דף סיכום בחינה

מספר שאלה	ניקוד מירבי	ציון
1.1	10.00	10.00
1.2	10.00	10.00
2	10.00	10.00
3	15.00	15.00
4	15.00	15.00
6	25.00	0.00
7	15.00	15.00

ציון בחינה סופי : 75.00

הבחינה הבדוקה בעמודים הבאים

עבודת בית 5

...

שאלה 1

...

סעיף א

...

1. נאתחל 2 תורים ריקים (A, B).
2. נכניס את האיברים לפי סדרם במערך המתקבל אל התור A כמצביעים לקודקודים.
3. נעבור פעמיים על האלגוריתם הבא :
   (א) אם התור B ריק, נוציא איבר מהתור A.
   (ב) אם התור A ריק, נוציא איבר מהתור B.
   (ג) אחרת, נשווה בין התורים בעזרת פעולת $peek$ ונוציא את הערך הקטן מביניהם.
4. נגדיר קודקוד α שערכו יהווה סכום הערכים של שני הקודקודים שהוצאנו.
5. נגדיר את הבן השמאלי של הקודקוד α להיות הקודקוד הראשון שהוצאנו.
6. נגדיר את הבן הימני של הקודקוד α להיות הקודקוד השני שהוצאנו.
7. נכניס לתור B את הקודקוד α.
8. נחזור על שלבים $3, 4, 5, 6, 7$ כל עוד יש לפחות קודקוד אחד בכל תור.

(הקודקוד האחרון בשני התורים יהווה את שורש העץ).

...

+10
(1.1)

סעיף ב

יפה

...

1. אתחול 2 תורים ריקים דורש $\Theta(1)$.
2. נתון כי המערך המתקבל הוא מערך מונטוני לא יורד. כלומר, זהו מערך ממויין כך שהכנסת איברים לפי סדר תדרוש $\Theta(n)$.
3. הוצאת 2 קודקודים מהתור תדרוש $\Theta(1)$.

+10
(1.2)

יפה

4. בניית קודקוד חדש והגדרת מצביעים תדרוש $\Theta\left(1\right)$.

5. יש לפחות כ־ n איטראציות של הכנסת קודקודים לעץ, אז נקבל $\Theta\left(n\right)$.

מחישוב זמן הריצה של האלגוריתם מסעיף א, נקבל $\Theta\left(n\right)$.

...

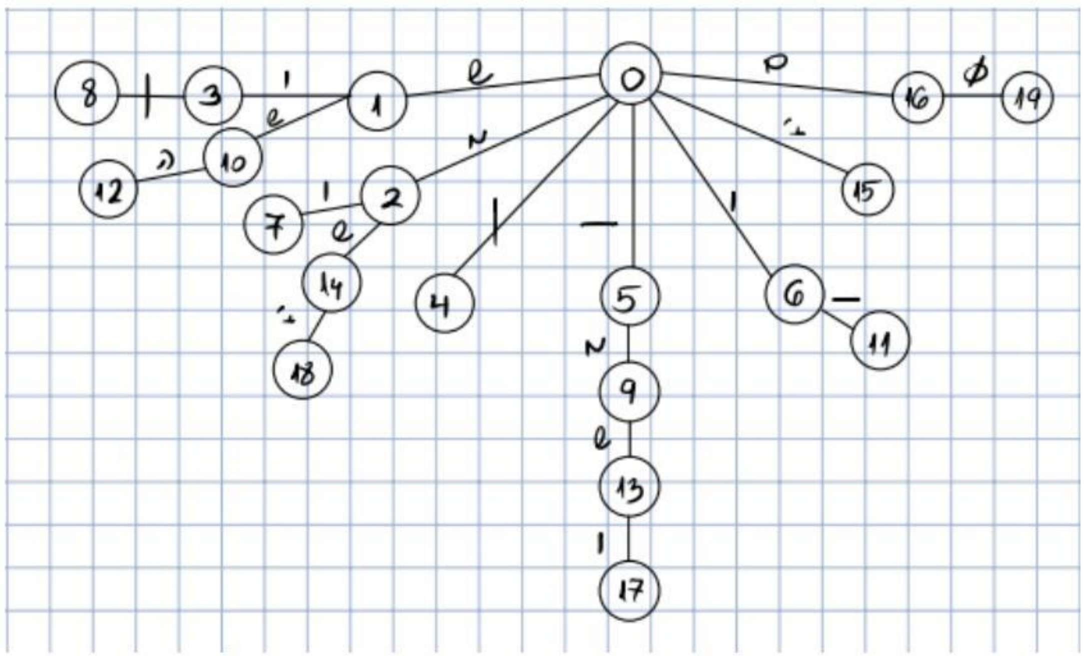
שאלה 2

...

+10

(2)

יפה



...

שמשון_ומושון_מששו_ששה_משמשעים_משומשים$\emptyset$

...

שאלה 3

...

נשתמש בטבלת גיבוב לפתרון השאלה.

...

כל תא בטבלה יכיל איבר במערך ומשתנה בוליאני המציין את הייחודיות שלו (כלומר, האם מופיע פעם אחת בלבד).
תוחלת זמן ריצה : $\Theta\left(n\right)$, סיבוכיות זיכרון : $\Theta\left(n\right)$ (אתחול טבלת גיבוב).

...

1. עבור כל ערך במערך, נחפש אותו בטבלה.

(א) במידה ומצאנו את הערך, נגדיר את המשתנה הבוליאני ל־ $false$.

+15

(3)

יפה

(ב) במידה ולא מצאנו את הערך, נכניס אותו בתא חדש בטבלת הגיבוב ($true$ במשתנה הבוליאני).

- תוחלת זמן ריצה : $\Theta(n)$ (הכנסה של n איברים).

2. נבנה ערימת מינימום במעבר על האיברים בטבלת הגיבוב (עבור אלו שהמשתנה הבוליאני שלהם הוא $true$).

- תוחלת זמן ריצה : $\Theta(n)$, סיבוכיות זיכרון : $\Theta(n)$ (במקרה הגרוע ביותר נקבל כ־ n איברים כאלו).

3. נבצע כ־ $\left\lfloor\frac{n}{log(n)}\right\rfloor$ פעולות $extractMin$, ונחזיר את האיברים לפי סדר יציאתם.

- פעולות $extractMin$ דורשת זמן ריצה של $\Theta(log(n))$, אך חוזרים על פעולה זו כ־ $\left\lfloor\frac{n}{log(n)}\right\rfloor$ פעמים כך שנקבל $\Theta(n)$.

...

שאלה 4

...

ראשית נבחין בכך שערך שמופיע במערך כ־ $\frac{n}{2}$ הוא בהכרח החציון במערך.

...

1. נקצה מערך חדש בגודל $log(n)$ ששומר את המספרים השונים (לכל תא במערך נשמור את הערך שלו ואת כמות הפעמים שהערך מופיע במערך).

- סיבוכיות זמן : $\Theta(n)$ (אתחול מערך).

+15

(4)

2. לכל $1 \leq k \leq log(n)$:

יפה

(א) נמצא את החציון העליון במערך בעזרת אלגוריתם $select$. החציון הוא איבר המופיע $\frac{n}{2^k}$ פעמים.

(ב) מכניסים את ערך החציון שמצאנו למערך L (הערך יחד עם התדירות $\frac{n}{2^k}$).

(ג) נבנה מערך חדש ללא ערך החציון שהכנסנו למערך L . כלומר, עבור כל k , גודל המערך החדש יהיה $\frac{n}{2^k}-1$.

- זמן הריצה של אלגוריתם $select$ הוא כגודל המערך עליו מתבצע האלגוריתם, ולכן זמן הריצה בסה"כ הוא $\sum_{k=0}^{log(n)}\left(\frac{n}{2^k}-1\right)=\Theta(1)$.

3. נמיין את המערך L לפי מיון $Merge-Sort$.

- זמן ריצה של המיון עבור מערך בגודל $log(n)$ הוא $\Theta(log(n)\cdot log(log(n)))$.

4. נבנה מערך חדש לפי מעבר על המערך L (לאחר המיון) והכנסת כל ערך לפי התדירות למערך החדש שיהווה פלט.

- בניית מערך חדש מגודל n והכנסת האיברים אליו תדרוש $\Theta(n)$.

...

זמן הריצה של האלגוריתם הוא כ־ $\Theta(n)$.

...

שאלה 5

...

סעיף א

...

אלגוריתם :

1. **נמצא את האיבר המקסימלי בקבוצה S ונסמנו M .**
2. **נבצע מיון $Bucket-Sort$ של איברי S בטווח $[0,2M]$.**
3. **נעבור על המערך ונבדוק האם קיימים 2 איברים שסכומם n .**

...

ניתוח זמן ריצה :

1. עוברים על כל איברי S על מנת למצוא את המקסימלי מביניהם : $\Theta(n)$
2. מיון דלי, נחלק למקרים :
   (א) $M \geq \frac{T}{2}$: נראה ש־ $M \leq T$. חילקנו את הקטע $[0,T]$ ל־ $\frac{n}{2}$ דליים זרים לכל הפחות. אז כמות האיברים בקלט מתפלגים בתורה אחידה בקטע אותו מכסים לפחות $\frac{n}{2}$ דליים. תוחלת כמות האיברים בכל דלי במקרה זה היא לכל היותר 2. בשאר הדליים המכסים את $[T,2M]$ יהיו 0 איברים בכל דלי בהכרח. זמן הריצה במקרה זה הוא $O(n)$.
   (ב) $M < \frac{T}{2}$: תוחלת זמן הריצה היא מכפלת ההסתברות שמאורע זה יקרה בזמן הריצה עצמו. נקבל ש־ $Pr\left(M < \frac{T}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^n$. נראה כי זמן הריצה של מיון דלי הוא $O(n^2)$, אז נקבל שתוחלת זמן הריצה במקרה זה הוא $O\left(\frac{n^2}{2^n}\right)$.

   - נחבר את שני המאורעות הזרים ונקבל שזמן הריצה הצפוי הוא $O(n) + O\left(\frac{n^2}{2^n}\right) = O(n)$.
3. מעבר על המערך הממויין וביצוע $2n$ בדיקות במקרה הגרוע ביותר : $O(n)$

...

זמן הריצה של האלגוריתם הוא כ־ $\Theta(n)$.

...

סעיף ב

...

אלגוריתם :

1. נעבור על הקבוצה S . כל איבר שקטן מ־ Z נכנס למערך הממויין בעזרת מיון $Counting-Sort$.
2. נעבור על המערך ונבדוק האם קיימים 2 איברים שסכומם n .

...

ניתוח זמן ריצה :

1. מעבר על כל קבוצת S : $O(n)$
2. מיון $Counting-Sort$: $O(n)$
3. מעבר על המערך הממויין וביצוע $2n$ פעולות : $O(n)$

0

(6)

...

זמן הריצה של האלגוריתם הוא כ־ $\Theta(n)$.

...

שאלה 7

...

תיאור האלגוריתם :

1. בניית גרף דו"צ G' על פי ההדרכה המתוארת.
2. טיול במסלול מ־ s^l בגרף G'. לכל קודקוד נחזיר את ה־ BFS שלו מ־ s^l .
3. לכל $v \in V$, נחזיר את המרחק של u^l מ־ s^l לפי הפלט בשלב מספר 2 .

...

נכונות האלגוריתם :

נתחיל לטייל במסלול מ־ s^l ולכן כל מסלול שמסתיים בקודקוד l , אורך המסלול ממנו אל s^l יהיה זוגי.
נסמנם : $p' = \left(s^l, u_1^r, u_1^l, ..., u_k^r, u_k^l\right)$.
נשים לב שמסלול זה תואם למסלול p בגרף G : $p = (s, u_1, ..., u_k)$,
לכן מציאת המסלול הקצר בגרף G' בין s^l לקודקוד u_k^l הוא המסלול הקצר ביותר בין s לקודקוד u_k בגרף G .

...

ניתוח זמן ריצה :

1. בניית G' כוללת מעבר על כל קבוצת הקודקודים והקשתות של G, לכן זמן הריצה הוא $O(|V|+|E|)$.
2. הרצת האלגוריתם BFS על הגרף G' דורשת $O(|V|+|E|)$.
3. החזרת כל ערכי המרחקים של $v^l \in V'$ הוא כמעבר על כל קודקודי $v \in V$, לכן הריצה הוא $O(|V|)$.

...

לסיכום, זמן הריצה של האלגוריתם הוא $O(|V|+|E|)$.

+15

(7)

יפה