

浙江大学 2023 - 2024 学年秋冬学期

《组合优化》课程专项练习（动态规划）

姓名：_____学号：_____所属院系：_____

一、现有一 n 行 m 列的棋盘，在棋盘的部分格子中各放有一颗麦子。现有一机器人从棋盘左上角的格子出发收集麦子。机器人只能从当前所在格子向下或向右移动一格，到达放有麦子的格子后，即能收集该格子中的麦子。现要求在机器人到达棋盘右下角的格子时，收集的麦子数量尽可能多。试给出求解该问题的多项式时间算法。

二、一篇英语文章有 n 个单词，第 $i, i=1, \dots, n$ 个单词的字符数为 l_i 。纸张一行可容纳 M 个字符或空格，同一个单词不能跨两行排版，同一行两个相邻单词之间恰有一个空格，每行第一个单词从该行开始处排版。为使版面美观，要求行尾空格和最小，这里行尾空格和是指除最后一行外，各行最后一个单词结束至该行末尾处的空格数量之和。记 C_k 为将第 k 个至第 n 个单词按上述要求排版产生的行尾空格和的最小值。试写出求解该问题的动态规划。

三、现有两个字母表 Σ 上的字符串 X, Y ，通过在字符串中插入空格将它们变为长度相等的字符串 X', Y' ，并比较 X' 和 Y' 中位于相同位置的字符。若相同位置两个字符不同，则称为一类误差；若两个字符一个为空格，另一个为非空格，则称为二类误差。若两个字符串所有位置出现的一类误差与二类误差总数分别为 n_1 和 n_2 ，两个字符串的 Needleman-Wunsch 误差定义为 $\alpha n_1 + \beta n_2$ 。例如对 AGGGCT 和 AGGCA 两个字符串，若在第二个字符串中插入空格使之成为 AGG — CA，Needleman-Wunsch 误差为 $\alpha + \beta$ 。序列比对问题（sequence alignment）希望给出一种空格插入方案，使两个字符串的 Needleman-Wunsch 误差最小。试给出求解该问题的动态规划，并估计其时间复杂度。