Samenvatting Onderzoekstechnieken

TIN 2 - HoGent

Lorenz Verschingel

13 april 2015

1 Het onderzoeksproces

1.1 De wetenschappelijke methode

Aan de hand van **empirisch onderzoek** zijn we geïnteresseerd in volgende zaken:

1. Exploratie
2. Beschrijving
3. Voorspelling
4. Controle

Het onderzoeksproces verloop normaal gezien als volgt:

1. Formuleren

   Wat is de onderzoeksvraag
2. Exacte informatie behoefte definiëren

   Welke specifieke vragen moeten we stellen
3. Uitvoeren onderzoek

   Enquêtes, simulaties...
4. Verwerken gegevens

   Statistische software
5. Analyseren gegevens

   Uitvoeren statistische methodes
6. Conclusie schijven

   Schrijven onderzoeksverslag

1.2 Basisconcepten in onderzoek

1.2.1 Variabelen en waarden

Een variabele is een eigenschap van een object waardoor we objecten van elkaar kunnen onderscheiden.

Een waarde is een specifieke eigenschap, een invullen voor een variabele.

1.2.2 Meetniveaus

De kwalitatieve schalen zijn:

1. Nominaal:	Categorieën	geslacht, ras, land...	
2. Ordinaal:	Volgorde	militaire rang, opleidingsniveau...	

De kwantitatieve schalen zijn:

1. Interval:	Meting:	nulpunt is onbelangrijk	graden Celsius
2. Ratio:	Meting:	t.o.v. absoluut nulpunt	meter, Joule, kilogram

1.2.3 Verbanden tussen variabelen

Er is een verband tussen variabelen als hun waarde systematisch veranderen.

Men is vooral op zoek naar oorzakelijke verbanden:

- Frustratie leidt tot aggressie
- Alcohol leidt tot minder oplettendheid

De oorzaak is hierbij de onafhankelijke variabele.

Het gevolg is de afhankelijke variabele.

Hierbij moet men wel opletten. Een verband tussen variabelen duidt niet noodzakelijk op een oorzakelijk verband.

2 Analyse van 1 variabele

2.1 Beschrijvende statistiek

2.1.1 Centrummaten

Het **gemiddelde** is de som van alle waarden gedeeld door het aantal waarden.

Om de **mediaan** te vinden, sorteert men de waarden en kiest men dan het middelste nummer. Bij een even aantal getallen neemt men het gemiddelde van de twee middelste.

De **modus** is het vaakst voorkomende getal in een reeks getallen. Als men niet onmiddellijk de modus kan aflezen kan men gebruik maken van ranges. Deze ranges zijn dan modale klassen.

2.1.2 Spreidingsmaten

Het **bereik** van een reeks getallen is de absolute waarde van het verschil tussen het grootste en het kleinste getal in de reeks: $|x_{min} - x_{max}|$

De **kwartielen** van een gesorteerde reeks getallen zijn de waarden die de lijst in vier gelijke delen verdeelt. Elk deel vormt dus een kwart van de dataset. Men spreekt van een eerste, tweede en derde kwartiel genoteerd als respectievelijk Q_1, Q_2, Q_3. Hierbij is Q_2 de mediaan.

De **variantie** is het gemiddelde gekwadrateerde verschil tussen de elementen van de dataset en zijn gemiddelde: $\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_i^n(\mu - x_i)^2$

De **standaardafwijking** is hde vierkantswortel van de variantie.

2.2 Eenvoudige grafieken

2.2.1 Cirkeldiagram

Voordelen:

- Met percentages rond 20% kan men makkelijk verduidelijken t.o.v. de volledige dataset.

Nadelen:

- Vergelijking op basis van de hoek.
- De figuur wordt onduidelijk als er veel categorieën zijn.

Men gebruik best zo weinig mogelijk een cirkeldiagram.

2.2.2 Staafdiagram

Voordelen:

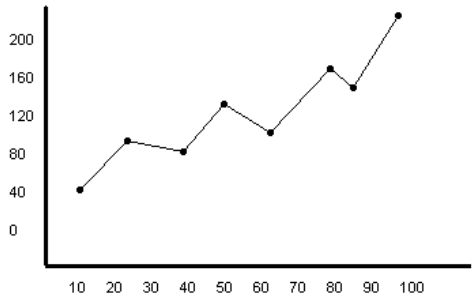
- Categorieën zijn makkelijk te vergelijken.
- Per categorie zijn meerdere staven mogelijk.

2.2.3 Boxplot

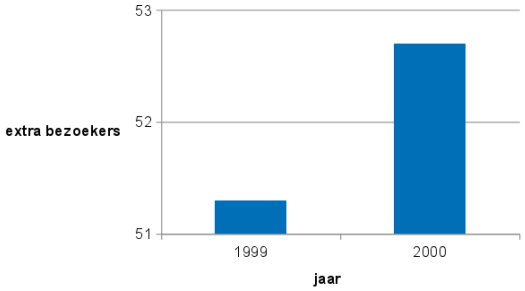
Voordelen:

- Snelle manier om data te inspecteren en verschillende datasets te vergelijken.

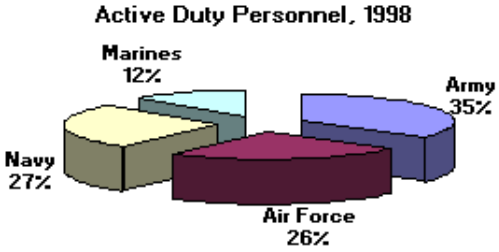
2.3 Interpretatie van grafieken



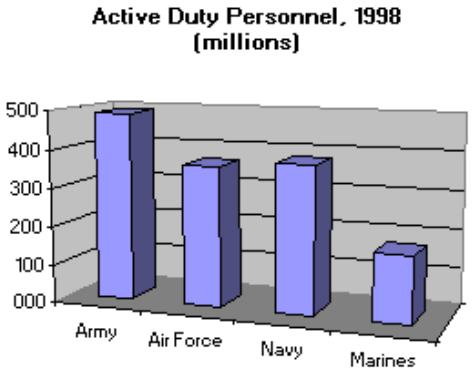
(a) Data-ambiguïteit



(b) Data distortion



(c) Data distraction 1



(d) Data distraction 2

Figuur 1: Valkuilen bij het interpreteren van grafieken

2.3.1 Data-ambiguïteit

Data-ambiguïteit betekent vergeten aan te duiden wat de data betekent. Zie figuur 1a.

Enkele tips om dit te voorkomen:

- Benoem de assen
- Geef een duidelijk titel
- Benoem de meeteenheid (en evt. de grootorde)
- Voeg een bijschrif toe met uitleg over de grafiek

2.3.2 Data distortion

Data distortion betekend dat men verkeerde conclusies kan trekken uit een grafische voorstelling. Zie figuur 1b: merk hierbij op dat de as niet op nul begint en er maar 3 waarden worden weergegeven.

2.3.3 Data distraction

Dit betekent dat de grafiek te veel toeters en bellen bevat. Men moet de *inkt to data ratio* beperken. De figuren 1c en 1d zijn hier voorbeelden van.

3 Analyse van 2 variabelen

3.1 Bivariatie analyse

3.2 Kruistabellen en Cramér's V

Een kruistabel wordt als volgt opgesteld:

1. Percenteer: Deel de cel door het kolomtotaal
2. Bepaal de schatter $e = \frac{kolomtotaal \times rijtotaal}{n}$ n: totaal aantal
3. Bepaal het verschil $cel - e$
4. Kwadrateren en normeren $(cel = \frac{verschil^2}{e})$

$\chi^2 = \sum \frac{(a-e)^2}{e}$

$V = \sqrt{\frac{\chi^2}{n \times (k-1)}}$ met: $n = totaal$ en $k = min(\#rijen, \#kolommen)$

Cramér's V is een maat die aanduidt hoe sterk de samenhang is tussen twee nominale variabelen. Dit getal ligt altijd tussen 0 en 1.

Waarde	Interpretatie
0	Geen samenhang
0.1	zwakke samenhang
0.25	redelijk sterke samenhang
0.5	sterke samenhang
0.75	zeer sterke samenhang
1	volledige samenhang

Tabel 1: Interpretatie van Cramér's V

3.3 Regressie

Bij regressie gaan we proberen een consistente en systematische koppeling tussen variabelen te vinden.

- **Niet-monotoon**: aanwezigheid (of afwezigheid) van de ene variabele gerelateerd aan de aanwezigheid (of afwezigheid) van een andere variabele.
- **Monotoon**: algemene richting van de samenhang tussen de twee variabelen kan aangeduid worden.

3.3.1 Lineaire regressie

Een lineair verband is een rechtlijnige samenhang tussen een onafhankelijke en afhankelijke variabele, waarbij kennis van de onafhankelijke variabele kennis over de afhankelijke variabele geeft.

Kleinste kwadranten methode

We proberen een rechte te vinden van de vorm $y = \beta_0 + \beta_1 x$

Hierbij geldt:

$\beta_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}$

$\beta_0 = \overline{y} - \beta_1 \overline{x}$

Kwadraten omdat kleine verschillen minder in rekening moeten gebracht worden dan grote verschillen.

Je kan altijd een kleinste kwadratenmethode uitvoeren ==¿ Dit is daarom wel niet altijd goed.

3.4 Correlatiecoëfficiënt en determinatiecoëfficiënt

De Pearson correlatiecoëfficiënt is een maat voor de sterkte van de lineaire samenhang tussen x en y.

De determinatiecoëfficiënt (R^2) verklaart het percentage van de variantie van de waargenomen waarden t.o.v. de regressierechte.

3.4.1 Covariantie

$cov(x, y) = \sum_i^n \frac{(x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{n}$

$R = \frac{cov(x,y}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{cov(x,y)}{\sqrt{\frac{(x-\overline{x})^2}{n} \times \frac{(y-\overline{y})^2}{n}}} = \frac{\sum(x-\overline{x})(y-\overline{y})}{\sqrt{(\sum(x-\overline{x})^2} \times \sqrt{(\sum(y-\overline{y})^2}}$

4 Steekproefonderzoek

4.1 Steekproefonderzoek

De verzameling van alle objecten of personen waar men in geïnteresseert is en onderzoek wil naar doen, heet de *populatie*.

Wanneer met een subgroep uit een populatie gaat onderzoeken, dan noemen we die groep een *steekproef*.

Om tot een steekproef te komen neemt men de volgende stappen:

1. Definitie van de populatie
2. Bepalen van het steekproefkader
3. Budget en tijd

Een *gestratificeerde steekproef* is proportioneel als het aandeel van de subpopulatie in de steekproef gelijk is aan het aandeel van de subpopulatie in de populatie als geheel.

1. **Aselecte steekproef**: elk element uit de onderzoekspopulatie heeft een even grote kans om in de steekproef te komen.
2. **Selecte steekproef**: of een element uit de steekproef terecht komt is afhankelijk van een persoonlijke beoordeling van een onderzoeker.

4.1.1 Fouten bij steekproeven

- **Toevallige steekproeffouten**: puur toeval
- **Systematische steekproeffouten**: een fout die een systematische oorzaak heeft.

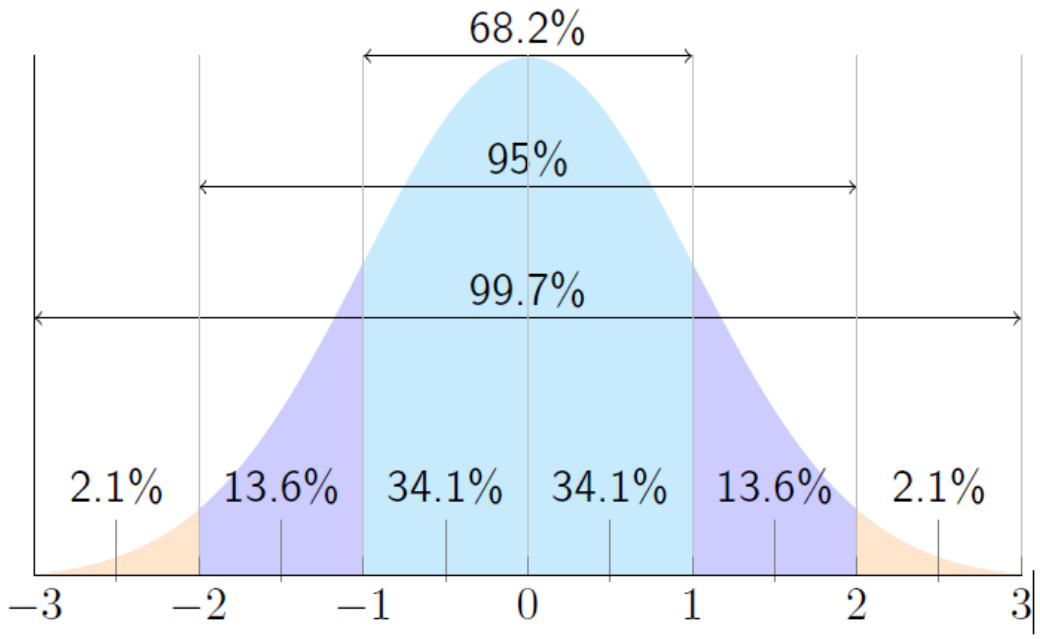
  bv. online enquëte sluit een deel van de populatie uit, nl. diegene zonder computer.
- **Toevallige niet-steekproeffouten**: Verkeerd aangekruiste antwoorden.
- **Systematische niet-steekproeffouten**: Respondenten met sterke band met onderwerp van onderzoek reageren positief terwijl anderen niet reageren.

4.1.2 Aanpassing formule standaarddeviatie

$$s^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 \tag{1}$$

$$s_n^2 = \frac{1}{(n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 \tag{2}$$

4.2 Kansverdeling van een steekproef



Figuur 2: Standaardnormale verdeling

De formule voor de standaardnormale verdeling, die te zien is op figuur 2, is:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}} \tag{3}$$

Men noteert dat SxS normaal verdeeld is met gemiddelde μ en standaardafwijking σ als: $X \approx Nor(\mu, \sigma)$.

Standaard verdeling: $Z \approx N(\mu = 0, \sigma = 1)$

1. $N(0, 1)$: hiervoor bestaan z-tabellen.
2. Symmetrieregel: $P(Z < -z) = p(Z > z)$
3. 100% kans: $P(Z < z) = 1 - P(Z > z)$

4.3 De centrale limietstelling

Als de steekproefomvang voldoende groot is, dan kan de kansverdeling van het steekproefgemiddelde benaderd worden met een normale verdeling. Dit geldt ongeacht de vorm van de kansverdeling van de individuele waarnemingen.

4.4 Van steekproef naar populatie

4.4.1 Puntschatter

Een puntschatter voor een populatieparameter is een regel of een formule die ons zegt hoe we uit de steekproef een getal moeten berekenen om de populatieparameter te schatten.

4.4.2 Betrouwbaarheidsinterval

Een betrouwbaarheidsinterval is een regel of een formule die ons zegt hoe we uit de steekproef een interval moeten berekenen dat de waarde van de parameter met een bepaalde hoge waarschijnlijkheid bevat.

De betrouwbaarheidscoëfficieënt is de kans dat een willegkeurig gekozen betrouwbaarheidsinterval de parameter bevat.

Het symbool voor betrouwbaarheidscoëfficiënt is α.

Voorbeeld: We willen betrouwbaarheidsinterval bepalen waar we 95% dat μ er in ligt.

$z = \frac{x-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$: Hierbij is μ onbekend.

We zoeken dus z waarvoor geldt dat:

$P(-z < \mu < +z) = 0.95$

$P(-Z < \mu) = 0.025$ -¿ $0.025 = \frac{\alpha}{2}$

$P(Z > \mu) = 0.025$

$P(-1.96 > \mu) = 0.025$

$P(-1.96 < \frac{\overline{x}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < 1.96)$

$P(\overline{x} - 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \overline{x} + 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

Betrouwbaarbeidsinterval: $[x - 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, x + 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}})]$

4.4.3 Betrouwbaarheidsinterval voor een kleine steekproef

In plaats van: $z = \frac{x-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

construeren we: $t = \frac{\overline{x}-\mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$

Om een betrouwbaarheidsinterval voor het gemiddelde te bepalen op basis van een klein steekproef bepalen we:

$\overline{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}}(\frac{s}{\sqrt{n}})$

waarbij $t_{\frac{\alpha}{2}}$ gebaseerd is op (n - 1) vrijheidsgraden. We veronderstellen wel dat we een aselecte steekproef genomen hebben uit een populatie die bij benadering normaal verdeeld is.

4.4.4 Betrouwbaarheidsinterval voor een fractie

$\overline{p} = \frac{aantalsuccessen}{n}$

- Verwachting van kansverdeling van $\overline{p} = p$
- De standaardafwijking van kansverdeling $\overline{p} = \sqrt{\frac{pq}{n}}$
- Voor grote steekproeven is $\overline{p}$ bij benadering normaal verdeeld.

Aangezien $\overline{p}$ een steekproefgemiddelde is van het aantal successen, stelt dit ons in staat een betrouwbaarheidsinterval te berekenen analoog als die voor de intervalschatting van μ voor grote steekproeven.

$$\overline{p} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\overline{pq}}{n}} \tag{4}$$

met $\overline{p} = \frac{x}{n}$ en $\overline{q} = 1 - \overline{p}$