F}=\sum_i \bar{F}_i \rightarrow \bar{F}=ma$$

$$\text{con} \quad \bar{F}=T_0+T_1+...+T_n+N+F_g \quad = \quad ma$$

Dobbiamo stare attenti quando si sommano le componenti delle singole forze in quanto ogni forza va divisa nelle componenti x e y

Forza d'attrito radente:

μ_s = coefficiente di attrito statico (per mettere in moto)

μ_d = coefficiente di attrito dinamico (quando già in moto)

$$\mu_s > \mu_d$$

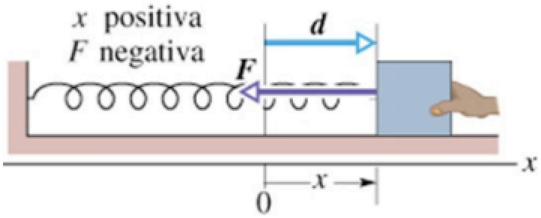
Attrito Statico: $\begin{cases} F_a=-F_m & se \quad F_m \leq \mu_s N \\ F_a=\mu_s N & altrimenti \end{cases}$

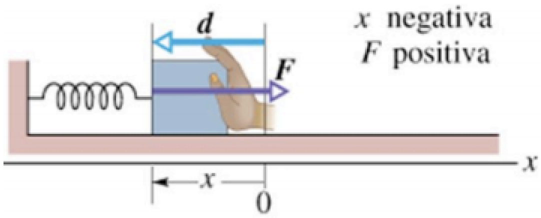
Su piano inclinato: $\mu_s=\dfrac{sin\theta}{cos\theta}=tg\theta$

Attrito Dinamico: $F_a=-\mu_d N$

Su piano inclinato: $a=g(sin\theta-\mu_d cos\theta)$

Forza Elastica:





resistenza opposta dai corpi alla deformazione

Legge di Hooke: $F_{el}=k\Delta l=-kx \quad con \quad k=costante\,elastica, \quad \Delta l=variazione\,lunghezza$

Posizione a riposo: $F_{el}=-kr \quad con \quad r=vettore\,posizione$

Accelerazione: $a=\dfrac{F}{m}=-\dfrac{kx}{m} \qquad a=-\omega^2 x \quad con \qquad \omega=frequenza\,con\,cui\,la\,molla\,lasciata\,libera\,oscillerebbe\,intorno\,al\,punto\,di\,equilibrio$

$\hookrightarrow F_{el}=-m\omega^2 x \qquad \hookrightarrow \omega=\sqrt{\dfrac{k}{m}}$

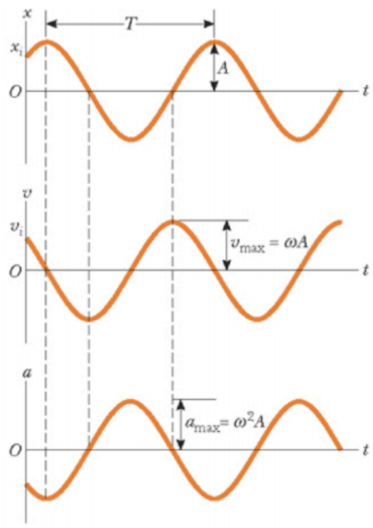
Date 2 molle in <u>serie</u> → $k_{EQ}=\dfrac{1}{\dfrac{1}{k_1}+\dfrac{1}{k_2}}$

Date 2 molle in <u>parallelo</u> → $k_{EQ}=k_1+k_2$

Le forze elastiche descrivono un moto armonico che può essere rappresentato con:

Dinamica del moto armonico

La soluzione generale dell'equazione del moto armonico, $\frac{d^2x(t)}{dt^2} = -\omega^2 x(t)$, è



$$\begin{aligned} x(t) &= A\cos(\omega t + \phi) \quad \text{da cui} \\ v(t) &= \frac{dx(t)}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \phi), \\ a(t) &= \frac{d^2x(t)}{dt^2} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \phi) = -\omega^2 x(t) \end{aligned}$$

Periodo dell'oscillazione: $T = 2\pi/\omega$
Frequenza dell'oscillazione: $f = \omega/2\pi$.

Ampiezza massima dell'oscillazione: $|x_{max}| = A$. Velocità massima: $|v_{max}| = \omega A$. Accelerazione massima: $|a_{max}| = \omega^2 A = \omega^2 |x_{max}|$.

La fase ϕ e l'ampiezza A sono determinate dalle *condizioni iniziali*.

Da notare che ω non dipende dall'ampiezza delle oscillazioni!

Forza (d'attrito) viscosa:
Forza di attrito che si oppone al moto (in un fluido (Gas, Liquido)) ed è proporzionale alla velocità.

$F_v = -bv$ con b = coefficiente proprio del fluido attraversato

Velocità limite = velocità massima raggiungibile (che diventa costante) attraversando il fluido

$\textit{Velocità Limite}: \; v_l = \frac{mg}{b} \rightarrow a = 0$

In molti casi reali si ha $F_v = \frac{1}{2} C\rho S v^2$ con:

C: coefficiente aerodinamico (anche chiamato C_x) [0.4-1]
ρ: densità del fluido
S: sezione frontale del corpo

Lavoro:

Energia trasferita ad un corpo o dal corpo per mezzo di una forza. $L=[N \times m]=[J]$

Energia ceduta al corpo → L > 0

Energia ceduta dal corpo → L < 0

Se F costante ma con movimento solo lungo x:

$$L=\bar{F}\Delta\bar{r} \quad con \quad \Delta\bar{r}=variazione\ del\ vettore\ posizione\ del\ corpo$$

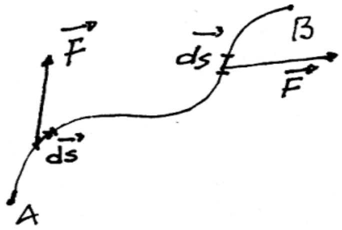
$$L=F\Delta r\cos\theta \quad con \quad \cos\theta=coseno\ dell'angolo\ tra\ la\ direzione\ della\ forza\ e\ la\ direzione\ dello\ spostamento$$

Se F può variare il modulo da punto in punto (no verso e direzione, si muove solo lungo x):

$$L=\int_{x_0}^{x}\bar{F}(x')dx'$$

Se F può variare nello spazio da punto in punto (sia verso che direzione e modulo):

$$L=\int_A^B F\cos\theta\, ds=\int_A^B F_{tan}\, ds$$



$$dL = F_t ds = ma_t ds = mv\,dv \quad con \quad dL=lavoro\ infinitesimo$$

Energia cinetica: esprime il lavoro trasferito da un corpo a un'altro tramite una forza, tenendo conto solo del valore che aveva questa grandezza (en. cinetica) prima dell'applicazione della forza e il valore che assume questa grandezza dopo che su tale corpo è stato fatto un certo lavoro o viceversa.

$$\bar{F}=\bar{F}(x)=m\bar{a} \quad con \quad a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt} = v\frac{dv}{dx}$$

$$L=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2$$

Energia cinetica = $T=\frac{1}{2}mv^2$ con T → simbolo en. cinetica

Il lavoro eseguito dalla forza risultante su un punto materiale è uguale alla variazione dell'Energia Cinetica. $L=\Delta T=\frac{1}{2}mv_{finale}^2-\frac{1}{2}mv_{iniziale}^2$

Potenza:

La potenza rappresenta la rapidità con cui viene eseguito il lavoro

Potenza istantanea = $P=\frac{dL}{dt}=\left[\frac{J}{s}\right]=[W] = \frac{variazione\ di\ lavoro}{unità\ di\ tempo}$

$$P=\frac{dL}{dt}=F\cos\theta\, v$$

Potenza media: $P=\frac{L}{\Delta t} = \frac{lavoro\ totale}{tempo\ trascorso}$

Forza conservativa:
il lavoro svolto dipende solo dalla posizione iniziale e finale ma non dalla traiettoria

Lavoro Forza di Gravità (Forza conservativa):
$L_g = -mg(y_f - y_i)$ → positivo se massa che cade, negativo se massa tirata in aria

Lavoro Forza Elastica (Forza conservativa):
$L_e = \frac{1}{2}k(x_i^2 - x_f^2)$ → sì, è giusto $x_{iniziale}$ - x_{finale} → $L_e = -\frac{1}{2}k(x_f^2)$

Lavoro Forza d'Attrito (Forza <u>NON</u> conservativa):
l'attrito statico non compie lavoro (il punto materiale rimane in quiete)

attrito dinamico: $L = -\mu_d N \int_A^B d\bar{s}$ (il lavoro della forza di attrito dipende dalla traiettoria)

Trasforma energia meccanica in termica

Energia Potenziale (E_p):

$$L = E_p(A) - E_p(B) = -\Delta E_p$$

$$\begin{matrix} L_{AB} = E_p(A) - E_p(B) \\ L_{BA} = E_p(B) - E_p(A) \end{matrix} \rightarrow L_{AB} = -L_{BA}$$

$$\Delta E_p < 0 \rightarrow L > 0 \rightarrow \textit{si può utilizzare il lavoro prodotto}$$
$$\Delta E_p > 0 \rightarrow L < 0 \rightarrow \textit{bisogna fornire lavoro dall'esterno}$$

Principio di conservazione dell'energia meccanica:

Se un corpo è soggetto solamente a forze conservative (Energia Potenziale U) si avrà:

Energia Meccanica: $E = T + U$ con $T = \textit{energia cinetica}$, $U = \textit{energia potenziale}$
$E = L_{\textit{FORZE NON CONSERVATIVE}}$

questo perchè:

$$\left\{\begin{matrix} \textit{Teorema Energia Cinetica} \rightarrow L = \Delta T \\ \textit{Energia Potenziale} \rightarrow L = -\Delta U \end{matrix}\right\} \rightarrow \Delta T = -\Delta U$$

$$T_f - T_i = U_i - U_f \rightarrow T_f + U_f = T_i + U_i = E \rightarrow E_f = E_i$$

Energia Termica (E_{th}):

$$\left\{\begin{matrix} \Delta E_M = f_a \Delta x \\ E_{termica} = -f_a \Delta x \\ f_a \Delta x = -\frac{1}{2}mv_i^2 \end{matrix}\right\} \rightarrow E_{th} = -(\Delta E_M) = -(f_a \Delta x) = -(-\frac{1}{2}mv_i^2)$$

INSERISCI DIAPOSITIVE DINAMICA PUNTI MATERIALI

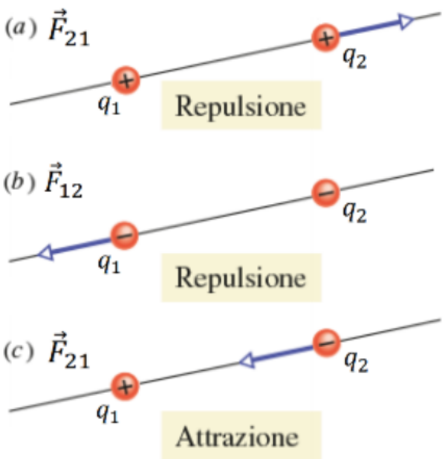
Elettromagnetismo:
Tutte le cariche elettriche sono quantizzate ovvero multipli interi di una carica elementare:
Q = ±Ne dove e = 1.60217653(14) x 10^{-19} C, n = multiplo di e

Coulomb (C): è l'unità di misura della carica elettrica nel sistema SI.
Corrisponde alla carica prodotta da 6.24×10^{-1} elettroni

Principio di conservazione della carica elettrica:
La carica non si crea ma si può trasferire

Si ha inoltre che:
- corpi carichi esercitano forze l'uno sull'altro
- cariche elettriche dello stesso segno si respingono
- cariche elettriche di segno opposto si attraggono

Legge di Coulomb:
Due cariche puntiformi q_1 e q_2 si attraggono o si respingono con una forza avente modulo direttamente proporzionale alle rispettive cariche, ed inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza:



$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \quad [N]$$

Con:

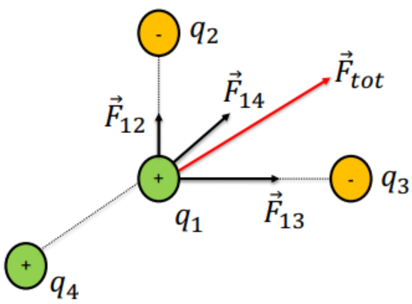
$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.99\times10^9 \ \frac{N\cdot m^2}{C^2}$$

$$\epsilon_0 = 8.85\times10^{-12} \ \frac{C^2}{N\cdot m^2}$$

ϵ_0 è detta ***costante dielettrica nel vuoto***

Principio di sovrapposizione:
la forza agente su una particella dovuta ad un insieme di cariche è la risultante delle forze esercitate da ciascuna particella

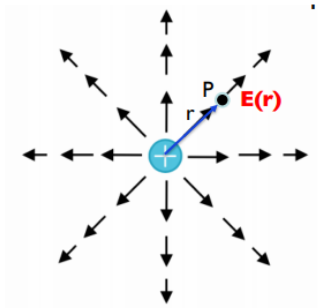
$$\vec{F}_{i-tot} = \sum_{j\neq i}^{n-1} \vec{F}_{ij} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \dots$$



Se cariche su assi x e y devi scindere le forze nei relativi versori e calcolarli con seno e coseno.

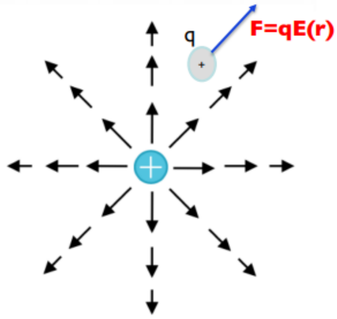
Guarda questo video e esempi slide prof: Principio di sovrapposizione (Cristian Manzoni)

Il Campo Elettrico:
E’ definito come la Forza sull’unità di Carica.



Data una carica q_1 , tale carica genera un campo di forze (il Campo Elettrico) in ogni punto $P(\vec{r})$ dello spazio circostante, dato da:

$$\vec{E}(\vec{r}) = k\frac{q_1}{r^2}\hat{r}\ \left[\frac{N}{C}\right] \quad \rightarrow \quad con \quad |E(r)| = \frac{q_1}{r^2}$$



Quando una carica q viene posta nel punto $P(\vec{r})$ nella regione di spazio in cui è presente il campo elettrico di q_1 , si genera una forza tra le due cariche pari a:

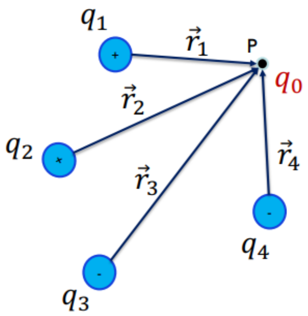
$$\vec{F} = q\vec{E}$$

NOTA BENE:
La carica q_1 esercita quindi una forza su q <u>attraverso il campo</u>.
<u>E’ il campo che esercita la forza</u> non la carica q_1 .
Se q è positiva, il campo elettrico e la forza hanno direzione e verso concorde.

Regole di Faraday:
Le linee di forza e il campo elettrico sono legate dalle seguenti relazioni:

1) La direzione di una linea di forza o della tangente alla linea di forza (se curva), rappresenta la direzione del campo elettrico in quel punto
2) Il numero di linee di campo che attraversano una superficie unitaria normale ad esse è proporzionale all’intensità del campo elettrico (dove ci sono più linee di campo per unità di superficie il campo è più intenso).
3) Le linee di forza escono dalle cariche positive ed entrano nelle cariche negative

Campo Elettrico di una distribuzione discreta di cariche

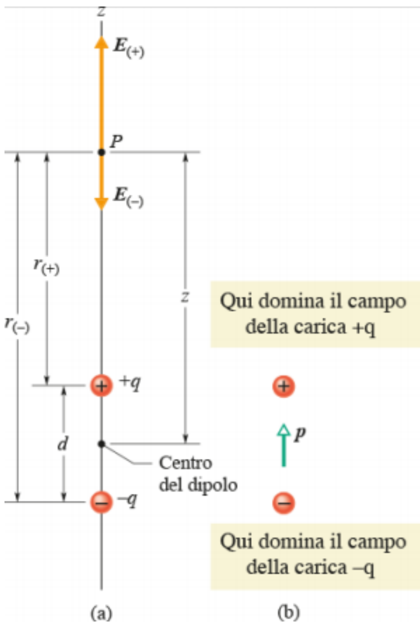


- Se abbiamo una distribuzione di n cariche puntiformi q_1, q_2,…, q_n, la forza risultante sulla carica esploratrice q_0, posta nel punto P è:
$$\vec{F}_0 = \vec{F}_{01} + \vec{F}_{02} + \cdots + \vec{F}_{0n}$$
- Il campo elettrico netto sarà:

$$\vec{E}_0 = \frac{\vec{F}_{01}}{q_o} + \frac{\vec{F}_{02}}{q_o} + \cdots + \frac{\vec{F}_{0n}}{q_o} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots + \vec{E}_n = k\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i^2}\hat{r}_i$$

Quindi il *principio di sovrapposizione può essere applicato sia ai campi elettrici che alle forze elettrostatiche*.

Campo elettrico di un dipolo:
Un dipolo elettrico è costituito da due cariche elettriche di intensità q ma di segno opposto, separate da una distanza d molto più piccola rispetto alle dimensioni del sistema considerato. La congiungente le due cariche è detto asse del dipolo e il punto di mezzo del segmento che congiunge le due cariche del dipolo è il centro del dipolo.



Il valore del campo elettrico del dipolo in un punto P che, per semplicità, assumiamo lungo l'asse del dipolo ad una distanza z dal centro del dipolo. Avremo (con riferimento alla figura):

$$\vec{E} = \vec{E}_{(+)} + \vec{E}_{(-)}$$

$$E = k\frac{q}{r_{(+)}^2} + k\frac{q}{r_{(-)}^2} = k\frac{q}{(z-\frac{1}{2}d)^2} + k\frac{q}{(z+\frac{1}{2}d)^2}$$
$$= \frac{kq}{z^2}\left[(1-\frac{d}{2z})^{-2} - (1+\frac{d}{2z})^{-2}\right]$$

Se $\frac{d}{z} \ll 1$ i termini tra parentesi quadra possono essere approssimati con:

$$E = \frac{2kqd}{z^3}$$

Il prodotto qd che compare al denominatore, viene chiamato momento di dipolo elettrico:

$$p = qd \;\; [C \cdot m]$$

Il momento di dipolo può essere definito come un vettore, diretto lungo l'asse di dipolo con verso che va dalla carica negativa a quella positiva:

$$\vec{p} = qd\hat{p} \quad \rightarrow \quad \vec{E} = 2k\frac{\vec{p}}{z^3}$$

Nel campo:

Se $\vec{F}$ è l'unica forza agente, per la seconda legge di Newton, la particella acquisterà un'accelerazione $\vec{a}$,

$$\vec{F} = m\vec{a} = q\vec{E} \quad \longrightarrow \quad \boxed{\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}}$$

Si avranno anche:

$$\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}; \quad a_x = \frac{q}{m}E; \quad v_x = a_x t; \quad x = \frac{1}{2}a_x t^2 = \frac{qE}{2m}t^2$$

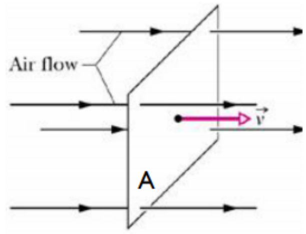
Da cui:

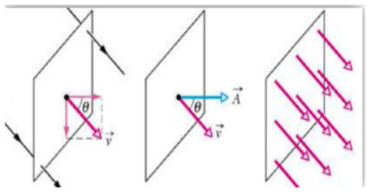
$$t = \frac{v_x}{a_x}; \quad x = \frac{v_x^2}{2a_x} = v_x^2\frac{m}{2qE} \quad \boxed{v_x = \sqrt{2x\left(\frac{qE}{m}\right)}}$$

Legge di Gauss:

Il calcolo del campo elettrico generato da una distribuzione di cariche può essere molto complesso. Gauss trovò un metodo che semplifica notevolmente il calcolo del campo elettrico quando **<u>il sistema di cariche presenta delle simmetrie (es. sferica, cilindrica, etc.)</u>**. Gauss eliminò la necessità di scomporre una distribuzione di cariche in elementi infinitesimi di carica. La legge di Gauss mette in relazione il campo elettrico in tutti i punti di una superficie chiusa immaginaria (superficie gaussiana) con la carica elettrica racchiusa dalla superficie stessa.

Flusso di un Vettore:





Dato un campo di velocità $\hat{v}$ (ad esempio la velocità di una corrente d'aria o di un liquido) che scorre attraverso una <u>sezione di area</u> A, con $\hat{v}$ uniforme in tutti i punti dell'area A.
Definiamo un <u>vettore areale</u> $\hat{A}$ il cui modulo è pari all'area della sezione A e la cui direzione è quella della normale $\hat{n}$ al piano tangente alla sezione.

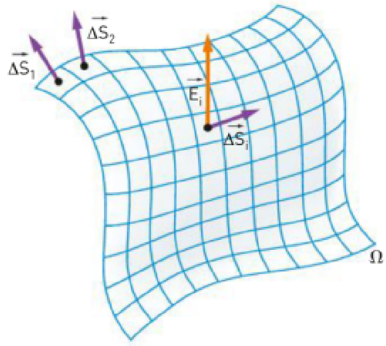
Quindi $\hat{A} = A\hat{n}$

Poiché ogni superficie ha due facce occorre scegliere il verso positivo del vettore normale.

Definiamo quindi il **flusso**:
quantità d'aria (o di liquido) che attraversa l'area A nell'unità di tempo; poiché la velocità è uguale alla lunghezza percorsa dall'aria (o dal liquido) nell'unità di tempo, il flusso è dato:

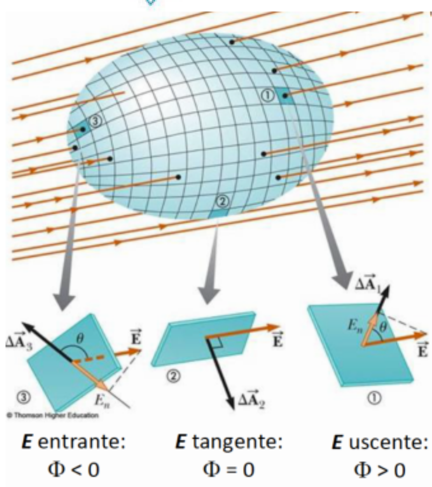
$$\Phi_A(\overrightarrow{v}) = \vec{v} \cdot A\,\vec{n} = v\,A\,cos(\theta)$$

Se $\theta > 90°$ → □ negativo



Potendo essere la superficie non piana si può usare una superficie gaussiana che permette di essere divisa in tanti quadratini piccoli a piacere tali che possano essere considerati piani.
Essendo poi il campo uniforme, basta fare la sommatoria del flusso calcolato in ogni singolo quadratino della superficie gaussiana.

$$\Phi_S(\vec{E}) = \sum_i \vec{E_i} \cdot \Delta\vec{A}_i$$



Se ora consideriamo una superficie gaussiana chiusa A in un campo elettrico, possiamo calcolare il flusso di $\hat{E}$ attraverso la superficie con la relazione:

- Se una linea di campo entra → □ < 0
- Se una linea di campo esce → □ > 0
- Se una linea di campo è tangente → □ = 0
- *Se il numero di linee di campo che entrano ed escono è lo stesso, il flusso totale attraverso la superficie chiusa è nullo.*

$$\Phi_A(\vec{E}) = \oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} \qquad [\frac{N \cdot m^2}{C}]$$

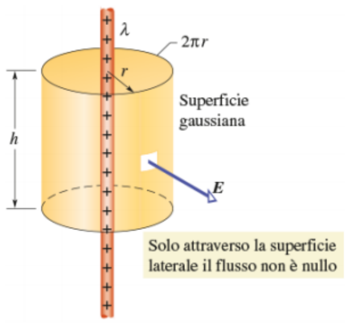
Continuo legge di Gauss:
Il flusso totale del campo elettrico attraverso una superficie chiusa è uguale alla carica elettrica netta q_{int} (fai finta che sia solo q) contenuta nella superficie, divisa per la costante dielettrica del vuoto e_0.

$$\Phi_A(\vec{E}) = \oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0} \quad [\frac{N \cdot m^2}{C}] \qquad \to\to \quad \Phi = EA = \frac{q_{int}}{\epsilon_0} \quad \to \quad E = \frac{q_{int}}{\epsilon_0 A}$$

Inoltre grazie a Gauss sappiamo anche che:
- il campo elettrico all'interno di un conduttore carico è nullo
- un qualsiasi eccesso di carica si localizza sulla superficie esterna del conduttore
- Il campo elettrico appena al di fuori del conduttore è perpendicolare alla superficie in ogni punto ed ha intensità pari a σ / e_0 (σ è la densità di carica superficiale)

Legge di Gauss: Simmetria Cilindrica

Asta carica di lunghezza infinita. Se λ è la densità lineare di carica, vogliamo calcolare il campo elettrico E ad una distanza r dall'asta.



Per la simmetria del sistema, scegliamo come superficie gaussiana un cilindro di altezza *h* e basi di raggio *r* con centro sull'asta. Poiché ruotando l'asta su se stessa o capovolgendola non noteremmo nessuna differenza il campo elettrico deve essere diretto radialmente verso l'esterno e costante in modulo *E* in tutti i punti alla distanza *r* dall'asta.

Il flusso del campo attraverso le basi del cilindro è nullo in quanto il campo è sempre perpendicolare alla direzione della normale in ogni punto della superfice delle basi. Il flusso attraverso la superficie laterale, essendo il campo perpendicolare, è:

$$\Phi = EA = \mathrm{E}2\pi rh$$

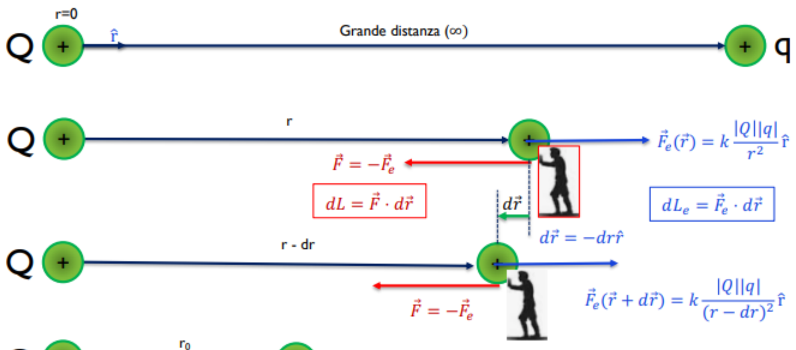
La carica racchiusa dalla superficie gaussiana è $q_{int} = \lambda h$, quindi per il teorema di Gauss:

$$\Phi = \frac{q_{int}}{\epsilon_0} \Rightarrow \mathrm{E}2\pi rh = \frac{\lambda h}{\epsilon_0}$$

$$\boxed{\mathrm{E} = \frac{\lambda}{2\pi r\epsilon_0}}$$

Energia Potenziale Elettrica:
E' il lavoro L necessario (fatto da noi) per portare una carica elettrica q dall'infinito ad una distanza r_0 dalla carica Q. E' espressa come:

$$U(r) - U(\infty) \rightarrow L_e = -L \quad con \quad L = k\frac{|Q||q|}{r_0}$$



L'energia potenziale dipende solo dalla distanza tra punto iniziale e punto finale e non dallo spostamento impiegato per arrivare da una all'altra.

$$\Delta U = U(B) - U(A) = -L_e = -\int_A^B \vec{F}_e \cdot d\vec{s} = kQq\left[\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right]$$

Se abbiamo un sistema formato da più di due cariche, L'energia potenziale totale è la somma delle energie potenziali di ciascuna coppia di cariche.

Potenziale Elettrico o Differenza di Potenziale elettrico o Tensione Elettrica:
Il potenziale elettrico (grandezza scalare) è dato dal lavoro per spostare l'unità di carica tra due punti di una regione di spazio in cui è presente un campo elettrico:

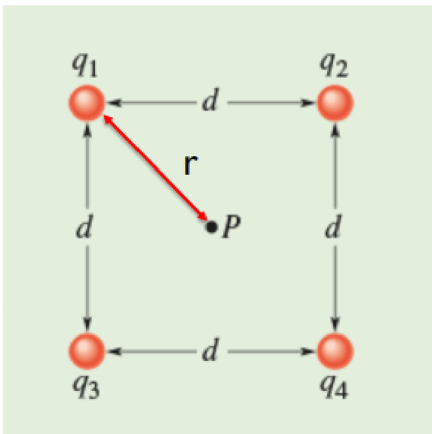
$$\Delta V = V(B) - V(A) = \frac{U(B) - U(A)}{q} = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{L_e}{q} = \frac{L}{q}$$

Se abbiamo una distribuzione di cariche il potenziale totale in un punto qualsiasi P è la somma dei potenziali generati da ogni carica della distribuzione.

In una carica puntiforme si avrà: Il potenziale dovuto alla carica q_1 è: $V_1 = k\frac{q_1}{r}$

a) Il punto P si trova alla stessa distanza r da ogni carica:

$$r = \frac{\sqrt{2}}{2}d$$



b) Il potenziale dovuto alla carica q_1 è: $V_1 = k\frac{q_1}{r}$

c) Il potenziale dovuto alla carica q_2 è: $V_2 = k\frac{q_2}{r}$

d) Il potenziale dovuto alla carica q_3 è: $V_3 = k\frac{q_3}{r}$

e) Il potenziale dovuto alla carica q_4 è: $V_4 = k\frac{q_4}{r}$

f) Il potenziale elettrico totale nel punto P è: $V_{tot} = \frac{k}{r}(q_1 + q_2 + q_3 + q_4$

Il luogo dei punti nello spazio aventi uguale potenziale si dice superficie equipotenziale.
Se due punti appartengono alla stessa superficie equipotenziale $\Delta V = 0 \rightarrow L = 0$.

Il campo elettrico E deve essere sempre perpendicolare alle superfici equipotenziali.

Il condensatore:
Dispositivo elettrico in cui è possibile accumulare carica elettrica e quindi accumulare energia potenziale elettrica che poi può essere restituita molto velocemente.
Un condensatore è costituito da due conduttori isolati (**di area A e poste alla distanza d**) di forma arbitraria (ma chiamati di solito armature o piatti) e dall'area circostante. Quando il condensatore è carico, i conduttori acquistano una carica q uguale ma di segno opposto.

Grazie a Gauss sappiamo che:

$\sigma = \frac{q}{A}$ da cui ricaviamo → $E = \frac{q}{\epsilon_0 A}$ quindi → $V = \frac{d}{\epsilon_0 A} q \quad [V]$

Quindi se si applica una tensione ai capi di un condensatore, la carica accumulata sulle sue armature sarà:

$$\boxed{q = C\,V \quad [C]} \quad \Rightarrow \quad \boxed{C = \frac{q}{V} \quad [F]}$$

oppure equivalentemente: $q = \epsilon_0 \frac{A}{d} V \quad [C]$

Condensatore piano:

$$\boxed{C = \epsilon_0 \frac{A}{d}}$$

Condensatore Cilindrico di lunghezza L:

$$\boxed{C = 2\pi\epsilon_0 \frac{L}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}}$$

Condensatore sferico:

$$\boxed{C = 4\pi\epsilon_0 \frac{a}{1 - \left(\frac{a}{b}\right)}}$$

Sfera isolata di raggio R:

$$\boxed{R = a; b \rightarrow \infty \quad \Longrightarrow C = 4\pi\epsilon_0 R}$$

Il lavoro totale necessario per caricare completamente il condensatore con una carica Q :

$$L = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{Q^2}{2C} = U\,(\text{energia potenziale elettrica})$$

Corrente Elettrica:

La corrente elettrica (o corrente) è definita come la quantità di carica elettrica che attraversa una superficie unitaria, perpendicolare alla direzione del moto delle cariche, nell'unità di tempo. Se nel tempo Δt una quantità di cariche ΔQ attraversa la superficie (A nella figura), si avrà che:

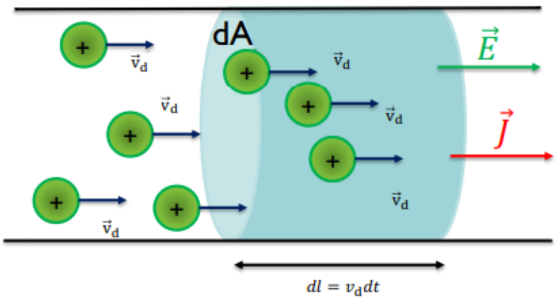
corrente media: $I_{media} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ [A]

corrente istantanea: $I = \frac{dQ}{dt}$ [A] con $\Delta t \to 0$

Densità di Corrente:
Quantità di corrente che passa in una determinata sezione fratto la sezione stessa

$\vec{j} = \frac{I}{S} = nq\vec{v}_d \quad \left[\frac{A}{m^2}\right]$ con nq = numero di elettroni di conduzione per unità di volume
v_d = velocità di deriva (qualche mm/cm al secondo)

Inoltre si ha che la quantità di carica dQ che nel tempo dt attraversa la superficie dA, sarà contenuta nel cilindretto di base dA e lunghezza pari alla distanza percorsa dalle cariche, con velocità v_d, nel tempo dt, cioè $dl = v_d\, dt$, avente un volume $dV = A\, dl = A\, v_d\, dt$. Se la densità di cariche nel conduttore è costante :



$dQ = nqdV = nqdAv_d dt$

con dV = volume del cilindro e V_d = velocità di deriva

1ª Legge di Ohm:
La resistenza elettrica di un materiale è direttamente proporzionale alla tensione applicata e inversamente proporzionale alla corrente che vi ci scorre:

$R = \frac{V}{I} \quad [\Omega]$

I conduttori non-ohmici hanno relazioni V-I (tensione-corrente) non lineari (semiconduttori).

Conduttanza (G): è l'inverso della resistenza $G = \frac{1}{R} \quad \left[\frac{1}{\Omega}\right]$

Per i conduttori ohmici la resistenza è (a temperatura costante) una costante propria del conduttore, e quindi non dipende dalla differenza di potenziale applicata.

Resistività elettrica:
Indica le caratteristiche resistive in ogni punto di un conduttore. E' data dal rapporto tra il modulo del valore del campo elettrico (E) e della densità di corrente (J) nel punto:

$\rho = \frac{E}{J} \quad \left[\frac{V}{m}\frac{m^2}{A} = \Omega \cdot m\right] \qquad \vec{J} = \frac{\vec{E}}{\rho}$

La resistività dei materiali ohmici aumenta con la temperatura. Nei semiconduttori si osserva un comportamento opposto.

$\rho(T) = \rho_o(T_o = 293\,K) + \alpha(T - T_o)$ con α = coeff. termico di resistività

$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{J}{E} \qquad \vec{J} = \sigma\vec{E}$

Conducibilità elettrica: è l'inverso della resistività

2^a Legge di Ohm:

Conoscendo la resistività di un materiale, possiamo calcolare la resistenza di un filo di lunghezza L e sezione A, attraverso la relazione:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

Potenza in un Circuito Elettrico:

$$P = \frac{dL}{dt} = \frac{dq}{dt} V \rightarrow \boxed{P = Vi \quad [W]}$$

Legge di Joule:
Se il dispositivo collegato è una resistenza R

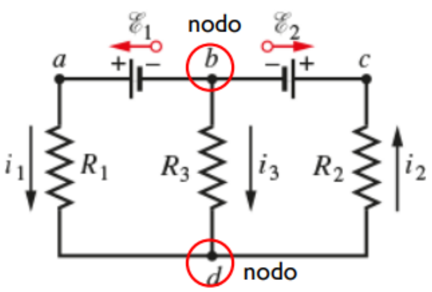
$$P = Vi = V\frac{V}{R} = \frac{V^2}{R} = Ri^2$$

Circuiti Elettrici:

La tensione fornita dal generatore si dice anche forza elettromotrice (f.e.m.) indicata con ε:

$$f.e.m = \mathcal{E} = \frac{dL}{dq} \ [\mathrm{V}] \quad \rightarrow \quad \text{Lavoro per unità di carica}$$

1^a Legge di Kirchoff (o dei nodi):
nei nodi del circuito la corrente si conserva, ovvero la corrente entrante deve essere uguale a quella uscente



Nel nodo b abbiamo:
$i_2 = i_1 + i_3$

Nel nodo d abbiamo:
$i_1 + i_3 = i_2$

2^a Legge di Kirchoff (o delle maglie):
La somma algebrica delle d.d.p. calcolate su ciascun ramo di un percorso chiuso (maglia) è nulla.

$$\epsilon - RI = 0$$

Resistenze in Serie:
In tutte le resistenze in serie scorre la stessa corrente. $R_{eq} = R_1 + R_2 + \ldots + R_n$

Resistenze in Parallelo:
Tutte le resistenze in parallelo sono sottoposte alla stessa tensione. $R_{eq} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \ldots + \dfrac{1}{R_n}}$

Magnetismo:
Ogni magnete ha due poli magnetici distinti ai suoi estremi chiamati Polo Nord (o positivo) e Polo Sud (o negativo).

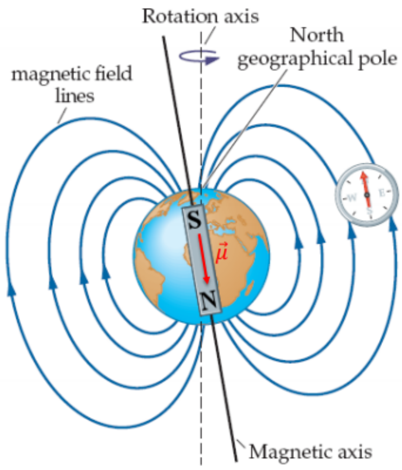
Se si sospende un magnete ad un filo esso si orienta nella direzione Nord-Sud.

Se però si fa scorrere una corrente in un filo si può modificare l'orientazione di un ago magnetico. Interrompendo la corrente nel filo, l'ago ritorna nella direzione Nord-Sud.

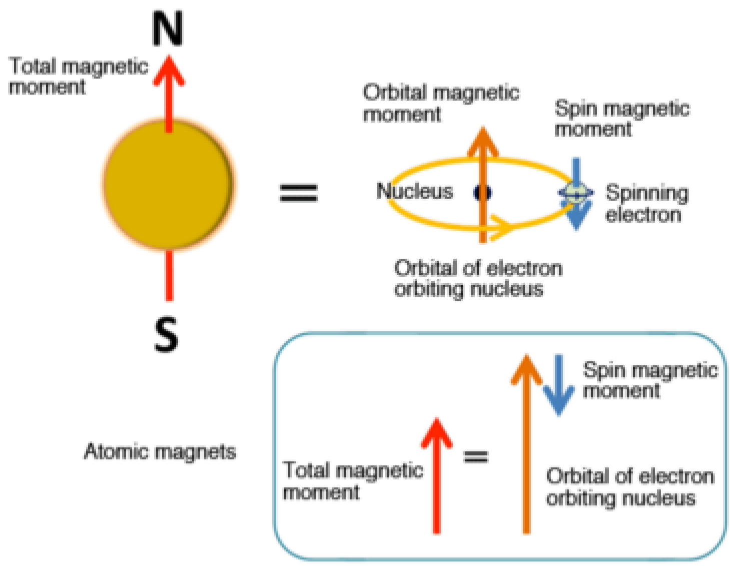
Un ago magnetico è l'analogo di una carica esploratrice e può essere usato per determinare la presenza di un campo generato da un altro magnete.

Una carica elettrica in moto genera sia un campo elettrico $\vec{E}$ che un campo magnetico $\vec{B}$.

Il Campo magnetico generato da un magnete è simile al campo generato da un dipolo elettrico, per questo viene chiamato **campo di dipolo magnetico** e il magnete è un dipolo magnetico il cui momento di dipolo magnetico è indicato con $\vec{\mu}$ diretto dal polo Sud al Nord.



Il moto degli elettroni determina un mo**mento di dipolo magnetico** orbitale $\vec{\mu_L}$ perpendicolare al piano di rotazione. Oltre a ruotare attorno al nucleo l'elettrone ruota su se stesso. Questo moto, detto spin dell'elettrone, determina un momento di dipolo magnetico di spin $\vec{\mu_S}$ diretto lungo l'asse di rotazione. L'elettrone, ruotando in senso orario o antiorario, può avere uno spin orientato up oppure down. Il momento di dipolo magnetico totale dell'elettrone all'interno dell'atomo è dato dalla somma di questi due contributi:



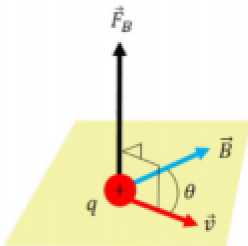
$$\rightarrow \quad \vec{\mu} = \vec{\mu_L} + \vec{\mu_S}$$

$\vec{\mu}$ *genera un campo magnetico nello spazio circostante.*

Legge di Gauss per il campo magnetico:
il flusso del vettore campo magnetico attraverso una qualsiasi superficie chiusa è nullo:

$$\Phi_A(\vec{B}) = \oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

<u>**Forza di Lorentz**</u> **(forza del campo magnetico):**



Data una carica elettrica q che si muove con velocità $\vec{v}$ in un campo magnetico $\vec{B}$, tale campo esercita sulla carica un forza, detta forza di Lorentz, data da: $\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B}$

Il <u>modulo</u> della forza è: $F = |q|vBsin(\theta)$

La <u>direzione</u> della forza esercitata da un campo magnetico su una particella carica è sempre perpendicolare al piano

Il <u>verso</u> della forza è dato dalla regola della mano destra

La forza è nulla quando $\vec{v}$ e $\vec{B}$ sono paralleli (θ = 0°) o antiparalleli (θ = 180°).
E' massima quando $\vec{v}$ e $\vec{B}$ sono perpendicolari (θ = 90°).

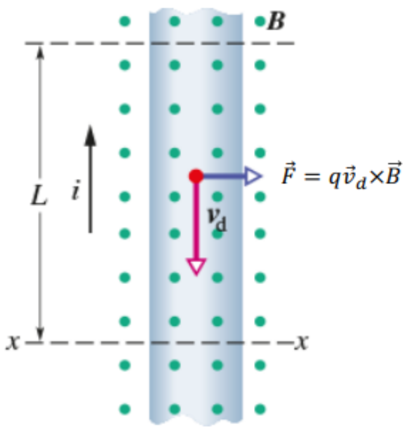
<u>La forza è nulla quando la carica è in quiete</u>.

L'unità di misura del campo magnetico è il **Tesla** (T) $1\ tesla\ [T] = \frac{1N \cdot 1s}{1C \cdot 1m} = \frac{1N}{1A \cdot 1m}$

oppure il **Gauss**: $1\ gauss\ [G] = 10^{-4}[T]$

La forza di Lorentz <u>non modifica il modulo della velocità</u> della particella ma solo la sua direzione. Per il teorema del lavoro e dell'energia cinetica, non essendoci variazione di energia cinetica, il lavoro fatto dalla forza di Lorentz su di una carica è nullo.

Forza magnetica tra fili percorsi da corrente:



Un filo percorso da una corrente costante i immerso in un campo magnetico uniforme $\vec{B}$ è sottoposto ad una forza magnetica $d\vec{F}$ per ogni suo tratto di lunghezza infinitesima dL , dovuta all'azione combinata di tutte le forze di Lorentz applicate dal campo ai portatori di carica che si muovono nel filo con la velocità di deriva costante $\vec{v}_d$

$$dF = dqv_dB = \frac{dq}{dt}BdL = iBdL$$

con dq = i dt , dL = V_d dt

Se lunghezza dL orientata nella stessa direzione della corrente:
$d\vec{F} = id\vec{L}\times\vec{B}$

La forza di Lorentz può spostare un filo carico percorso da corrente (se mobile o flessibile) nella direzione della forza.

Campo magnetico generato da correnti:

Consideriamo un generico filo percorso da una corrente costante i. Vogliamo determinare il campo magnetico ! generato dalla corrente in un punto P dello spazio circostante il filo.
Ci sono due modi per calcolare il campo magnetico:

1ª legge di Laplace:
Determina il campo generato da un elemento (infinitesimo) di corrente (equivalente alla carica elettrica in elettrostatica) nel punto P.

$$dB = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{ids\sin(\theta)}{r^2}$$

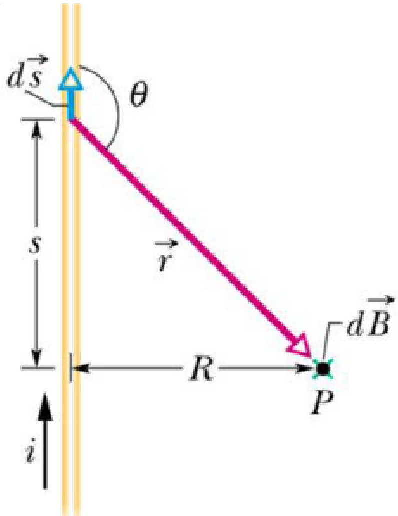
dove :

$$\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}\left(\frac{T \cdot m}{A}\right) \approx 1.26 \cdot 10^{-6}\left(\frac{T \cdot m}{A}\right)$$

è la permeabilità magnetica del vuoto

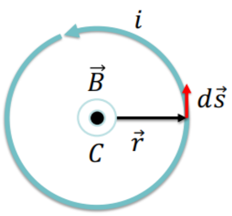
Legge di Biot-Savart , <u>Campo Magnetico generato da un filo rettilineo infinito</u>:

Applicando la legge di Biot-Savart si trova che un elemento di corrente $id\vec{s}$ genera in P un campo magnetico $d\vec{B}$ perpendicolare al foglio e con verso (regola mano destra, pollice in direzione della corrente e muovi le restanti dita verso r. Quello è il verso del campo (circolare perpendicolare al cavo) e poi in base a dove è P si vedrà se è uscente o entrante. In questo caso entrante).



$$B = \frac{\mu_o i}{2\pi R}$$

Campo Magnetico di una spira circolare:



$$B = \frac{\mu_o i}{2r} \quad T$$

Campo magnetico al centro di una bobina:

$$\vec{B} = \frac{\mu_o iN}{2R}\hat{z}$$ con N = n° spire , R = raggio bobina

Forza tra due fili percorsi da corrente:
Due fili paralleli percorsi da corrente interagiscono tra loro in quanto ognuno di essi genera un campo magnetico e tramite questo producono una forza di Lorentz sull'altro filo.

$\hat{z}$ è il vettore normale al piano contenente i due fili. $\hat{y}$ è il vettore parallelo al piano contenente i due fili

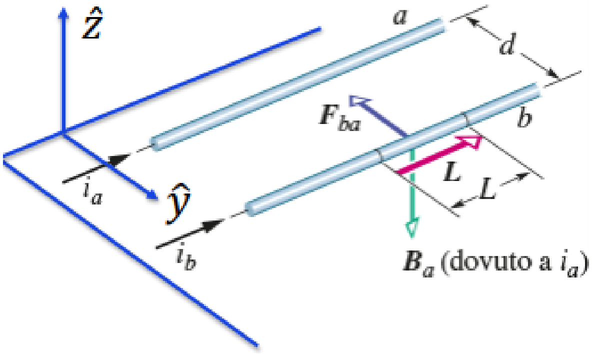
Il filo b si trova immerso nel campo magnetico

$$\vec{B}_a = -\frac{\mu_o i_a}{2\pi d}\,\hat{z}$$

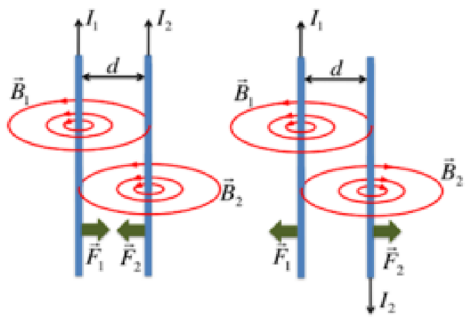
e quindi sottoposto alla forza di Lorenz $\vec{F}_{ba} = i_b \vec{L} \times \vec{B}_a$ da cui:

$$\vec{F}_{ba} = i_b \vec{L} \times \vec{B}_a = -\frac{\mu_o i_a i_b}{2\pi d}\,\vec{L} \times \hat{z}$$

$$\vec{F}_{ba} = -\frac{\mu_o L}{2\pi}\frac{i_a i_b}{d}\,\hat{y} = -\vec{F}_{ab}$$



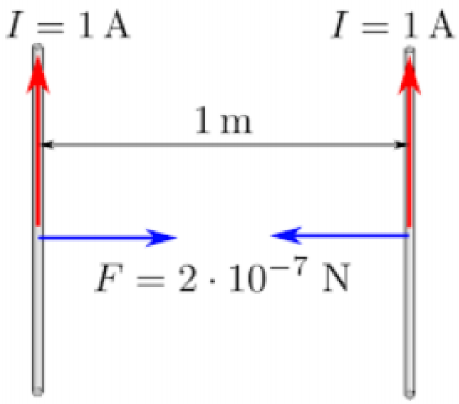
Se le **correnti sono concordi** e parallele la forza è **attrattiva** mentre se le **correnti sono discordi** e parallele la forza è **repulsiva**.



Definizione di Ampère:
la forza trovata, si può anche esprimere come una forza per unità di lunghezza avente modulo:

$$\frac{F}{L} = f = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{i_a i_b}{d}$$

Che permette di definire l'ampère come la corrente che produce una forza di $2 \cdot 10^{-7}\,\frac{N}{m}$ su due fili paralleli per ogni metro di lunghezza.



Induzione magnetica o elettromagnetica:
Un campo magnetico è in grado di generare un campo elettrico e quindi una corrente elettrica.

Corrente indotta:
Se una spira e magnete sono in moto relativo (uno dei due si muove rispetto all'altro) si genera una corrente nella spira (detta corrente indotta). Se stanno fermi non succede nulla (induzione elettromagnetica). La d.d.p. è detta **forza elettromotrice indotta**.
Inoltre si ha che la corrente è più intensa all'aumentare della velocità relativa.

Legge di Faraday:

La variazione nel tempo del flusso magnetico $\Phi_A(\vec{B})$ attraverso l'area della spira induce, nella spira, una forza elettromotrice indotta ϵ_{ind} proporzionale alla derivata del flusso rispetto al tempo:

$$\epsilon_{ind} = \frac{d\,\Phi_A(\vec{B})}{dt} \quad [V]$$

Legge di Faraday-Lenz:
Lenz scoprì che la formula di Faraday non era del tutto corretta in quanto:
la corrente indotta I_{ind} nella spira ha verso tale che il campo magnetico da essa generato $\vec{B}_{ind}$ ha verso opposto a quello del campo $\vec{B}$ che induce la corrente.

$$\boxed{\varepsilon_{ind} = -\frac{\mathrm{d}\Phi_A(\vec{B})}{dt} \quad [V]}$$