概率论第一章节

luojunxun

2023 年 10 月 28 日

随机变量：$\xi(\omega)$ 是定义在概率空间 $\{\Omega, \mathcal{F}, P\}$ 上的单值实函数，对于 R 上任何一个波雷尔集合 B，有 $\xi^{-1}(B) = \{\omega : \xi(\omega) \in B\} \in \mathcal{F}$, 就称其为随机变量，$\{P(\xi(\omega)) \in B\}, B \in \mathcal{B}^{-1}$, 称为随机变量的概率分布

常见分布：单点分布，两点分布（伯努利分布），二项分布 $\xi\ B(n, p)$ 且 $P(\xi = k) = b(k; n, p)$

Possion 定理：$if\ \exists\lambda > 0, s.t. \lim\limits_{n\to\infty} np_n = \lambda, then \Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty} b(k; n, p) = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$

一般来说 p，n 没有关系，但是当 n 很大，p 很小，而 np($\leq\infty$) 又不那么大的时候就可以用 possion 定理

possion 分布：$P(\xi = k) =]frac\lambda^k k!e^{-\lambda}, \lambda > 0, k = 0, 1, \cdots$ 称 ξ 服从 possion 分布，记为 $\xi\ P(\lambda)$,λ 称为其参数，事实上他就是期望

一般来说，n 个事件每个事件发生的概率都很小，并且他们近似相互独立，那么这些事件发生的次数近似服从 possion 分布 $P(\lambda), \lambda = \sum\limits_{i=1}^{n} p_i$

几何分布：$P(\xi = k) = pq^{k-1}, p + q = 1$. 几何分布实际上就是说实验在第 k 次才成功，可以发现有性质: $P(\xi > m + k|\xi > m) = P(\xi > k)$, 就是说前 m 次都失败了再继续试验，概率和从头开始是一样的，其实本质上就是每次试验独立，后面的实验和前面没有关系

超几何分布：$P(\xi = k) = \frac{C_M^k C_{N-M}^{n-k}}{C_N^n}$

分布函数和连续性随机变量

分布函数：$F(x) = P(\xi \leq x)$

性质：1. 单调不减性；2.$F(-\infty) = 0, F(\infty) = 1$；3. 右连续性。分布函数有以上三个性质，反之有以上三个性质的函数一定是某个随机变量的分布函数

由连续性随机变量的性质我们可以发现，取每一个特定的值的概率是零，但是不意味着这件事不能发生

正态分布：又称高斯分布或者误差分布（对数量指标影响的因素有很多，但是每一个的影响都比较小）

$U(o,1)$ 称为标准正态分布，密度函数和分布函数记 $\phi, \Phi, \phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}, \Phi(x) = \int_{-\infty}^{x} \phi(t) dt$

$\Phi(-x) = 1 - Phi(x)$

计算某个特定的正态分布随机变量就转化成标准随机变量 $\eta = \frac{\xi - \mu}{\delta}$

指数分布是唯一有无记忆性的连续性随机分布