Prelucrarea imaginilor în domeniul spaţial (cont.)

Filtre spaţiale de accentuare a contururilor

Operaţia de accentuare a contururilor se utilizează în scopul punerii în evidenţă a liniilor şi arcelor conţinute intr-o imagine. Deci prin accentuarea contururilor se pun în evidenţă detaliile dintr-o imagine.

Aspecte legate de contururi:

- Conturul reprezintă o schimbare a nivelelor de gri cu o anumită lungime şi o localizare precisă;
- Variaţia nivelului de gri de-a lungul conturului este mică, dar variaţia la traversarea conturului este semnificativă;
- Conturul are o direcţie care este măsurabilă (direcţia tangentei la contur).

Estomparea unei imagini se obţine în domeniul spaţial prin mediere, operaţie ce este similară integrării. Prin urmare, accentuarea contururilor prin tehnici spaţiale se obţine prin operatori de *derivare spaţială*.

Considerăm o funcţie continuă de o variabilă $f\left(x\right)$ şi analizăm derivatele de ordinul 1 şi 2 într-o zonă în care au loc variaţii bruşte ale funcţiei (fig. 1).

Se observă că prima derivată produce o îngustare a contururilor. A doua derivată are un răspuns mai puternic, producând de fapt un dublu răspuns la o variaţie în rampă a nivelelor de gri. A doua derivată localizează mai bine conturul. Dezavantajul este că amplifică zgomotul în raport cu prima derivată. În ultima fază din figură (ne referim la $f\left(x\right)-f''\left(x\right)$ care nu este reprezentată) se vede şi modalitatea în care se poate folosi derivata a doua în accentuarea muchiilor.

Considerăm o funcţie imagine $f\left(x,y\right)$ continuă

$\Rightarrow$ $f'(x,y)$ - corespunde gradientului funcţiei

$f''(x,y)$ - corespunde laplacianului funcţiei.

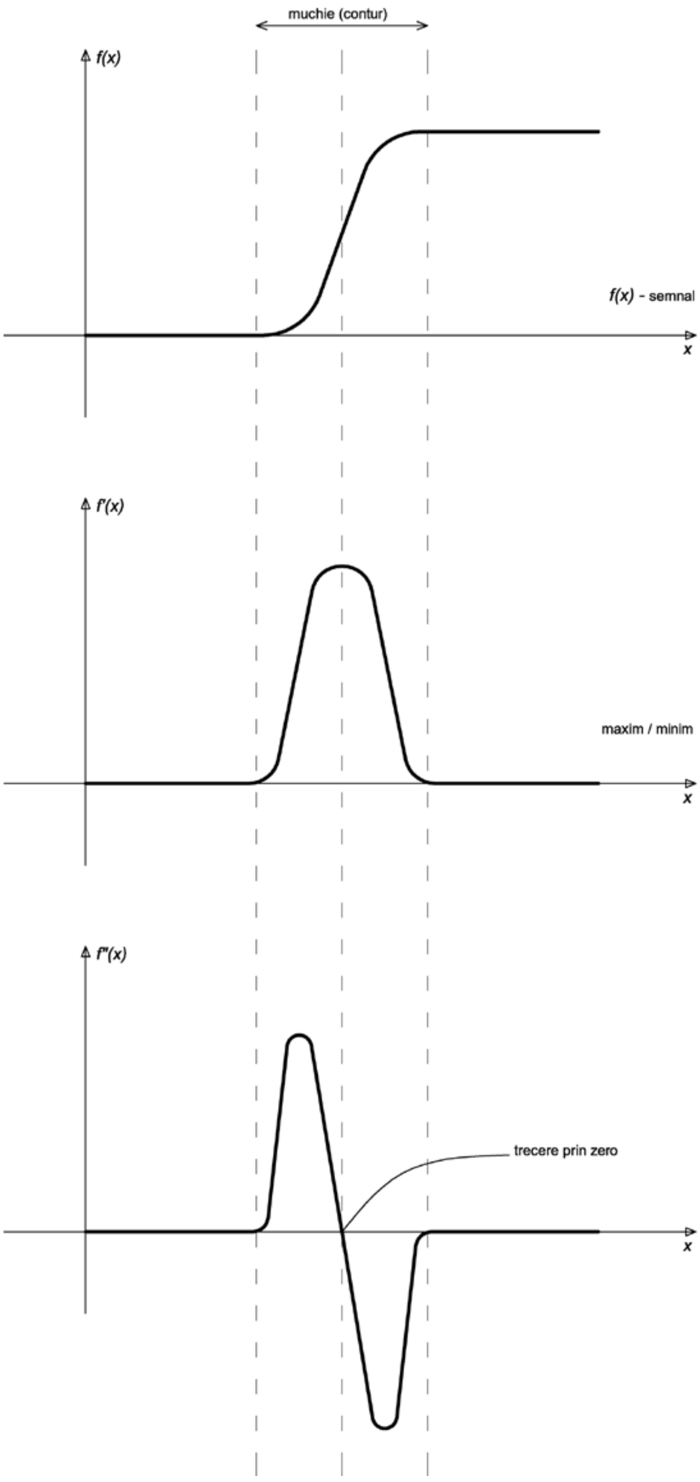


Fig. 1 Graficele functiior *f(x)* (sus), *f'(x)* (mijloc) si *f"(x)* (jos)

Gradientul imaginii

$$\nabla f(x,y) = \frac{\partial f(x,y)}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial f(x,y)}{\partial y}\vec{j} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \\ \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} \end{bmatrix} = G_x\,\vec{i} + G_y\,\vec{j}$$

Amplitudinea (mărimea gradientului) este:

$$|\nabla f| = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2} = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$$

Ceea ce interesează este direcția pentru care apare variația maximă a funcției. Facem trecerea la coordonate polare: $x = r\cos\Phi$, $y = r\sin\Phi$.

$$\frac{\partial f}{\partial r} = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r} = \frac{\partial f}{\partial x}\cos\Phi + \frac{\partial f}{\partial y}\sin\Phi$$

Impunem condiția de maxim după Φ .

$$\frac{\partial}{\partial \Phi}\left(\frac{\partial f}{\partial r}\right) = -\frac{\partial f}{\partial x}\sin\Phi + \frac{\partial f}{\partial y}\cos\Phi = 0$$

Deci, variaţia maximă este în direcţia:

$$\Phi(x,y) = arctg\left(\frac{\partial f/\partial y}{\partial f/\partial x}\right)$$

În aplicaţii, pentru a nu lucra cu radicali, se aproximează mărimea gradientului prin:

$$|\nabla f| = |G_x| + |G_y|$$

sau

$$|\nabla f| = \max\{|G_x|,\ |G_y|\}.$$

Aproximarea discretă a gradientului:

$$G_x = \frac{\partial f}{\partial x} \approx \frac{f(x+\Delta x, y) - f(x,y)}{\Delta x}$$
$$G_y = \frac{\partial f}{\partial y} \approx \frac{f(x, y+\Delta y) - f(x,y)}{\Delta y}$$

Deoarece $\Delta x = \Delta y = 1$, $\Rightarrow$

$$G_x = f(x+1, y) - f(x,y)$$
$$G_y = f(x, y+1) - f(x,y)$$

Aceste aproximări corespund convoluţiei funcţiei imagine cu măştile:

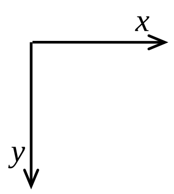
$$M_1 = \begin{bmatrix} \boxed{-1} & 1 \end{bmatrix} \qquad \text{şi} \qquad M_2 = \begin{bmatrix} \boxed{-1} \\ 1 \end{bmatrix}$$

Observaţii: a) poziţia pixelului curent corespunde primului element al măştii.
b) dacă dorim să avem şi în acest caz măşti de dimensiune impară, măştile de mai sus pot fi considerate în forma:

$$M_1 = \begin{bmatrix} 0 & \boxed{-1} & 1 \end{bmatrix} \qquad \text{şi} \qquad M_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \boxed{-1} \\ 1 \end{bmatrix}$$

Alte aproximări pentru amplitudinea gradientului:

O regiune din imaginea de prelucrat (funcţia $f(x,y)$) de dimensiune 3x3 o notăm:



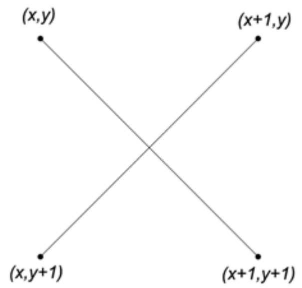
$$\begin{bmatrix} z_0 & z_1 & z_2 \\ z_3 & z_4 & z_5 \\ z_6 & z_7 & z_8 \end{bmatrix}$$

$$z_4 \leftrightarrow f(x,y)$$
$$z_0 \leftrightarrow f(x-1, y-1)$$
$$z_1 \leftrightarrow f(x, y-1)$$
$$z_2 \leftrightarrow f(x+1, y-1)$$
$$\vdots$$
$$z_8 \leftrightarrow f(x+1, y+1)$$

Aproximarea făcută anterior este:

$$G_x = (z_5 - z_4), \qquad G_y = (z_7 - z_4)$$

Aproximarea Roberts (gradientul cruce):



$$G_x = z_8 - z_4 = f(x+1, y+1) - f(x, y)$$
$$G_y = z_7 - z_5 = f(x, y+1) - f(x+1, y)$$

G_x se implementează prin masca:

$$P = \begin{bmatrix} \boxed{-1} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

respectiv G_y prin masca:

$$R = \begin{bmatrix} \boxed{0} & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Observaţie: poziţia pixelului curent corespunde primului element al măştii.
Cele două măşti implementează aproximarea gradientului:

$$|\nabla f| \approx |z_8 - z_4| + |z_7 - z_5|$$

Aproximarea Sobel

- utilizează măşti de dimensiunea 3×3:

$$G_x = (z_2 + 2z_5 + z_8) - (z_0 + 2z_3 + z_6) = f(x+1, y-1) + 2f(x+1, y) + f(x+1, y+1) - f(x-1, y-1) - 2f(x-1, y) - f(x-1, y+1)$$
$$G_y = (z_6 + 2z_7 + z_8) - (z_0 + 2z_1 + z_2)$$

Măştile corespunzătoare sunt:

$$G_x \rightarrow \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & \boxed{0} & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$G_y \rightarrow \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & \boxed{0} & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Ideea de a folosi ponderea 2 este de a obţine o anumită netezire prin mărirea importanţei centrului.

Fig. 2. Aplicarea aproximării Sobel a gradientului: imaginea originală (stânga), accentuarea muchiilor pe orizontală (mijloc), accentuarea muchiilor pe verticală (dreapta)

Obs: Suma coeficienţilor în măştile care implementează gradientul este 0, indicând faptul că acolo unde funcţia imagine este constantă rezultatul aplicării produsului de convoluţie cu masca respectivă este zero, similar unui operator de derivare.

Aproximarea Prewitt

$$G_x = (z_2 + z_5 + z_8) - (z_0 + z_3 + z_6)$$
$$G_y = (z_6 + z_7 + z_8) - (z_0 + z_1 + z_2)$$

Măştile corespunzătoare sunt:

$$G_x \rightarrow \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & \boxed{0} & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$G_y \rightarrow \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & \boxed{0} & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

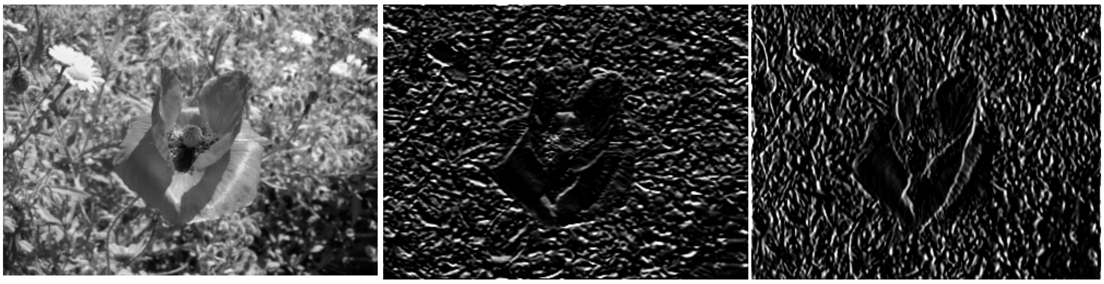


Fig. 3. Aplicarea aproximării Prewitt a gradientului: imaginea originală (stânga), accentuarea muchiilor pe orizontală (mijloc), accentuarea muchiilor pe verticală (dreapta)

Gradientul este folosit în special în accentuarea contururilor necesară pentru operaţiile din procesul de segmentare. Gradientul este folosit şi în verificările industriale la depistarea defectelor unor piese.

Obs. Filtrele de dimensiune 3×3 discutate anterior (Prewitt şi Sobel) detectează discontinuităţile pe verticală şi pe orizontală. Ele pot fi modificate astfel încât răspunsul să fie mai pronunţat de-a lungul direcţiilor diagonale.

Sobel:

$$S_{xy} = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \qquad S_{-xy} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Prewit:

$$P_{xy} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad P_{-xy} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Mărirea imaginilor (zooming)

Dintre modalităţile de zooming amintim:

a) dublarea imaginii;
b) interpolarea liniară.

a) Dublarea imaginii

În cazul dublării imaginii, fiecare linie şi fiecare coloană este dublată. Acest lucru este echivalent cu întreţeserea unei imagini de dimensiuni $M \times N$ cu linii şi coloane de zerouri, pentru a obţine o matrice de dimensiuni $2M \times 2N$ şi apoi convoluţia ei cu o matrice de forma:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & \boxed{1} \end{bmatrix}$$

Rezultă o imagine:

$$g(m,n) = f(k,l)$$

unde $k = \left[\frac{m}{2}\right]$, $l = \left[\frac{n}{2}\right]$, $m = \overline{0,2M-1}$, $n = \overline{0,2N-1}$,

cu $[x]$ reprezentând partea întreagă a valorii x.

Obs. Când se utilizează convoluţia cu matricea H, „pivotul" este $H(1,1)$ (primul element este $H(0,0)$).

b) Interpolarea liniară

Este o multiplicare a imaginii, la care pixelii care se intercalează sunt media aritmetică a pixelilor vecini din imaginea originală.

Interpolarea liniară se realizează în două etape:

- pe linii;
- pe coloane.

De exemplu, pentru a mări de 2×2 o imagine de $M \times N$, interpolarea liniară de-a lungul liniilor dă:

g_{int} - de dimensiune $M \times 2N$:

$$g_{\text{int}}(m,2n) = f(m,n) \qquad m = \overline{0,M-1}, \quad n = \overline{0,N-1}$$

$$g_{\text{int}}(m,2n+1) = \frac{1}{2}\left[f(m,n) + f(m,n+1)\right]$$

Pe coloane transformarea este:

g - de dimensiune $2M \times 2N$:

$$g(2m,n) = g_{\text{int}}(m,n) \qquad m = \overline{0,M-1}, \quad n = \overline{0,2N-1}$$

$$g(2m+1,n) = \frac{1}{2}\left[g_{\text{int}}(m,n) + g_{\text{int}}(m+1,n)\right]$$

Un rezultat similar se obţine prin convoluţia matricei $2M \times 2N$ (obţinută prin întreţeserea imaginii originale cu o matrice $M \times N$ de zerouri), cu matricea:

$$H = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Obs. În cazul produsului de convoluție poziția pixelului curent corespunde elementului $H(1,1)$ (primul element este $H(0,0)$).

Algoritmul folosit în acest caz este ilustrat astfel:

$$\begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{intretesere cu 0}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{interpolare linii}} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 & 3{,}5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{interpolare coloane}} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 & 3{,}5 \\ 2 & 3 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 0{,}5 \\ 1{,}5 & 1 & 0{,}5 & 0{,}25 \end{bmatrix}$$

Interpolarea de ordin superior e posibilă prin intercalarea fiecărei linii şi coloane cu *p* linii si *p* coloane de zerouri şi convoluţia de *p* ori cu matricea *H*.

Cerințe

Implementați următoarele operații:

1) Detecția contururilor imaginilor, utilizând filtrele Sobel și Prewitt. Se va calcula individual gradientul pe orizontală și verticală și apoi se vor compune cele două rezultate.
2) Funcția de zoom a imaginii, cu factorii de scalare 2x2 (caz în care imaginea rezultanta este de 4 ori mai mare), prin:
    a. dublarea imaginii
    b. interpolare liniară
3) Zoom al imaginii cu factori de scalare oarecare, folosind:
    a. interpolare *nearest neighbor*
    b. interpolare liniară