点集拓扑学学习体会

由于听取了网上的主流建议,我在学习完高代和数分后开始学习点集 拓扑。由于大一上最后一段时间孙浩教授给我们讲了一些拓扑的知识,所 以我对拓扑有一定的了解,即研究几何结构最本质的性质亦不变量。但由 于课时原因,孙老师的拓扑讲到 Hausdorff 空间时就戛然而止,我们也仅仅 是了解了一些基础的定义和例子而已,并没有学习地足够深入。

于是为了给复变函数打下基础,我决定在大一下自学完数学分析后开始学习点集拓扑,听的课程是浙江理工大学庄晓波老师的基础拓扑学(注:庄晓波老师的 B 站名叫 ablois,乃 Abel 与 Galois 之并也)前面的部分由于有一定的基础所以听起来并不是很费力,庄老师讲课的特点是将的比较全面,例如拓扑基的定义,他一下给了四个等价定义,而孙老师在给我们讲时仅给出一种,当然这和课时也有原因。

学习完点集拓扑后我的最大感触就是几何直观和代数思维缺一不可。构造一些同胚时需要有足够的抽象想象力做一些类似提拉的操作,抽象的代数思维则可以构造出一些反直观的同胚。在点集拓扑上,最美妙的应该是粘连映射引出的莫比乌斯环和其衍生出来的 crosscup 和 handlecup。

事实上,点集拓扑所给出的结论和能解决的问题是非常有限的,像是著名的欧拉公式和毛球定理等都要在代数拓扑中才能证明,代数拓扑给我的感觉就是极致的抽象,并且对代数功底有极其高的要求。但是这也是拓扑的美妙之处,将群与几何结构联系在一起,并证明出美妙的定理。