

集合与实数集

luojunxun

2023 年 10 月 10 日

组合优化问题：从有限个可行解中找出最优可行解的优化问题称为组合优化问题

计算复杂性

问题是带有若干参数的一个提问，给这些参数特定的值就得到一个实例，算法是求解该问题的通用步骤描述。（这里的算法和数据结构中的算法不同，后者是程序执行的总步骤，而这里的算法是步骤的描述，可以通俗化）

规模 (size): 描述一个实例所需要的字节数，比如存储一个整数 k 所需要的字节数为 $(\lceil \log_2 k \rceil + 1) + 1$ (标志结尾的空格)

最大数：实例的最大数就是在实例中出现过的最大整数

算法时间复杂性：算法的时间复杂性是一个关于实例规模 x 的函数 $f(x)$ ，他表示用该算法处理所有规模为 x 的实例中所需基本运算最多的那个实例的基本运算次数

如果函数 f 是一个多项式时间函数，称对应的算法是多项式时间算法，不能被次限制的称为指数时间算法

如果算法时间复杂性是关于实例规模 x 和最大数 B 的二元函数 $f(x, B) = O(P(x, b))$ ，但算法不是多项式时间的，称为伪多项式时间算法，如 $O(nB)$ ；这类算法的特点就在于实例规模比较小的时候计算速度很快，但是随着实例规模的增加，算法复杂度也会快速增加

有多项式算法的问题称为多项式时间可解问题类：记为 \mathcal{P}

NP-完全性理论

只回答是否的问题称为判定问题，判定问题和优化问题可以相互转化（NP-完全性理论研究判定问题（或者优化问题的判定形式））

非确定性算法多项式时间可解问题类：对一个问题，存在一个算法，使得对于任何一个回答为是的实例，该算法能猜出一个可行解，其算法规模，也就是描述可行解的字节数不超过实例的多项式函数，并且在不超过实例的多项式时间内能验证猜想正确，就称该问题为非确定性多项式时间可解问题类（nondeterministic polynomial solvable problem），记为 \mathcal{NP} 类

P 问题是多项式时间可解问题，而 NP 问题是多项式时间可验证问题，自然有 $P \subset NP$

NP 类是非确定性图灵机多项式时间可解类

NP-C: NP 完全问题: $p_1 \in \mathcal{NP}, \forall P_2 \in \mathcal{NP}, P_2 \leq_p P_1 \Rightarrow p_1 \in \mathcal{NP} - C$

NP-C 是 NP 中最难的问题，表现为如果某一个 NP-C 有多项式时间算法，那么每个 NP 问题都有多项式时间算法，且 NP-C 问题都是同等难度的，用归约证明即可

NP-C 判定定理: $p \in \mathcal{NP}, \exists p_0 \in \mathcal{NP} - C, s.t. p \leq_p p_0 \Rightarrow p \in \mathcal{NP} - C$