

Bool为真则值为1, 否则为0.

一. (1). $\max \sum_{i=1}^m x_i w_i$.

$C_i = 1, \forall i = 0, 1, \dots, m$.

(2). 首先举反例. 当 x_1, x_2, x_3 都为假时.

当 w 为假, 有6真. 当 w 为真有4真. 故此时至多6个为真.

1. 当 x_1, x_2, x_3 中有两个为真一个为假时. 不论 w 取真与否, 都有7个或的值是真.

2. 当 x_1, x_2, x_3 都为真且 w 为真时有7个真或子句.

3. 当 x_1, x_2, x_3 中一个为真两个为假且 w 为假时有7个真子句.

综上: 当 x_1, x_2, x_3 都为假时. 不论 w 取真与否, 至多只有6个子句真.

当 x_1, x_2, x_3 中至少有一个为真时, 存在 w 的取值, 使有7个子句真.

(3) 显然在多项式时间内可验证 MAX-2SAT 的一个解. 故它是 NP 问题.

此外已知 MAX-3SAT 是 NP-C 问题. 对任一 NP-MAX-3SAT 实例, 对任一子句 $x_{i1} \vee x_{i2} \vee x_{i3} = C_i$, 取 $y_{i1} = x_{i1}, y_{i2} = x_{i2} \vee x_{i3}$.

则 $C'_i = y_{i1} \vee y_{i2}$ 是 MAX-2SAT 的一个实例. 且规模是 MAX-3SAT 的多项式规模. 这样 $\text{MAX-3SAT} \leq_p \text{MAX-2SAT}$.

从而 $\text{MAX-2SAT} \in \text{NP-C}$.

二. 1. 不确定性.

实例规模为 $\sum_{j=1}^K n_j$ 约为 $\log H$. 其中 $N = \max_{j=1}^K n_j$

验证所用时间 $\sum_{i=1}^m (\sum_{j=1}^K n_j - s_i + 1) s_i$ 为 $m \log H = p(m, \log H)$.

故若 m 充分大 (与 H 为同一量级时). 验证所用时间为指数级别的.

故不能认定其为 NP 问题.

直接汽车经过的作业种类数 m 充分小. 即为 $m = \log H$ 时, 此问题为 NP

2. 定义一决策变量 x_{ij} . 表示第 i 辆类车 (某一个) 在 j 处时 取一. 否则取零.
令 $n = \sum_{j=1}^K n_j$. 则 $M = (x_{ij})_{K \times n}$ 为决策函数.

满足:

$$\sum_{i=1}^K x_{ij} = 1, \forall j = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = n_i, \forall i = 1, 2, \dots, K.$$

$$\sum_{j=p_i+1}^{p_i+s_i} x_{ij} \leq r_i \left\{ \begin{array}{l} \forall i = 1, 2, \dots, K \\ \forall p_i = 1, 2, \dots, n - s_i. \end{array} \right.$$

3. 任取一 Hamilton 路问题的实例. 有图 $G = (V, E)$. 则可构造出本题一实例: 有 $K = V$ 中顶点个数类车. 若某两顶点 v_1, v_2 中有通路. 则表示品片牌 v_1, v_2 两车没有相同的装面工作种类. 反之. 若 v_1, v_2 无路则表示两品片牌至少有一种装面工作种类相同. 附由此图则如上构造出一本题实例. 规模显然为 Hamilton 图规模的多项式.

且 Hamilton 路有解当且仅当本实例有解. 只要在 Hamilton 路问题的解中任取一顶点作为开始. 按某一大向遍历所有顶点即得到本题实例之解. 反之亦然. 这说明本题问题不会比 Hamilton 路更简单. 亦即为 NP-C. 故在上述限定下, 车辆顺序问题任为 NP-C.