

概率论 (H) 2022.1.8

1. 设 A, B, C 是三个随机事件. A 和 B 相互独立

(1) $P(A) = 0.3$ $P(B) = 0.6$ 求 $P(AB|A \cup B)$

(2) 相互独立. 有 $ABC = \emptyset$ $P(A) = P(B) = P(C)$

$$P(A \cup B \cup C) = \frac{9}{16} \quad \text{求 } P(A)$$

2. 奶茶的制作方式有 2 种. 先加奶后加糖或相反. 一人品尝正确的概率为 0.7. 奶茶店先加奶为 $P = 0.6$

1. 求他认为先加奶的概率.

2. 另有一人能正确判断概率为 0.8

对同一杯. 2 人独立地都认为先加奶
求的确是先加奶的概率

3. 设 (ξ, η) 的联合分布列为

$\xi \backslash \eta$	0	1	2
0	a	b	b
1	b	a	b
2	b	b	a

1. 求分布函数值 $F(1, 1)$

2. 令 $\zeta = \max\{\xi, \eta\}$ 求 (ξ, ζ) 的联合分布列

3. 若 ξ 与 η 不相关, 求 a, b 的值.

4. 随机变量 X_1, X_2, X_3 相互独立, 都服从参数为 1 的指数分布

$$Y_1 = \frac{X_1}{X_1 + X_2} \quad Y_2 = \frac{X_1 + X_2}{X_1 + X_2 + X_3} \quad Y_3 = X_1 + X_2 + X_3$$

1. 求 (Y_1, Y_2, Y_3) 的联合分布函数.

2. 证明 Y_1, Y_2, Y_3 相互独立.

5. 某人写好 n 封信又写好 n 只信封
在黑暗中随机地把 n 封信放入 n 只信封
求放对的信封数 ε 的数学期望与方差.

6. 设 ε 与 η 相互独立, 都服从标准正态分布.

$$\text{记 } U = 2\varepsilon + 3\eta \quad V = 3\varepsilon + 2\eta$$

求 $U+V$ 和 U^2+V^2 的相关系数.

7. 机要超信 200 个座位, 10% 的可能性不登机,
问题忘了. 95% 的旅客有座还是替什么的.

8. 设 $(\varepsilon_k, k \geq 1)$ 是一列相互独立的随机变量

$$\text{且 } \varepsilon_k \sim \text{Exp}(k), \text{ 记 } S_n = \sum_{k=1}^n k^2 \varepsilon_k$$

$$\text{证明: } \frac{S_n}{n(n+1)} \xrightarrow{P} \frac{1}{2} \quad n \rightarrow \infty$$