UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

Faculté de génie

RAPPORT - APP 2 - S5

Présenté à

Raef Cherif et Jean-Samuel Lauzon

Présenté par

Thierry Constantin – cont3301

Gabriel Lessard – lesg2605

Michaël Samson - samm3104

Sherbrooke – Mercredi 18 septembre 2019

Table des matières

1. Introduction

Le mandat demandé était de créer un trajet de type Wipe-Out. Pour cela, des spécifications nous étaient données dans un devis afin de nous aider à créer le trajet désiré. L'objectif qui nous était confié était alors d'analyser, de comprendre et de concevoir un système permettant de réaliser ce projet. Plusieurs méthodes se devaient d'être utilisée pour atteindre le but, dont le calcul d'énergie par le théorème d'énergie mécanique, les collisions de particules, les matrices de projection ainsi que l'interpolation de données.

2. Interpolation de la trajectoire de la glissade

Pour la trajectoire de la glissade, il faut trouver une équation passant par les points suivants :

Points	A	B	C	D	E
Position horizontale	0	8	15	20	25
Position verticale	30	19	20	16	10 < y < 15

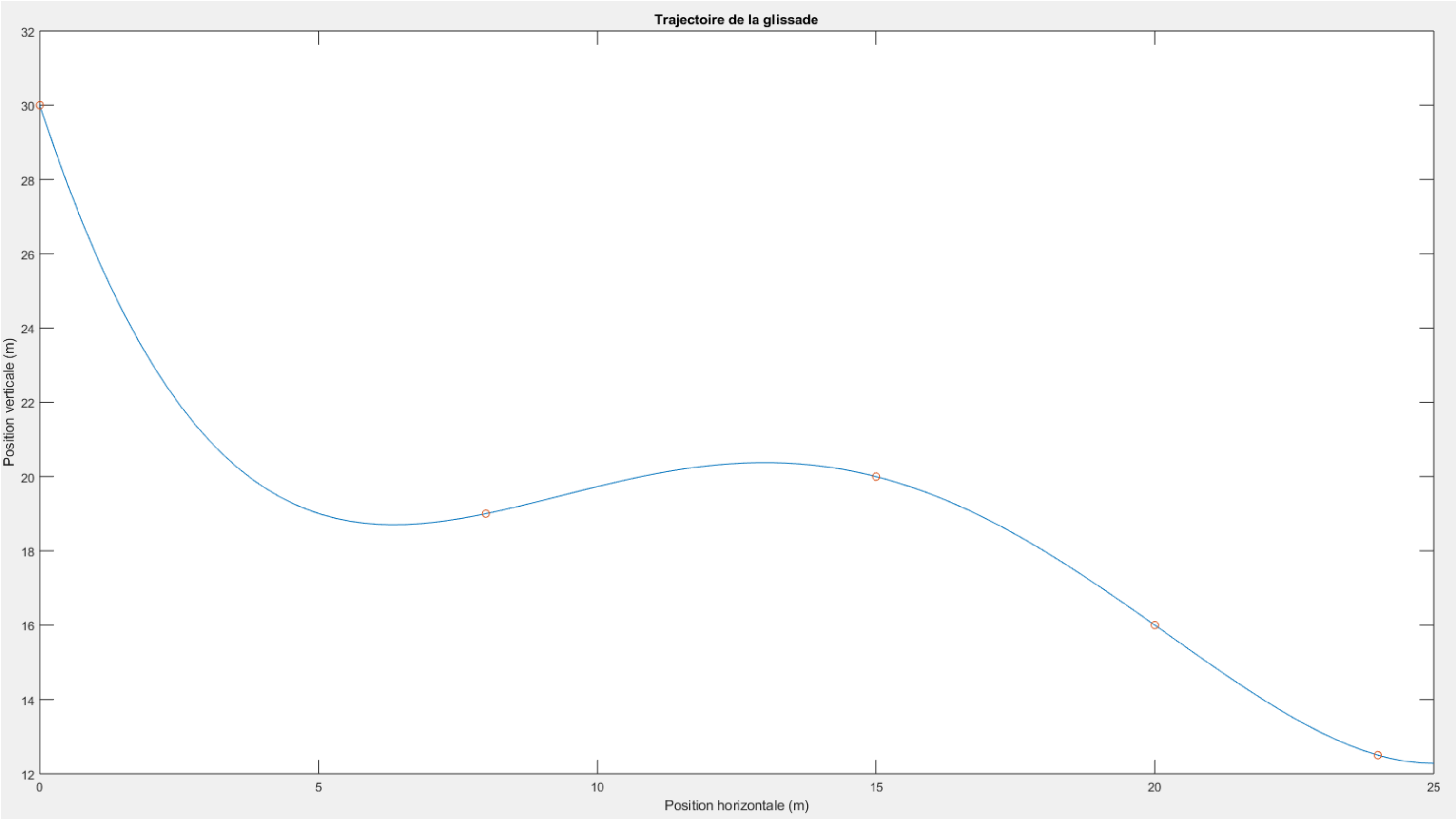
Afin de s'assurer que le point E se trouve bien à une hauteur entre 10 et 15 m, on ajoute un point à 24,12.5 à notre interpolation. En faisant tel, on s'assure que la courbe soit pratiquement uniquement horizontale, comparé à si l'on avait fixé directement le point E. En interpolant par polynôme ces points, les coefficients des polynômes du plus petit degré au plus grand sont :

$$\begin{bmatrix} 30.0000000000010 \\ -4.60089285716287 \\ 0.631217757940458 \\ -0.0329569692462827 \\ 0.000557415674608640 \end{bmatrix}$$

Ce qui mène à l'équation suivante :

$$G(x) = 30.0000000000010 - 4.60089285716287 * x + 0.631217757940458 * x^2 - 0.0329569692462827 * x^3 + 0.000557415674608640 * x^4$$

Qui peut être représenté par le graphique suivant :



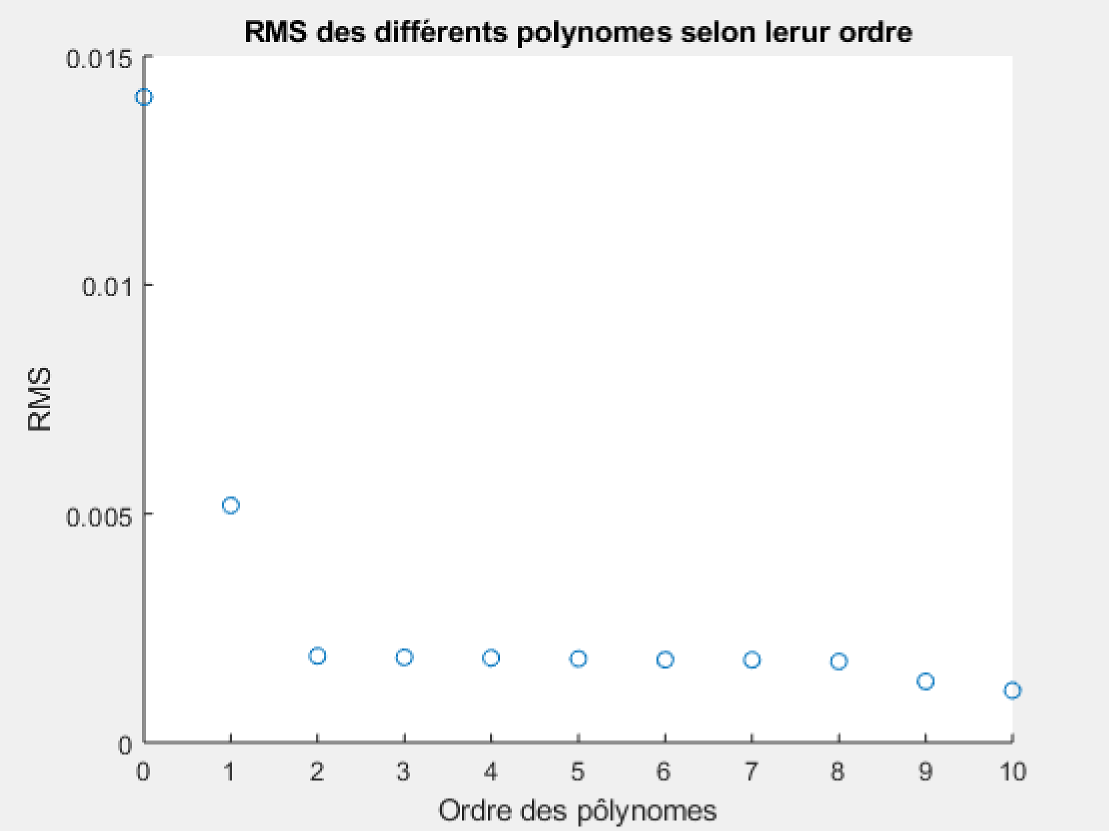
En observant le graphique, on peut constater que la sortie de la glissade est quasi horizontale, correspondant au requis énoncé dans le devis. Avec cette équation, on peut trouver la hauteur au point E, soit 12.2766 m, ce qui rencontre la marge de hauteur du devis. Si on néglige la friction, toute la variation d'énergie potentielle sera transformée en énergie cinétique. La vitesse au point E serait donc de 18.63 m/s, ce qui est trop vite selon le devis.

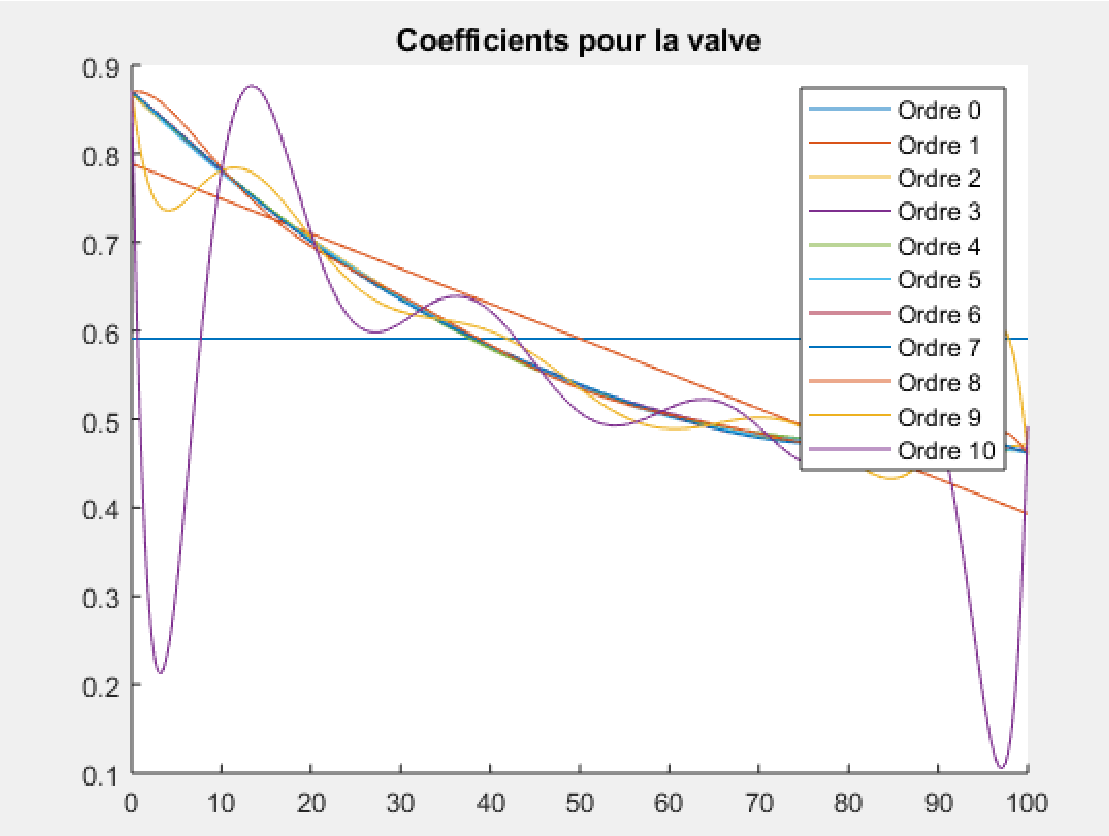
3. Calcul de l'ouverture de la valve

Pour trouver la courbe d'approximation du coefficient en fonction de l'ouverture, il faut trouver un polynôme pour donner une courbe qui va donner l'allure la plus fidèle des points suivants, sans toutefois briser une allure logique.

Tests	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Ouverture (%)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Coefficient μ_f	0.87	0.78	0.71	0.61	0.62	0.51	0.51	0.49	0.46	0.48	0.46

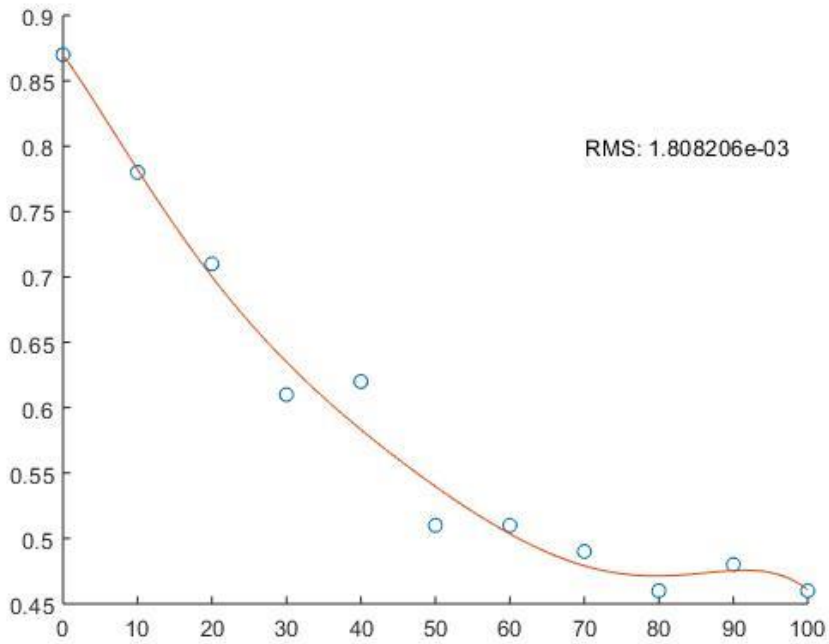
Pour choisir l'ordre de celui-ci, leur valeurs RMS ainsi que l'allure globale des courbes de différents ordres ont été observée. Voici un graphique des ordres et de leur RMS :





L'ordre 6 a été choisi, comme ça courbe semblait bien approximer l'allure générale des points, en plus de suivre une certaine logique. En effet, il serait illogique d'avoir une droite avec une pente à un certain point qui serait croissante, car coefficient ne pourrait devenir plus grand en rajoutant de l'eau. L'ordre 6 respecte cette affirmation et est représentée par l'équation suivante:

$$-7.84\mathrm{e}^{-12} * \mathrm{x}^6 + 2.19\mathrm{e}^{-9} * \mathrm{x}^5 - 2.28\mathrm{e}^{-7} * \mathrm{x}^4 + 1.08\mathrm{e}^{-5} * \mathrm{x}^3 - 0.000165 * \mathrm{x}^2 - 0.00798 * x + 0.87$$



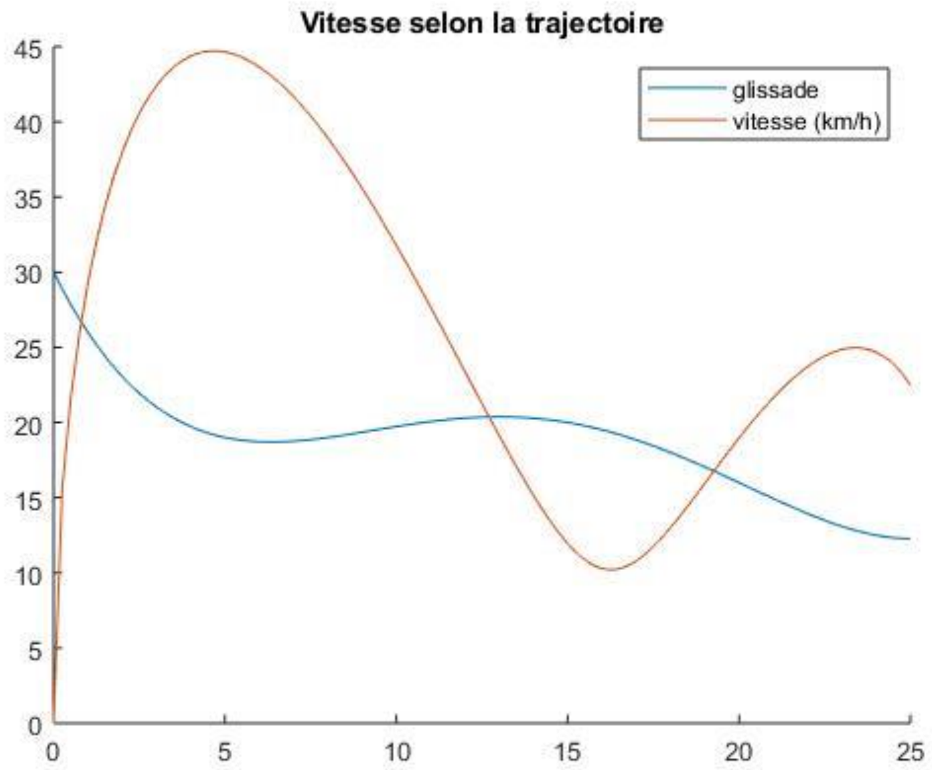
Pour obtenir le coefficient de friction dynamique, on pose que la somme des travaux non conservatoire, ici il s'agit du travail de la friction, est égale à la différence d'énergie cinétique, additionnée à la différence d'énergie potentiel. En isolant μ_f, l'équation suivante est obtenue :

$$\mu_f = -\frac{mg(h_e - 30) + \frac{1}{2}m(22{,}5^2 - 0)}{mg(X_e - 0)}$$

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}[g(x_n) - y_n]^2}$$

L'erreur RMS obtenue est de 1.81x10^{-3} et le coefficient de friction dynamique pour une vitesse de 22.5 km/h de 0.6292.

L'ouverture de la valve pour le coefficient de friction selon le polynôme est de 31%.



En observant le graphique, il est possible de constater que la vitesse est entre 10 km/h et 45 km/h durant le trajet, tel que désiré.

4. Calibration de la minuterie en fonction de la collision entre le participant et le ballon

Avant la collision avec le ballon, la vitesse à laquelle le participant sortira de la glissade au point E et à laquelle il frappera le ballon sera de 22.5 km/h à l'horizontal. La vitesse devrait toujours être telle si le participant arrive au point E, selon les ajustements de la valve pour la trajectoire. De plus le ballon sera dirigé vers le participant à une vitesse horizontale de

1 m/s. La masse du participant pour les calculs sera basée sur celle du participant référence, alors 80 kg. Deux possibilités de collisions peuvent se produire ici.

4.1 Collision plastique

Dans la situation où le participant attrape le ballon, la collision sera considérée comme étant plastique. Par conséquent, le participant et le ballon ne formeront qu'un seul corps. À partir de l'équation décrivant la quantité de mouvement, il est possible de déterminer à quelle vitesse sera le participant-ballon après la collision :

$$m_A * \overrightarrow{v_A} + m_B * \overrightarrow{v_B} = m_A * \overrightarrow{v_A}' + m_B * \overrightarrow{v_B}'$$

Ici, m_A et m_B sont respectivement la masse du participant et celle du ballon alors que v_A et v_B sont les vitesses de ces mêmes entités. Puisqu'on a une collision plastique et que les deux entités ne sont considérées comme n'étant plus qu'une, on peut affirmer que la vitesse finale du participant et du ballon sera la même. On retrouve alors cette relation :

$$m_A * \overrightarrow{v_A} + m_B * \overrightarrow{v_B} = m_A * \overrightarrow{v_{A+B}} + m_B * \overrightarrow{v_{A+B}}$$

$$m_A * \overrightarrow{v_A} + m_B * \overrightarrow{v_B} = (m_A + m_B) * \overrightarrow{v_{A+B}}$$

Il est alors possible de connaitre la vitesse résultante du participant-ballon.

$$\overrightarrow{v_{A+B}} = \frac{m_A * \overrightarrow{v_A} + m_B * \overrightarrow{v_B}}{m_A + m_B} = \frac{80kg * 22{,}5\,{}^{km}/_{h} + 8kg * -1{,}0\,{}^{m}/_{s}}{80kg + 8kg} = 5{,}5909\,{}^{m}/_{s}$$

Puisque la longueur de la trappe est connue ainsi que la vitesse dont elle est parcourue, il est possible de déterminer le temps pour la parcourir dans le cas d'une collision plastique :

$$t_{plastique} = \frac{L_T}{\overrightarrow{v_{A+B}}} = \frac{3m}{5{,}5909\,{}^{m}/_{s}} = 0{,}5366s$$

4.2 Collision semi-élastique

Pour ce qui est de la collision semi-élastique, elle se produit si le participant n'attrape pas le ballon et que ce dernier rebondit. On aura alors des vitesses finales différentes pour le ballon et pour le participant. Sachant les vitesses initiales du participant et du ballon ainsi que leur masse et le coefficient de restitution, il est possible d'utiliser les formules suivantes pour isoler la vitesse finale du participant :

$$m_A * \overrightarrow{v_A} + m_B * \overrightarrow{v_B} = m_A * \overrightarrow{v_A}' + m_B * \overrightarrow{v_B}'$$

$$e = \frac{\overrightarrow{v_B}' - \overrightarrow{v_A}'}{\overrightarrow{v_A} - \overrightarrow{v_B}}$$

Avec les mêmes vitesses initiales et masses que pour la collision plastique ainsi qu'un coefficient de restitution de 0.8, si l'on met ces équations en commun, on trouve :

$$\overrightarrow{v_A} = \frac{m_A * \overrightarrow{v_A} + m_B * (\overrightarrow{v_B} - e(\overrightarrow{v_A} - \overrightarrow{v_B})}{m_A + m_B} = 5{,}0636\, {}^{m}/_{s}$$

Avec la même trappe et formule que pour la collision plastique, mais avec la nouvelle vitesse, on trouve un temps pour passer la trappe de 0,5925 secondes.

4.3 Détermination du temps d'ouverture de la trappe

Selon les spécifications, la trappe doit permettre à un participant de passer la trappe seulement s'il attrape le ballon, avec un jeu d'au moins 0,02 secondes après avoir passé la trappe avant de s'ouvrir. Dans un même ordre d'idée, la trappe doit s'ouvrir 0,02 secondes avant que le participant qui n'a pas attrapé le ballon la traverse. Si la moyenne des deux temps précédemment trouvés ± 0,02 secondes est toujours entre les deux temps, c'est donc que ce temps est considéré comme étant sécuritaire.

$$t_{Trappe} = \frac{t_{Plastique} + t_{semi\_elastique}}{2} = 0{,}5646s$$

Ce temps est conforme à la demande de sécurité spécifiée.

5. Calcul de l'affaissement du coussin

Selon le devis, le participant tombe d'une hauteur de 5 m. Toute l'énergie potentielle sera transformée en énergie potentielle élastique. Il faut cependant considérer l'affaissement du coussin dans le calcul de l'énergie potentielle. Le point de référence est donc au point dans le coussin où toute l'énergie potentielle gravitationnelle est transformée en énergie potentielle élastique. L'équation suivante représente donc l'énergie potentielle du participant avant de tomber :

$$Vg = m * g * (h + \Delta r)$$

Où h représente la hauteur de 5m et Δr l'affaissement du coussin. En comparant à l'équation de l'énergie potentielle élastique, on peut isoler l'affaissement :

$$0 = \frac{k * \Delta r^2}{2 * m * g} - \Delta r - h$$

En résolvant cette quadratique, on trouve 2 valeurs possible pour la déflection du coussin, soit 1.35 et -1.06. Dans ce cas-ci, la réponse est la racine positive, soit 1.35m

6. Conclusion

Il a été possible de créer une course à obstacle de type Wipe-Out de manière qu'elle respecte toutes les contraintes de sécurité établie. De plus, il a été possible d'observer directement les influences de l'interpolation versus un lissage de donnée sur des allures de courbes à obtenir. Dans un cas où l'on veut passer par des points précis, il est mieux d'avoir une interpolation pour s'assurer de ne pas approximer, alors que lorsqu'on désire obtenir une courbe qui représente une allure de données à partir de points contenant du bruit, il est préférable d'opter pour une équation moins complexe en ordre qui approxime la courbe. De plus, l'analyse des systèmes selon l'énergie a permis de trouver des informations cruciales quant à la sécurité du coussin-trampoline ainsi que la trappe lors de la collision avec le ballon.