ARMA 모형

ARMA(p,q) 모형은 AR(p) 모형과 MA(q) 모형의 특징을 모두 가지는 모형을 말한다. 즉 p개의 자기 자신의 과거값과 q개의 과거 백색 잡음의 선형 조합으로 현재의 값이 정해지는 모형이다.

$$Y_t = -\phi_1 Y_{t-1} - \phi_2 Y_{t-2} - \cdots - \phi_p Y_{t-p} + \epsilon_t + \theta_1 \epsilon_{t-1} + \theta_2 \epsilon_{t-2} \cdots + \theta_q \epsilon_{t-q}$$

ARMA(p, q) 모형의 정상상태 조건은 AR(p)모형의 정상상태 조건과 동일하다. 즉, MA(q) 부분을 구성하는 계수 θ는 정상상태 조건에 영향을 미치지 않는다.

ARMA(p,q) 모형을 일반 선형 확률 과정의 형태로 바꾸면 다음과 같아진다.

$$Y_t = \epsilon_t + \psi_1 \epsilon_{t-1} + \psi_2 \epsilon_{t-2} + \cdots$$

$$\begin{aligned}
\psi_1 &= \theta_1 - \phi_1 \\
\psi_2 &= \theta_2 - \phi_2 - \phi_1 \psi_1 \\
&\vdots \\
\psi_j &= \theta_j - \phi_p \psi_{j-p} - \phi_{p-1} \psi_{j-p+1} + \cdots - \phi_1 \psi_{j-1}
\end{aligned}$$

ARMA(p,q) 모형의 자기상관계수도 다음과 같이 계수 ϕ에 대한 방정식으로 주어진다.

$$\rho_l = -\phi_1 \rho_{l-1} - \cdots - \phi_p \rho_{l-p}$$

위 식을 사용하면 주어진 자기상관계수 함수에 대해 이를 만족하는 ARMA모형을 찾아내는 것이 가능하다.

ARMA(p,q) 모형의 시뮬레이션

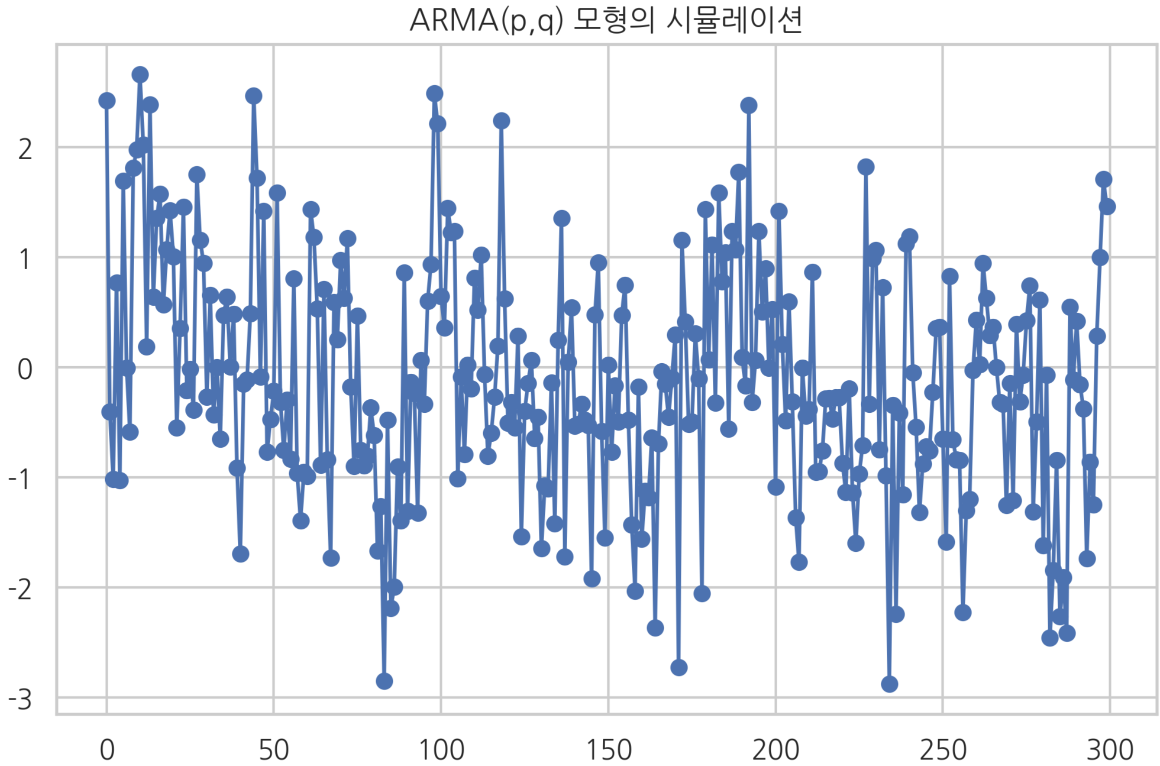
ARMA(1,1) 모형

$$Y_t = 0.7 Y_{t-1} + \epsilon_t - 0.4 \epsilon_{t-1}$$

에 대한 시뮬레이션 코드는 아래와 같다.

In [1]:

```
np.random.seed(0)
p1 = sm.tsa.ArmaProcess([1, -0.7], [1, -0.4])
y1 = p1.generate_sample(300, burnin=100)
plt.plot(y1, 'o-')
plt.title("ARMA(p,q) 모형의 시뮬레이션")
plt.show()
```



다음은 위 ARMA(1,1) 모형의 자기상관계수함수다.

In [2]:

```python
plt.subplot(211)
plt.stem(p1.acf(20))
plt.xlim(-1, 20)
plt.ylim(-0.3, 1.1)
plt.title("ARMA(1,1) 모형의 자기 상관 계수")

ax = plt.subplot(212)
sm.graphics.tsa.plot_acf(y1, lags=20, ax=ax)
plt.xlim(-1, 20)
plt.ylim(-0.3, 1.1)

plt.tight_layout()
plt.show()
```