

# Modélisation des méandres de rivière

T.THIERS<sup>1</sup><sup>1</sup>Master 1 Physique

**Résumé** - Les méandres des rivières résultent d'un processus complexe d'érosion et de dépôt. Dans cet article, nous allons étudier deux modèles permettant de modéliser les méandres des rivières. Puis nous allons modifier différents paramètres afin d'observer comment évolue sa morphologie.

**Mots clefs** - Modélisation, érosion, méandres, rivières.

## 1 Introduction

Les méandres sont des courbures que l'on observe le long d'une rivière. Elles sont causées par l'érosion des berges extérieures et la sédimentation sur les berges intérieures entraînant un déplacement latéral progressif. Ce phénomène de sédimentation résulte d'une distribution asymétrique de la vitesse de l'écoulement et de la contrainte de cisaillement sur les courbures du canal. Au niveau des courbures, la force d'inertie entraîne un courant à haute vitesse vers la berge extérieure de la rivière et engendre son érosion.

L'étude de ces méandres offre une fenêtre précieuse sur la dynamique fluviale, permettant de mieux comprendre les interactions entre l'écoulement de l'eau, les caractéristiques du lit de la rivière et les processus géomorphologiques en jeu. En modélisant ces processus, nous pouvons non seulement prédire l'évolution des rivières mais aussi mieux gérer les écosystèmes riverains et les risques associés aux inondations et à l'érosion.

Pour cette étude, nous étudierons les paramètres qui influencent la morphologie des méandres de rivières ainsi que la corrélation entre les courbures et le taux de migration des sédiments.

## 2 Modélisation

Pour répondre à la problématique posée, nous nous basons sur un modèle proposé par *D.Howard et R.Knutson* [1984]. Dans ce modèle, nous présumons les conditions suivantes afin de simplifier notre étude :

1. L'érodabilité des berges est uniforme le long du canal.
2. Le lit moyen et la charge en sédiments en suspension sont uniformes en aval.

3. La migration progresse suffisamment lentement pour que les effets des événements de débit individuels puissent être modélisés comme une moyenne continue sur des échelles de temps suffisamment longues pour provoquer une migration prononcée du canal.
4. Le canal a une largeur spatialement et temporellement constante pour que le canal reste simple et direct, sans se ramifier en plusieurs petits canaux qui se rejoignent plus loin.
5. L'apport en eau et en sédiments provenant de l'amont est statistiquement stationnaire.

Une fois ces hypothèses posées, nous pouvons passer à l'étude des paramètres fondamentaux. Lorsqu'on étudie des méandres, on peut remarquer que l'emplacement où l'on retrouve le plus de migration sédimentaire ne se trouve pas au sommet de la courbure mais est souvent situé en aval de celle-ci. On associe ce phénomène au taux de migration nominal  $R_0$ . C'est le taux de déplacement latéral des sédiments qui se base uniquement sur la courbure local à un point précis du canal. Une manière simplifiée de calculer ce taux a été établi par *Z. Sylvester, P. Durkin et J.A. Covault* [2019], il exprime le taux de migration nominal par le produit adimensionnée ( $W/R$ ) avec une constante du taux de migration  $k_1 = \frac{60}{365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60}$ .

$$R_0 = k_1 \cdot \frac{W}{R} \quad (2.1)$$

Dans cette équation  $W$  est la largeur du canal et  $R$  correspond au rayon de courbure. Les relations que nous utilisons pour déduire  $R$  sont les suivantes.

$$R = \frac{1}{\kappa} \quad (2.2)$$

$$\kappa = \frac{x' \cdot y'' - y' \cdot x''}{(x'^2 + y'^2)^{3/2}} \quad (2.3)$$

Avec  $x'$  et  $y'$  les dérivées premières et  $x''$  et  $y''$  les dérivées secondes.

Le taux de migration ajusté  $R_1$  est également un taux déplacement latéral. Cependant ce taux prend en compte en plus de la courbure locale, les courbures en amont. Cela signifie que le taux de migration est ajusté en fonction des courbures précédentes.

$$R_1(s) = \Omega R_0(s) + \left[ \Gamma \int_0^\infty R_0(s - \xi) G(\xi) d\xi \right] \left[ \int_0^\infty G(\xi) d\xi \right]^{-1} \quad (2.4)$$

Dans l'équation (2.4), nous avons admis une relation entre  $R_0$  et  $R_1$ . Cette équation présente des constantes telles que  $\Omega = 1$  et  $\Gamma = 2.5$  (constantes établies par *Z. Sylvester, P. Durkin et J.A. Covault* [2019]). D'autre part, nous trouvons aussi les variables  $s$ , la position actuelle étudiée au niveau du centre du canal et  $\Xi$ , la distance entre la position actuelle et l'amont du canal.

Concernant  $G(\xi)$ , il s'agit d'une fonction de pondération qui permet de prendre en compte l'effet cumulatif des segments de canal en amont sur le taux de migration des berges à un point spécifique. Deux versions de cette fonction de pondération sont possibles.

$$G(\xi) = e^{-a\xi} \cos(\beta\xi - \gamma) \quad (2.5)$$

$$G(\xi) = e^{-a\xi} \quad (2.6)$$

où  $\alpha$  est exprimée selon le coefficient de friction  $C_f$ , de la profondeur du canal  $D$ , et  $k$  qui est une constante égale à 1.

$$\alpha = 2k \frac{C_f}{D} \quad (2.7)$$

De plus, un autre phénomène est observé lié à la sinuosité du canal. À mesure que la sinuosité d'un canal augmente, la vitesse moyenne de l'eau et la contrainte de cisaillement diminuent, réduisant ainsi les taux d'érosion des berges. Pour prendre en compte ce phénomène, nous l'incorporons à la modélisation grâce à la relation qui suit :

$$R'_1 = R_1 \mu^\epsilon \quad (2.8)$$

où  $R_1$  est le taux de migration ajusté de (1),  $R'_1$  est le taux de migration réel,  $\mu$  est la sinuosité au point étudié et  $\epsilon$  est un paramètre. La valeur actuelle de  $\epsilon$  est  $-\frac{2}{3}$  d'après *D.Howard et R.Knutson* [1984].

Dans notre étude, nous allons modéliser deux modèles de méandres, l'un avec la fonction de pondération (2.5) et l'autre avec l'équation (2.6). Puis nous allons comparer ces deux modèles.

### 3 Implémentation et graphes

Afin de modéliser différentes morphologies de méandres en 2D, nous avons tout d'abord généré plusieurs points en  $x$  et en  $y$  de telle sorte à avoir une allure assez rectiligne avec quelques petites perturbations aléatoires. On part ainsi du principe que notre canal est presque droit et qu'au fur et à mesure que le temps passe, des sinuosités plus prononcées commencent à apparaître.

Nous avons utilisé des fonctions pour effectuer tous les calculs explicités dans la partie précédente et nous obtenons une liste de points mis à jour par rapport à la position précédente. Pour éviter de surcharger le programme, nous avons fait le choix de tracer une position toutes les 10 itérations.

Nous avons également utilisé une fonction pour rééchantillonner la ligne médiane de manière à ce que la distance entre chaque point soit approximativement constante. Cela permet d'obtenir une ligne plus uniforme.

Lors des essais, nous avons observé que certains segments de la rivière se rencontraient en formant une ou plusieurs boucles. On observe cette anomalie lorsqu'une courbe d'une rivière devient tellement prononcée qu'un de ses segments finit par recouper un autre. Pour palier ce problème, nous avons utilisé les fonctions de "cutoffs" mis en place lors de l'étude de *Z. Sylvester* [2019].

À l'aide des fonctions de pondérations données par (2.5) et (2.6), nous obtenons les courbes suivantes.

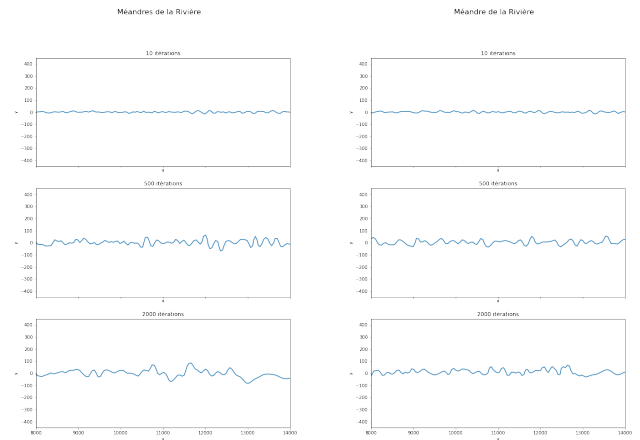


FIGURE 1 – Modélisation de méandres par le modèle 1 (à gauche correspondant à l'équation (2.6)) et le modèle 2 (à droite correspondant à l'équation(2.5))

Afin de mieux comprendre l'évolution de la morphologie, nous avons modifié certains paramètres initiaux de notre modélisation. En variant la profondeur du canal et sa largeur nous observons les courbes suivantes en utilisant le modèle 1. Pour mieux observer les méandres, nous avons un peu plus zoomé sur les graphes.

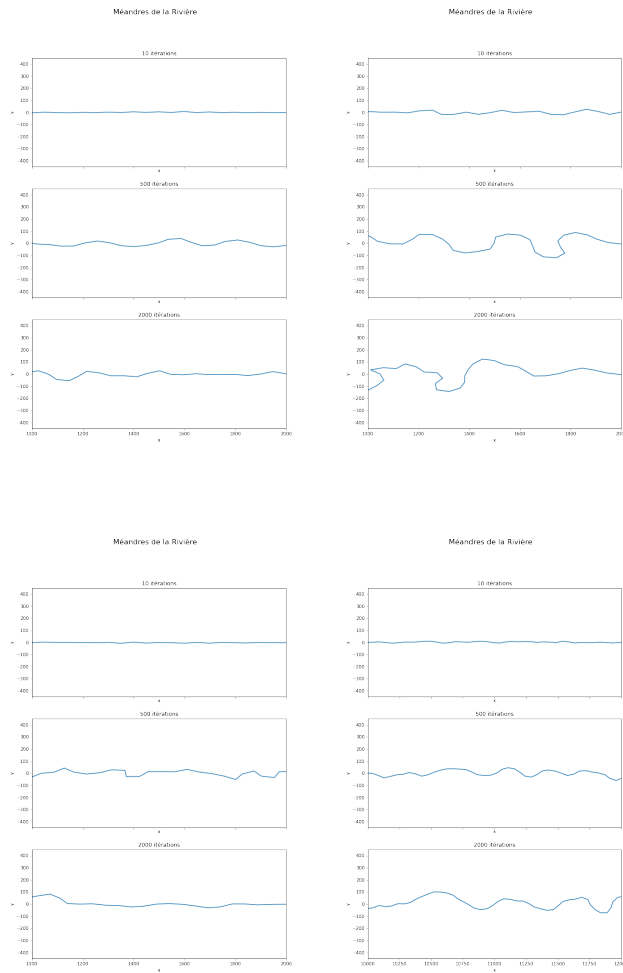


FIGURE 2 – (De gauche à droite et haut en bas) graphe 1 : profondeur faible et largeur faible ; graphe 2 : profondeur faible et largeur forte ; graphe 3 : profondeur forte et largeur faible ; graphe 4 : profondeur forte et largeur forte

Enfin, nous concluons cette partie en étudiant la variation du taux de migration moyen en fonction de l'intensité de la courbure de notre méandre. Pour cela, nous avons essayé de modifier les paramètres de telle sorte à avoir des courbures prononcées pour un graphe et des courbures moins prononcées pour l'autre.

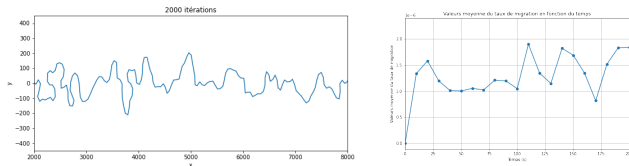


FIGURE 3 – Modélisation de méandres avec une courbure prononcée associée à son graphe du taux de migration moyen en fonction du temps.

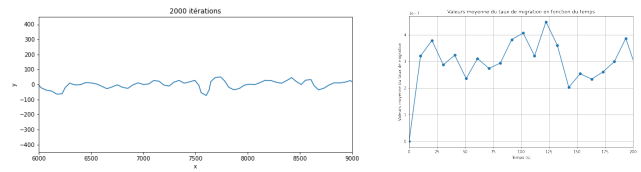


FIGURE 4 – Modélisation de méandres avec une courbure moins prononcée associée à son graphe du taux de migration moyen en fonction du temps.

Pour obtenir les graphes du taux de migration moyen, nous avons stocké toutes les valeurs mises à jour de taux de migration ajusté  $R_1$  et nous avons effectué la moyenne des valeurs toutes les 10 itérations.

## 4 Résultats

Les résultats obtenus sont assez satisfaisants, notamment au niveau de la modélisation des méandres. Nous obtenons effectivement, une allure qui se rapproche des géométries des rivières que l'on peut retrouver dans la nature. En utilisant les deux modèles (*Figure 1*) tirés des équations (2.5) et (2.6), nous avons des graphes assez similaires pour des paramètres identiques. La seule légère différence qu'on pourrait souligner, ce sont les courbures un peu plus prononcées sur le modèle 1. Etant donné le nombre important d'itérations, nous avons choisi de sélectionner uniquement un intervalle se situant vers la fin de notre modélisation pour mieux observer les méandres. Au début de la modélisation, les sinuosités sont très faibles et augmentent très progressivement. Donc la fin de la modélisation semblait être la partie où on s'attendrait à voir plus de courbures et c'est effectivement le cas.

On remarque également à l'aide de la *Figure 2* que l'augmentation de la largeur du canal engendre des courbures plus fortes, ce qui est cohérent avec les équations posées au début de l'article ( (2.1) et (2.2)). Puisque le taux de migration nominal, la largeur du canal et sa courbure sont reliés entre eux par une seule et même relation, il n'est pas surprenant de constater que plus la largeur du canal est importante, plus sa courbure en sera tout autant.

Finalement, lorsque nous observons les *Figure 3* et *Figure 4*, nous remarquons que les graphes de taux de migration moyen sont assez similaires. Néanmoins, nous remarquons que la modélisation avec des sinuosités importantes a de plus grandes valeurs de taux de migration que celle avec des sinuosités faibles. Cette différence serait en adéquation avec la théorie car plus la courbure  $\kappa$  est grande, plus la force centrifuge et la contrainte de cisaillement exercée sur la berge extérieure seront fortes. Cependant, ces résultats sont en contradiction avec d'autres études qui ont démontré que le taux de migration atteint sa valeur maximale lorsque le rayon de courbure est environ deux à trois fois égale à la largeur de la rivière (*Hickin et Nanson*, [1975]; *Nanson et Hickin*, [1980]). Les courbes à fortes sinuosité avec un rapport  $R/W < 2$  semblent migrer plus lentement,

potentiellement en raison d'une dépense énergétique plus élevée (Hickin, [1978]). Pour expliquer cette contradiction avec d'autres études, nous pouvons penser que le "cutoff" de notre programme empêcherait notre courbure d'atteindre deux à trois fois la largeur du canal, de ce fait nous présumons que nous n'atteignons jamais le taux de migration maximal. Bien entendu pour confirmer cette hypothèse, nous devrions modifier la manière dont nous calculons notre "cutoff". Nous pouvons également penser que notre modèle est beaucoup trop simpliste en comparaison avec les autres études plus élaborées sur le sujet.

## 5 Discussion

Pour récapituler, nous avons établi deux manières de modéliser nos méandres de rivière avec deux façons de calculer  $G(\xi)$ . Ensuite nous avons comparé les deux modèles et identifié un paramètre influençant grandement les courbures de nos méandres ! La largeur du canal. Pour finir, nous avons analysé les éventuelles corrélations que l'on pouvait avoir entre les sinuosités et le taux de migration moyen.

Globalement les résultats semblent concorder avec la théorie, cependant nos modèles utilisant la fonction de pondération ne semblent pas être les plus optimaux pour décrire le phénomène physique rigoureusement (*D. Howard et R. Knutson* [1984]). Toutefois, cette fonction de pondération reste une bonne première approche pour modéliser des méandres assez réalistes.

Dans cette étude, nous avons utilisé peu de paramètres et nous n'avons pas pris en compte les paramètres potentiellement dépendant de l'environnement de la rivière tels que les précipitations qui peuvent modifier le débit des rivières ou bien la végétation sur les berges pouvant permettre une meilleure stabilisation de celles-ci et réduire l'érosion.

Pour conclure, les simulations de modèles de méandres des rivières sont essentielles pour comprendre les dynamiques fluviales et leurs interactions avec divers facteurs environnementaux. Elles permettent de prédire les comportements futurs des rivières, ce qui est crucial pour la gestion des ressources en eau, la prévention des inondations, et la conservation des écosystèmes riverains. En combinant des modèles théoriques avancés avec des données empiriques, ces recherches fournissent des outils précieux pour mieux gérer et protéger nos environnements fluviaux.

## Références

- [1] A. D. H. et Thomas R. KNUTSON. *Sufficient Conditions for River Meandering' A Simulation Approach*. 1984.
- [2] E. Hickin and G. Nanson. *The character of channel migration on the Beaton River*. 1975.
- [3] H. Johannesson<sup>1</sup> and G. Parker. *Velocity Redistribution in meandering rivers*. 2015.
- [4] G. P. e. K. S. Syunsuke IKEDA. *Bend theory of river meanders. Part 1. Linear development*. 1981.
- [5] S. F. Weiss<sup>1</sup> and J. J. Higdon. *Dynamics of meandering rivers in finite length channels : linear theory*. 2022.
- [6] P. D. Zoltán Sylvester and J. A. Covault. *High curvatures drive river meandering*. (<https://github.com/zsylvester/meanderpy>), 2019.