<u>דף סיכום בחינה</u>

ציון	ניקוד מירבי	מספר שאלה
16.00	20.00	1
4.00	4.00	2.1
4.00	4.00	2.2
4.00	4.00	2.3
4.00	4.00	2.4
4.00	4.00	2.5
1.00	2.00	3.1
3.00	3.00	3.2
3.00	3.00	3.3
3.00	3.00	3.4
3.00	3.00	3.5
3.00	3.00	3.6
3.00	3.00	3.7
2.00	4.00	4.1
2.00	4.00	4.2
2.00	4.00	4.3
2.00	4.00	4.4
2.00	4.00	4.5
10.00	10.00	5.1
10.00	10.00	5.2

ציון בחינה סופי : 85.00

הבחינה הבדוקה בעמודים הבאים

מבני נתונים - תרגיל 1

צור שלום

ענבר בן חיים

שאלה 1 - היררכיית סדרי גודל

: שלב ראשון

הפונקציות	סדר גודל אסימפטוטי (מהקטן לגדול)
$f_{15}\left(n\right) = \frac{1}{3n^2}$	$\Theta\left(\frac{1}{n^2}\right)$
$f_6\left(n\right) = \frac{1}{\sqrt{n}}$	$\Theta\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$
$f_1(n) = 2022, f_8(n) = 2^{64}$	$\Theta(1)$
$f_2(n) = \log(n^8), f_{12}(n) = \log(n^{\frac{1}{2}})$	$\Theta\left(\log\left(n\right)\right)$
$f_{11}(n) = \log(2^n \cdot n^2), f_{14}(n) = \frac{2n}{7}$	$\Theta\left(n\right)$
$f_7(n) = 6^{\log_{\sqrt{6}}(n)}$	$\Theta\left(n^{2}\right)$
$f_4(n) = 3n^3 + 2\log(n) + 1$	$\Theta\left(n^{3}\right)$
$f_3\left(n\right) = 2^{\sqrt{n}}$	$\Theta\left(2^{\sqrt{n}}\right)$
$f_{13}\left(n\right) = 4^n$	$\Theta(4^n)$
$f_{10}\left(n\right) = n^n$	$\Theta\left(n^{n}\right)$
$f_5\left(n\right) = 4^{(2^n)}$	$\Theta\left(4^{(2^n)}\right)$
$f_9(n) = 2^{(4^n)}$	$\Theta\left(2^{(4^n)}\right)$

• •

 $0 \leq C_1 \cdot 1 \leq 2022 \leq C_2 \cdot 1$ המקיימים $n_0 > 0$ ו־ $C_1, C_2 > 0$ אם קיימים $f_1\left(n\right) = 2022 = \Theta\left(1\right)$ גאמר ש־ $n_0 > 0$ המקיימים לכל היימים $n_0 > 0$ המקיימים לכל היימים לכל המקיימים המקיימים לכל היימים המקיימים המקיימים לכל החיימים המקיימים המקיימים המקיימים החיימים החיימ

 $f_{1}\left(n
ight)=2022=\Theta\left(1
ight)$ מתקיים $n\geq1$ לכל לכל $n\geq1$ מתקיים אי־השיוויון לכל גור ור $C_{1}=C_{2}=2022$: נראה כי עבור

המקיימים $n_0>0$ ר־ $C_1,C_2>0$ אם קיימים $f_2\left(n\right)=\log\left(n^8\right)=\Theta\left(\log\left(n\right)\right)$ באמר ש־ .2

 $n \geq n_0$ לכל $0 \leq C_1 \cdot \log(n) \leq \log(n^8) \leq C_2 \cdot \log(n)$

$$0 \le C_1 \cdot \log(n) \le \log(n^8) \le C_2 \cdot \log(n)$$

$$0 \le C_1 \cdot \log(n) \le 8 \cdot \log(n) \le C_2 \cdot \log(n)$$

$$0 \le C_1 \le 8 \le C_2$$

 $f_{2}\left(n
ight)=\log\left(n^{8}
ight)=\Theta\left(\log\left(n
ight)
ight)$ לכן מתקיים אי־השיוויון אי־השיוויון לכל פרי געבור וור $C_{1}=C_{2}=8$: נראה כי עבור

5/17/2

 $0 \leq C_1 \cdot 2^{\sqrt{n}} \leq 2^{\sqrt{n}} \leq C_2 \cdot 2^{\sqrt{n}}$ המקיימים $n_0 > 0$ ו־ $C_1, C_2 > 0$ אם קיימים $f_3(n) = 2^{\sqrt{n}} = \Theta\left(2^{\sqrt{n}}\right)$ נאמר ש־ $n_0 \geq n_0$ לכל $n \geq n_0$

 $.(C_{1}=C_{2}=n_{0}=1)$ מתקיים הרפלקסיביות מתכונת בהכרח מתקיים ל $f_{3}\left(n\right)=2^{\sqrt{n}}=\Theta\left(2^{\sqrt{n}}\right)$

. . .

המקיימים $n_0>0$ ר
 ז $C_1,C_2>0$ אם קיימים $f_4\left(n\right)=3n^3+2\log\left(n\right)+1=\Theta\left(n^3\right)$ באמר ש
 .4

 $n \ge n_0$ לכל $0 \le C_1 \cdot n^3 \le 3n^3 + 2\log(n) + 1 \le C_2 \cdot n^3$

$$0 \le C_1 \cdot n^3 \le 3n^3 + 2\log(n) + 1 \le C_2 \cdot n^3$$

$$0 \le C_1 \le 3 + \frac{2\log(n)}{n^3} + \frac{1}{n^3} \le C_2$$

נראה כי עבור $n \geq 2$ לכן מתקיים אי־השיוויון הר $C_1 = 1, C_2 = 7$: נראה נראה כי עבור ר $C_1 = 1, C_2 = 7$

 $f_4(n) = 3n^3 + 2\log(n) + 1 = \Theta(n^3)$

 $0 \leq C_1 \cdot 4^{(2^n)} \leq 4^{(2^n)} \leq C_2 \cdot 4^{(2^n)}$ המקיימים $n_0 > 0$ ו־ $C_1, C_2 > 0$ אם קיימים $f_5\left(n\right) = 4^{(2^n)} = \Theta\left(4^{(2^n)}\right)$ גאמר ש־ $n_0 > 0$ ו־ $n_0 > 0$ ו־ $n_0 > 0$ המקיימים $n_0 > 0$ אם קיימים לכל $n_0 = 0$ אם קיימים המקיימים אם קיימים המקיימים המקיימי

 $f_{5}\left(n
ight)=0$ מתקיים בהכרח מתכונת הרפלקסיביות מתקיים בהכרח מתקיים $f_{5}\left(n
ight)=4^{(2^{n})}=\Theta\left(4^{(2^{n})}
ight)$

...

 $0 \leq C_1 \cdot rac{1}{\sqrt{n}} \leq rac{1}{\sqrt{n}} \leq C_2 \cdot rac{1}{\sqrt{n}}$ המקיימים $n_0 > 0$ ו־ $C_1, C_2 > 0$ אם קיימים $f_6\left(n
ight) = rac{1}{\sqrt{n}} = \Theta\left(rac{1}{\sqrt{n}}
ight)$ המקיימים $n_0 > n$ לכל

 $.(C_1=C_2=n_0=1)$ מתקיים בהכרח מתכונת בהכרח מתקיים להתקיים מתקיים הוא $f_6\left(n
ight)=rac{1}{\sqrt{n}}=\Theta\left(rac{1}{\sqrt{n}}
ight)$

. . .

 $0 \leq C_1 \cdot n^2 \leq 6^{\log_{\sqrt{6}}(n)} \leq C_2 \cdot n^2$ המקיימים $n_0 > 0$ דר $C_1, C_2 > 0$ אם קיימים $f_7(n) = 6^{\log_{\sqrt{6}}(n)} = \Theta\left(n^2\right)$ אם קיימים $n_0 > 0$ דר $C_1, C_2 > 0$ אם קיימים לכל $n_0 \geq n_0$

נשים לב:

$$f_7(n) = 6^{\log_{\sqrt{6}}(n)} =$$

$$n^{\log\sqrt{6}(6)} =$$

 n^2

 $.(C_1=C_2=n_0=1)$ מתקיים בהכרח מתכונת בהכרח מתקיים $f_7\left(n
ight)=6^{\log \sqrt{6}(n)}=n^2=\Theta\left(n^2
ight)$ כלומר,

. . .

 $n \geq n_0$ לכל $0 \leq C_1 \cdot 1 \leq 2^{64} \leq C_2 \cdot 1$ המקיימים $n_0 > 0$ ר־ וווע המקיימים $f_8\left(n\right) = 2^{64} = \Theta\left(1\right)$ אם קיימים $f_8\left(n\right) = 2^{64} = \Theta\left(1\right)$ גאמר ש $f_8\left(n
ight)=2^{64}=\Theta\left(1
ight)$ מתקיים $n\geq 1$ לכל $n\geq 1$ לכל מתקיים אי־השיוויון לכל $C_1=C_2=2^{64}$: נראה כי עבור

 $0 \leq C_1 \cdot 2^{(4^n)} \leq 2^{(4^n)} \leq C_2 \cdot 2^{(4^n)}$ המקיימים $n_0 > 0$ ר־ $C_1, C_2 > 0$ אם קיימים $f_9\left(n\right) = 2^{(4^n)} = \Theta\left(2^{(4^n)}\right)$ נאמר ש־ $f_9\left(n\right) = 2^{(4^n)} = 0$ $n \geq n_0$ לכל

 $.(C_1=C_2=n_0=1)$ מתקיים בהכרח מתכונת בהכרח מתכונת $f_9\left(n\right)=2^{(4^n)}=\Theta\left(2^{(4^n)}\right)$

 $0 \leq C_1 \cdot n^n \leq n^n \leq C_2 \cdot n^n$ המקיימים $n_0 > 0$ ו־ $C_1, C_2 > 0$ אם קיימים $f_{10}\left(n\right) = n^n = \Theta\left(n^n\right)$ נאמר ש־ .10 $n>n_0$ לכל

 $.(C_{1}=C_{2}=n_{0}=1)$ מתקיים בהכרח מתכונת בהכרח מתקיים לחנת מתקיים מתקיים מתקיים לחנת $f_{10}\left(n
ight) =n^{n}=\Theta \left(n^{n}
ight)$

המקיימים $n_0>0$ ר־ $C_1,C_2>0$ אם קיימים $f_{11}\left(n\right)=\log\left(2^n\cdot n^2\right)=\Theta\left(n\right)$ המקיימים .11

 $n > n_0$ לכל $0 < C_1 \cdot n < \log(2^n \cdot n^2) < C_2 \cdot n$

$$f_{11}\left(n\right) = \log\left(2^n \cdot n^2\right) =$$

$$f_{11}(n) = \log(2^n) + \log(n^2) =$$

$$f_{11}(n) = n \cdot \log(2) + 2 \cdot \log(n) =$$

$$f_{11}(n) = n + 2 \cdot \log(n)$$

 $n \geq n_0$ לכל $0 \leq C_1 \cdot n \leq n + 2 \cdot \log{(n)} \leq C_2 \cdot n$ המקיימים $n_0 > 0$ ד

 $0 < C_1 \cdot n < n + 2 \cdot \log(n) < C_2 \cdot n$

-2

(1) $0 \le C_1 \le 1 + \frac{2 \cdot \log(n)}{n} \le C_2$

1.2- חסר פירוט או פירוט

שגוי לגבי השלב הראשון

- המבוקש בעבודה

נראה שעבור $n \geq 2$ ו־ $n \geq 2$ וראה מתקיים אי־השיוויון לכל ב $n \geq 2$ וראה מתקיים מתקיים מתקיים לכן מתקיים $f_{11}(n) = \log(2^n \cdot n^2) = n + 2 \cdot \log(n) = \Theta(n)$

כלומר, אין פירוט למה

המקיימים $\log\left(n^{rac{1}{2}}
ight)=\Theta\left(\log\left(n
ight)$ באמר ש־ $\log\left(n^{rac{1}{2}}
ight)=\Theta\left(\log\left(n
ight)$ אם קיימים $C_1,C_2>0$ ר־ $C_1,C_2>0$ המקיימים $f_{12}\left(n
ight)=\log\left(n^{rac{1}{2}}
ight)$ נמצאות במקומן בטבלה

 $n \geq n_0$ לכל $0 \leq C_1 \cdot n \leq \log\left(n^{rac{1}{2}}
ight) \leq C_2 \cdot n$

/ חסרים קבועים בהוכחת

סדר הגודל / קיימים ניתוחים שאינם מנומקים

היטב או לא ברורים (ראו דגש ראשון).

$$f_{12}\left(n\right) = \log\left(n^{\frac{1}{2}}\right) =$$

$$f_{12}\left(n\right) = \frac{1}{2}\log\left(n\right)$$

 $n \geq n_0$ לכל $0 \leq C_1 \cdot \log{(n)} \leq rac{1}{2}\log{(n)} \leq C_2 \cdot \log{(n)}$ לכל המקיימים $n_0 > 0$ ר

$$0 \le C_1 \cdot \log(n) \le \frac{1}{2} \log(n) \le C_2 \cdot \log(n)$$

$$0 \le C_1 \le \frac{1}{2} \le C_2$$

נראה שעבור $n \geq 2$ לכן מתקיים אי־השיוויון לכל ו־ $n_0 = 2$ ו־ $C_1 = C_2 = \frac{1}{2}$ נראה מעבור נראה מתקיים ו־

 $f_{12}(n) = \log\left(n^{\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{2}\log(n) = \Theta(\log(n))$

 $0 \leq C_1 \cdot 4^n \leq 4^n \leq C_2 \cdot 4^n$ המקיימים $n_0 > 0$ ו־ $C_1, C_2 > 0$ אם קיימים $f_{13}\left(n\right) = 4^n = \Theta\left(4^n\right)$ נאמר ש־ .13

 $n > n_0$ לכל

 $\boldsymbol{.}(C_{1}=C_{2}=n_{0}=1)$ הרפלקסיביות מתכונת בהכרח מתקיים $f_{13}\left(n\right)=4^{n}=\Theta\left(4^{n}\right)$

. . .

לכל $0 \leq C_1 \cdot n \leq \frac{2n}{7} \leq C_2 \cdot n$ המקיימים $n_0 > 0$ ר־ ו $C_1, C_2 > 0$ אם קיימים $f_{14}\left(n\right) = \frac{2n}{7} = \Theta\left(n\right)$ נאמר ש־ $n \geq n_0$

 $.f_{14}\left(n
ight)=rac{2n}{7}=\Theta\left(n
ight)$ מתקיים לכל היים לכל מתקיים אי־השיוויון לכל היים ארבור ו' $C_{1}=C_{2}=rac{2}{7}$ בראה כי עבור ו' $C_{1}=C_{2}=rac{2}{7}$

. . . .

 $0\leq C_1\cdot rac{1}{n^2}\leq rac{1}{3n^2}\leq C_2\cdot rac{1}{n^2}$ המקיימים $n_0>0$ רר ר $C_1,C_2>0$ אם קיימים $f_{15}\left(n
ight)=rac{1}{3n^2}=\Theta\left(rac{1}{n^2}
ight)$ אם קיימים $n_0>0$ רכל $n_0>0$

 $f_{15}\left(n
ight)=rac{1}{3n^2}=\Theta\left(rac{1}{n^2}
ight)$ מתקיים אי־השיוויון לכל הארכי עבור מתקיים ה $n_0=1$ רב $C_1=C_2=rac{1}{3}$: נראה כי עבור

• • •

: שלב שני

 $.f_{k}\left(n\right)=\Theta\left(f_{i}\left(n\right)\right)$ גם שמתקיים נובע הסימטריות ומתכונת הל $.f_{i}\left(n\right)=\Theta\left(f_{k}\left(n\right)\right)$ נוכיח

 $f_1(n) = 2022, f_8(n) = 2^{64}$.1

 $f_{1}\left(n
ight)=\Theta\left(f_{8}\left(n
ight)
ight)$ ש" מכך ש" לכן מתכונת הטרנזיטיביות נובע מכך ד $f_{1}\left(n
ight)=\Theta\left(1
ight)$ הוכחנו

. . . .

 $f_2(n) = \log(n^8), f_{12}(n) = \log(n^{\frac{1}{2}})$.2

 $f_{2}\left(n
ight)=\Theta\left(f_{12}\left(n
ight)
ight)$ ש" מכך ש" $f_{12}\left(n
ight)=\Theta\left(\log\left(n
ight)
ight)$ הוכחנו ש" $f_{12}\left(n
ight)=\Theta\left(\log\left(n
ight)
ight)$ הוכחנו ש

...

 $f_{11}(n) = \log(2^n \cdot n^2), f_{14}(n) = \frac{2n}{7}$.3

 $.f_{11}\left(n
ight)=\Theta\left(f_{14}\left(n
ight)
ight)$ ש" מכך מכך הטרנזיטיביות לכן אלכן לכן $.f_{11}\left(n
ight)=\Theta\left(n
ight)$ ו־ $.f_{14}\left(n
ight)=\Theta\left(n
ight)$ הוכחנו ש

: שלב שלישי

 $n\geq n_0$ לכל $0\leq rac{1}{n^2}\leq C\cdot rac{1}{\sqrt{n}}$ נאמר שי $0\leq n_0\leq n_0$ אם קיימים 0>0 ו־0>0 ו־0>0 ר־0<0 לכל $n_0>0$ לכל 1.

 $rac{1}{n^2} = O\left(rac{1}{\sqrt{n}}
ight)$ לכל $n \geq 1$ לכל מתקיים אי־השיוויון מתקיים ורC = 1ור ורC = 1

....

 $n\geq n_0$ לכל $0\leq rac{1}{\sqrt{n}}\leq C\cdot 1$ שמתקיים $n_0>0$ ר־ 0>0 ר־ 0>0 לכל $rac{1}{\sqrt{n}}=O\left(1
ight)$ נאמר ש־ $0\leq \frac{1}{\sqrt{n}}=O\left(1
ight)$ אם קיימים אי־השיוויון לכל $n\geq 1$ לכל $n\geq 1$ ר־ n=1 ר־ ור־ n=1 ר־ אור שעבור n=1

. . .

 $n \ge n_0$ לכל $0 \le 1 \le C \cdot \log{(n)}$ באמר ש
ה $n_0 > 0$ ו־ $n_0 > 0$ ו־ $n_0 > 0$ אם קיימים $n_0 = 0$ לכל $n_0 \le 1$ בראה שעבור $n_0 = 0$ ו־ $n_0 = 0$ מתקיים אי־השיוויון לכל $n_0 \ge 1$ לכן $n_0 = 0$ ו־ $n_0 = 0$ וـ $n_0 = 0$

. . .

 $n \ge n_0$ לכל $0 \le n \le C \cdot n^2$ שמתקיים כך שמתקיים לכל C>0 אם קיימים $n=O\left(n^2\right)$ נאמר שי $n=O\left(n^2\right)$ ו־ $n=O\left(n^2\right)$ לכל היהשיוויון לכל לכל $n=O\left(n^2\right)$ לכל האה שעבור בראה אי־השיוויון לכל אי־השיוויון לכל האר שעבור בראה אי־השיוויון לכל האריה אי־השיוויון לכל האריב אי־השיוויון אי־השיווייון אי־השיוויון אי־השיוויון אי־השיווייון אי־השיוויון אי־השיווייון אי־השיוויון אי־הש

. .

 $n \ge n_0$ לכל $0 \le n^2 \le C \cdot n^3$ כך שמתקיים $n_0 > 0$ ו־ C > 0 אם קיימים $n^2 = O\left(n^3\right)$ נאמר ש־ $n^2 = O\left(n^3\right)$ ו־ $n \ge 1$ מתקיים אי־השיוויון לכל $n \ge 1$ לכל $n \ge 1$ ו־ $n \ge 1$ ו־ $n \ge 1$ מתקיים אי־השיוויון לכל ה

. . .

 $n \ge n_0$ לכל $0 \le n^3 \le C \cdot 2^{\sqrt{n}}$ שמתקיים $n_0 > 0$ רד 0 > 0 רד $0 < n^3 = O\left(2^{\sqrt{n}}\right)$ נאמר שד $n_0 = 0$ נציב $n_0 = 0$ ונפתור עבור $n_0 = 0$

-2

 $0 \le 4^3 \le C \cdot 2^{\sqrt{4}}$

(1)

 $0 \le \left(2^2\right)^3 \le C \cdot 2^2$

חסר פירוט או -1.7 פירוט שגוי לגבי

 $0 < (2^2)^2 < C$

- השלב השלישי

0 < 16 < C

עבור חלק מהשורות לא ניתן

הסבר מספק או לא

פורט כלל (ראו דגש

שלישי) / חלק *-*

 $n^3=O\left(2^{\sqrt{n}}
ight)$ לכן $n\geq 10$ לכל מתקיים אי־השיוויון מתקיים $n_0=4$ ו־ C=16 נראה שעבור

מהניתוחים שגויים.

 $n \ge n_0$ לכל $0 \le 2^{\sqrt{n}} \le C \cdot 4^n$ באמר שר $n_0 > 0$ ו־ 0 > 0 ו־ 0 > 0 אם קיימים $2^{\sqrt{n}} = O\left(4^n\right)$ נאמר שר $0 \le 2^{\sqrt{n}} = O\left(4^n\right)$ ו־ $0 \le 2^{\sqrt{n}} = O\left(4^n\right)$ לכל $0 \le 2^{\sqrt{n}} = O\left(4^n\right)$ לכל $0 \le 2^{\sqrt{n}} = O\left(4^n\right)$ בראה שעבור $0 \le 1$ ו־ $0 \le 1$ מתקיים אי־השיוויון לכל $0 \le 1$ לכל $0 \le 1$

. . .

 $n \ge n_0$ לכל $0 \le 4^n \le C \cdot n^n$ כך שמתקיים $n_0 > 0$ ו־ C > 0 אם קיימים $4^n = O\left(n^n\right)$ נאמר ש־ $A^n = O\left(n^n\right)$ לכל $n \ge 4$ אם קיימים אי־השיוויון לכל $n \ge 4$ לכן $n \ge 4$ ו־ $n \ge 4$ מתקיים אי־השיוויון לכל א

. . .

 $n \ge n_0$ לכל $0 \le n^n \le C \cdot 4^{(2^n)}$ שמתקיים $n_0 > 0$ ו־ 0 > 0 אם קיימים $n^n = O\left(4^{(2^n)}\right)$ נאמר ש־ $n_0 = 0$ ונפתור עבור $n_0 = 1$ נציב $n_0 = 1$

$$0 \le 1^1 \le C \cdot 4^{\left(2^1\right)}$$

$$0 \le 1 \le C \cdot 16$$

 $n^n=O\left(4^{(2^n)}
ight)$ לכל $n\geq 1$ לכל מתקיים אי־השיוויון מתקיים ורC=1ו בראה עבור נראה מתקיים ור

. . .

 $n \geq n_0$ לכל $0 \leq 4^{(2^n)} \leq C \cdot 2^{(4^n)}$ באמתקיים $n_0 > 0$ רד C > 0 אם קיימים לכל $4^{(2^n)} = O\left(2^{(4^n)}\right)$ נאמר ש

:C נציב ונפתור עבור $n_0=1$

$$0 \le 4^{\binom{2^1}{2}} \le C \cdot 2^{\binom{4^1}{2}}$$

$$0 < 16 < C \cdot 16$$

 $A^{(2^n)} = O\left(2^{(4^n)}
ight)$ לכן $n \geq 1$ לכל מתקיים אי־השיוויון מתקיים $n_0 = 1$ ו־C = 1 בראה שעבור

. . .

שאלה 2 - תכונות של חסמים אסימפטוטיים

 $f\left(n
ight)=\Theta\left(h\left(n
ight)
ight)$, נוכיח שמתקיים לוכיח $f\left(n
ight)=\Theta\left(g\left(n
ight)
ight)$ ו־ לו היי, $g\left(n
ight)=\Theta\left(h\left(n
ight)
ight)$

 $n\geq n_{0}$ לכל $0\leq C_{1}\cdot g\left(n
ight)\leq f\left(n
ight)\leq C_{2}\cdot g\left(n
ight)$ המקיימים $n_{0}>0$ ו־ $C_{1},C_{2}>0$ לכל , $f\left(n
ight)=\Theta\left(g\left(n
ight)
ight)$

 $n\geq n_0$ לכל $0\leq K_1\cdot h\left(n
ight)\leq g\left(n
ight)\leq K_2\cdot h\left(n
ight)$ המקיימים $n_0>0$ די $K_1,K_2>0$ לכל קיימים $G\left(n
ight)=\Theta\left(h\left(n
ight)$

+4

 $g\left(n
ight) \leq rac{f\left(n
ight)}{C_{1}}$ את נקבל $C_{1}\cdot g\left(n
ight) \leq f\left(n
ight)$ עבור

(2.1) $.C_1 \cdot K_1 \cdot h\left(n\right) \leq f\left(n\right)$ כך שעבור $.K_1 \cdot h\left(n\right) \leq \frac{f(n)}{C_1}$ נקבל $.K_1 \cdot h\left(n\right) \leq g\left(n\right)$ די $.\frac{f(n)}{C_1} \leq g\left(n\right)$ נקבל את $.\frac{f(n)}{C_1} \leq g\left(n\right)$ נקבל את $.\frac{f(n)}{C_1} \leq g\left(n\right)$ נקבל את $.\frac{f(n)}{C_1} \leq g\left(n\right)$

 $0\leq C_1\cdot f\left(n
ight)\leq f\left(n
ight)\leq C_2\cdot f\left(n
ight)$ המקיימים $n_0>0$ ר־ $C_1,C_2>0$ אם קיימים $f\left(n
ight)=\Theta\left(f\left(n
ight)
ight)$. a . a לכל $n>n_0$

 $f\left(n
ight)=\Theta\left(f\left(n
ight)
ight)$ לכן מתקיים. לאי־שיוויון האי־שיוויון ה $n_{0}=C_{1}=C_{2}=1$ נראה כי עבור

. .

 $n\geq n_0$ לכל $0\leq c\cdot f$ (n) באמר ש־ $0\leq c\cdot f$ (n) אם קיימים 0>0 ר־ 0>0 ר־ 0>0 אם קיימים $0\leq c\cdot f$ אם לכל $0\leq c\cdot f$ אם קיימים $0\leq c\cdot f$

6

+4

(2.2)

יפה

```
+4
```

```
n \geq n_0 לכל 0 \leq f\left(n
ight) \leq c \cdot f\left(n
ight) המקיימים n_0 > 0 ר־ n_0 > 0 אם לכל n_0 = 0 לכל n_0 = 0 גאמר ש־ n_0 < 0 אם לכל n_0 = 0 אם לכל n_0 < 0
                                                                                                                    f\left(n
ight)=O\left(f\left(n
ight)
ight) לכן מתקיים. לאי־שיוויון האי־שיוויון הn_{0}=c=1
                                                                                                       g\left(n
ight)=\Theta\left(f\left(n
ight)
ight) ממתקיים f\left(n
ight)=\Theta\left(g\left(n
ight)
ight) נוכיח שמתקיים : \leftarrow .
n\geq n_0 לכל 0\leq C_1\cdot g\left(n
ight)\leq f\left(n
ight)\leq C_2\cdot g\left(n
ight) המקיימים n_0>0 ר ר C_1,C_2>0 לכל f\left(n
ight)=\Theta\left(g\left(n
ight)\right)
                                                                                                                                                                                        g\left(n
ight) \leq rac{f\left(n
ight)}{C_{1}} עבור C_{1}\cdot g\left(n
ight) \leq f\left(n
ight) נראה ע
                                                                             g\left(n
ight)\geqrac{f(n)}{C_{2}} נראה ש־ f\left(n
ight)\leq C_{2}\cdot g\left(n
ight) עבור g\left(n
ight)=\Theta\left(f\left(n
ight)
ight), כלומר, כלומר, g\left(n
ight)=\Theta\left(f\left(n
ight)
ight) משילוב אי־שיוויונות אלו נקבל rac{f(n)}{C_{1}}\leq g\left(n
ight)\leqrac{f(n)}{C_{1}}
                                                                                                               f\left(n
ight)=\Theta\left(g\left(n
ight)
ight) ממתקיים g\left(n
ight)=\Theta\left(f\left(n
ight)
ight) נניח שמתקיים : 
ightarrow
n \geq n_0 לכל 0 \leq C_1 \cdot f\left(n
ight) \leq g\left(n
ight) \leq C_2 \cdot f\left(n
ight) המקיימים n_0 > 0 ר־ ור1 ר- 1 לכל קיימים קיימים המקיימים אזי קיימים פון המקיימים המקיימים ור1 המקיימים פון המקיימים ור1 לכל פון המקיימים ור1 לר1 לכל פון המקיימים ור1 לכל פון המקימים ור1 לכל פון המקיימים ור1 לכל פון המקימים ור
                                                                             f\left(n
ight)\leq rac{g(n)}{C_1} נראה ש־ C_1\cdot f\left(n
ight)\leq g\left(n
ight) עבור f\left(n
ight)\geq rac{g(n)}{C_2} נראה ש־ g\left(n
ight)\leq C_2\cdot f\left(n
ight) עבור f\left(n
ight)=\Theta\left(g\left(n
ight)\right) נראה שg\left(n
ight)\leq C_2\cdot f\left(n
ight) משילוב אי־שיוויונות אלו נקבל g\left(n
ight)\leq f\left(n
ight)
                                                                                                      g\left(n
ight)=\Omega\left(f\left(n
ight)
ight) ממתקיים f\left(n
ight)=O\left(g\left(n
ight)
ight) בניח שמתקיים : \leftarrow .ד.
                                                         n \geq n_0 לכל 0 \leq f(n) \leq c \cdot g(n) המקיימים n_0 > 0 ו־ 0 < c < 0 לכל f(n) = O(g(n))
    +4
                                                g\left(n
ight)=\Omega\left(f\left(n
ight)
ight) לכן g\left(n
ight)\geqrac{f\left(n
ight)}{c}\geq0 כלומר, כלומר, g\left(n
ight)\geqrac{f\left(n
ight)}{c} נראה ש־ f\left(n
ight)\leq c\cdot g\left(n
ight)
  (2.4)
                                                                                                               f\left(n
ight)=O\left(g\left(n
ight)
ight) שמתקיים g\left(n
ight)=\Omega\left(f\left(n
ight)
ight) נניח שמתקיים : 
ightarrow
                                                          n \geq n_0 לכל 0 \leq c \cdot f(n) \leq g(n) המקיימים n_0 > 0 ו־ 0 < c > 0 לכל g(n) = \Omega(f(n))
  יפה
                                               f\left(n
ight)=O\left(g\left(n
ight)
ight) לכן 0\leq f\left(n
ight)\leq rac{g(n)}{c} כלומר, כלומר, f\left(n
ight)\leq rac{g(n)}{c} נראה ש־c\cdot f\left(n
ight)\leq g\left(n
ight)
                                                                                 המקיימים n_{0}>0 ו־ C_{1},C_{2}>0 הימים קיימים p_{1}\left( p_{2}\left( n
ight) 
ight) =\Theta \left( g\left( n
ight) 
ight) המקיימים ה. נניח שמתקיים
                                                                                                                                                                    n \geq n_0 לכל 0 \leq C_1 \cdot g(n) \leq p_1(p_2(n)) \leq C_2 \cdot g(n)
                                                                                            n^{n_1 \cdot n_2} נראה שעבור הפולינום p_1\left(p_2\left(n\right)\right) הביטוי בעל החזקה הגבוהה ביותר נראה
                                                                                                      p_{1}\left(p_{2}\left(n
ight)
ight)=\Theta\left(g\left(n
ight)
ight) מתקיים q\left(n
ight)=n^{n_{1}\cdot n_{2}} מחיובית הפונקציה החיובית
                        +4
                     (2.5)
                                                                                                            שאלה 3 - פתרון נוסחאות נסיגה
                      יפה
```

: א. נפתור בשיטת האיטראציה

$$T(n) = T(\sqrt{n}) + 1 =$$

$$T(n^{\frac{1}{2}}) + 1 =$$

$$(T(n^{\frac{1}{4}}) + 1) + 1 =$$

$$\left(T\left(n^{\frac{1}{8}}\right)+1\right)+2=$$
 ...

-3.1.8 חסר ביטוי מפורש לקבועים/ ביטוי שגוי/ אין חיתוך בין הקבועים בצעד האינדוקציה לקבועים בבסיס האינדוקציה.

$$T\left(n^{\frac{1}{2^i}}\right) + i$$

הנסיגה של נוסחת הנסיגה לאחר אנו מגיעים לתנאי i איטראציות אנו מגיעים לתנאי

 $T\left(2
ight) =k$ את הערך נסיגה זו היא את הערך של (תנאי העצירה באופן הבא באופן הבא השוואה הערך). על מנת למצוא את הערך אופן הבא באופן הבא

$$2 = n^{\frac{1}{2^i}}$$

$$\log_n(2) = \frac{1}{2^i}$$

$$2^i = \frac{1}{\log_n(2)}$$

$$\log\left(\frac{1}{\log_n(2)}\right) = i$$

$$\log\left(\frac{1}{\frac{\log(2)}{\log(n)}}\right) = i$$

$$\log\left(\log\left(n\right)\right) = i$$

: ו בציב בנוסחת הנסיגה את הערך

$$T(n) = T\left(n^{\frac{1}{2^{i}}}\right) + i =$$

$$T\left(n^{\frac{1}{2^{\log(\log(n))}}}\right) + \log(\log(n)) =$$

$$T(2) + \log(\log(n)) =$$

$$k + \log(\log(n)) =$$

$$\Theta(1) + \Theta(\log(\log(n)))$$

: ונוכיח אינדוקציה אינדוקציה ונוכיח את ונוכיח ונוכיח אינדוקציה אינדוקציה אינדוקציה אלנן הניחוש שלנו אינדוקציה וו

(n=4): בסיס האינדוקציה

: שמתקיים שמתקיים אם קיימים אם $T\left(4\right)=\Theta\left(\log\left(\log\left(4\right)\right)\right)$ נאמר ש

 $.0 \le C_1 \cdot \log(\log(4)) \le T(4) \le C_2 \cdot \log(\log(4))$

$$0 \leq C_1 \cdot \log \left(\log \left(4\right)\right) \leq T\left(4\right) \leq C_2 \cdot \log \left(\log \left(4\right)\right)$$

$$0 \leq C_1 \cdot \log \left(2\right) \leq T\left(\sqrt{4}\right) + 1 \leq C_2 \cdot \log \left(2\right)$$

$$0 \leq C_1 \leq k + 1 \leq C_2$$

$$.T\left(4\right) = \log \left(\log \left(4\right)\right) \text{ (deg } \left(4\right)\right) \text{ (for } C_1 = C_2 = k + 1 \text{ (deg } C_2$$

ב. נפתור בשיטת המאסטר (לפי כלל 2):

$$T\left(n\right) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + n$$

+3

$$a = 2, b = 2, f(n) = n$$

(3.2)

יפה

נשים לב שמתקיים:

$$f(n) = \Theta\left(n^{\log_b(a)}\right)$$

$$n = \Theta\left(n^{\log_2(2)}\right)$$

$$n = \Theta(n)$$

: שיטת של שיטת לפי לפי לפי אזי לפי אזי אסימפטוטיים, אסימפטות של הרפלקסיביות לפי תכונת מתקיים לפי חסמים אסימפטוטיים, אזי לפי הכלל השני של הרפלקסיביות המאסטר הרפלקסיביות של הרפלקסיביות הרפל

$$T(n) = \Theta\left(n^{\log_b(a)} \cdot \log(n)\right)$$

$$T\left(n\right) = \Theta\left(n^{\log_2(2)} \cdot \log\left(n\right)\right)$$

$$T\left(n\right) = \Theta\left(n \cdot \log\left(n\right)\right)$$

. . .

ג. נפתור בשיטת המאסטר (לפי כלל 3):

$$T(n) = 4T\left(\frac{n}{2}\right) + n^3 \cdot \log(n)$$

$$a = 4, b = 2, f(n) = n^3 \cdot \log(n)$$

: נשים לב שמתקיים

$$f(n) = \Omega\left(n^{\log_b(a) + \epsilon}\right)$$

$$n^3 \cdot \log(n) = \Omega\left(n^{\log_2(4) + \epsilon}\right)$$

$$n^3 \cdot \log(n) = \Omega(n^{2+\epsilon})$$

$$.n^{3}\cdot\log\left(n\right)=\varOmega\left(n^{2+\epsilon}\right)$$
: מתקיים $\epsilon\leq1$ הערכים הערבור נראה עבור נראה הערכים ה

: נשים לב גם כן

$$a \cdot f\left(\frac{n}{b}\right) < c \cdot f\left(n\right)$$

$$4 \cdot \left(\left(\frac{n}{2}\right)^{3} \cdot \log\left(\frac{n}{2}\right)\right) < c \cdot n^{3} \cdot \log\left(n\right)$$

$$4 \cdot \left(\left(\frac{n^{3}}{2^{3}}\right) \cdot \log\left(\frac{n}{2}\right)\right) < c \cdot n^{3} \cdot \log\left(n\right)$$

$$\left(\frac{n^{3}}{2}\right) \cdot \log\left(\frac{n}{2}\right) < c \cdot n^{3} \cdot \log\left(n\right)$$

$$\left(\frac{n^{3}}{2}\right) \cdot \left(\log\left(n\right) - \log\left(2\right)\right) < c \cdot n^{3} \cdot \log\left(n\right)$$

$$\left(\frac{n^{3}}{2}\right) \cdot \left(\log\left(n\right) - 1\right) < c \cdot n^{3} \cdot \log\left(n\right)$$

$$\frac{n^{3}}{2} \cdot \log\left(n\right) - \frac{n^{3}}{2} < c \cdot n^{3} \cdot \log\left(n\right)$$

$$\frac{n^{3}}{2} \cdot \log\left(n\right) - \frac{n^{3}}{2} < c \cdot n^{3} \cdot \log\left(n\right)$$
(3.3)

: אי־שיטת שיטת של השלישי הכלל לפי לכן למקיים, מתקיים האי־שיוויון האי־שיטת ברא ברא הערך בראר מעכור הערך בראר מתקיים. בראר מתקיים המאסטר

$$T\left(n\right) =\Theta \left(f\left(n\right) \right)$$

$$T(n) = \Theta(n^3 \cdot \log(n))$$

...

: (2 לפי כלל בשיטת המאסטר (לפי כלל

$$T(n) = T\left(\frac{2}{5}n\right) + 1$$

(3.4)

$$a=1,b=5,f\left(n\right) =1$$
יפה

: נשים לב שמתקיים

$$f(n) = \Theta\left(n^{\log_b(a)}\right)$$

$$1 = \Theta\left(n^{\log_5(1)}\right)$$

$$1 = \Theta(n^0)$$

$$1 = \Theta(1)$$

: שיטת המאסטר של השני לפי לפי לפי אזי לפי אסימפטוטיים, אסימפטות של הרפלקסיביות הרפלקסיביות ווער אזי לפי $1=\Theta\left(1\right)$

$$T(n) = \Theta\left(n^{\log_b(a)} \cdot \log(n)\right)$$

$$T(n) = \Theta\left(n^{\log_5(1)} \cdot \log(n)\right)$$

$$T(n) = \Theta\left(1 \cdot \log(n)\right)$$

$$T(n) = \Theta\left(\log(n)\right)$$

...

: נפתור בשיטת עץ הרקורסיה

$$0 < c < 1, T(n) = T(cn) + T((1-c)n) + 1$$

העבודה הנלווית עבור קריאה אחת היא 1, לכן נרצה למצוא את כמות הקריאות. כלומר, נרצה למצוא את כמות הצמתים בעץ הרקורסיבי (שורש, צמתים פנימים ועלים):

נעריך את סכום הצמתים באמצעות חסם עליון וחסם תחתון.

.c>1-c נניח ש־

אזי מספר רמות העץ המלא של קריאות רקורסיביות ל־ $T\left(\left(1-c\right)n\right)$ בלבד הוא כ־ העץ המלא של קריאות העץ המלא בעל הגובה הקצר ביותר).

: נראה שמספר הצמתים בעץ זה הוא

$$\sum_{i=0}^{\log_{\frac{1}{(1-c)}}(n)} 2^i$$

: אוא הנדסית הבמתים לפי נוסחת סדרה הנדסית הוא

$$\frac{a_1 \cdot \left(q^L - 1\right)}{q - 1} =$$

$$\frac{1 \cdot \left(2^{\log \frac{1}{(1 - c)}(n)} - 1\right)}{2 - 1} =$$

$$2^{\log \frac{1}{(1 - c)}(n)} - 1 =$$

$$n^{\log_{\frac{1}{(1-c)}}(2)} - 1$$

נקח את המקרה שבו (על מנת להדק את החסם האסימפטוטי התחתון הגדול ביותר (על מנת להדק את החסימה . $1=\log_{\frac{1}{(1-c)}}(2)$ מנת להדק את החסימה האסימפטוטית) ונציב ב־ $1=\log_{\frac{1}{(1-c)}}(2)$ ביותר (על מנת להדק את החסימה האסימפטוטית) ונציב ב־ $1=\log_{\frac{1}{(1-c)}}(2)$

: כך נקבל את הערך הבא

$$n^1 - 1 =$$

$$n - 1 =$$

$$\Theta(n) + \Theta(1)$$

: ונוכיח חסם עליון ועבור חסם אינדוקציה אינדוקציה ונוכיח ונוכיח ונוכיח ונוכיח ונוכיח אינדוקציה אינדוקציה ונוכיח ונוכיח ולכן וועבור וועבור אינדוקציה אינדוקציה וועבור וועבור וועבור וועבור אינדוקציה אינדוקציה אינדוקציה וועבור וו

: חסם תחתון

20000G

(n=1): בסיס האינדוקציה

 $T\left(1
ight)=k$ נקבל ,n=1

 $T\left(1
ight)=k=\Omega\left(1
ight)$ אזי מתקיים, האי־שיוויון מאי־שיווים $0\leq c\leq k$ נראה כי עבור

. .

: הנחת האינדוקציה

 $T\left(m
ight) =\Omega \left(m
ight)$: מתקיים m< n שלכל nיהי יהי

 $0 \leq c \cdot m \leq T\left(m\right)$: כלומר, קיים c>0 כך שמתקיים

 $T\left(n
ight) =\Omega \left(n
ight)$: נוכיח שמתקיים

• • •

: צעד האינדוקציה

$$T(n) = T(cn) + T((1-c)n) + 1$$

$$0 < (1-c) n \le cn < n$$
 אז $0 < c < 1$

 $T\left(\left(1-c\right)n\right)=\Omega\left(\left(1-c\right)n\right)$ ר ר $T\left(cn\right)=\Omega\left(cn\right)$: אינדוקציה

 $0 \le C_1 \cdot (1-c) \, n \le T \, ((1-c) \, n)$ אז קיים $0 \le C_1 \cdot (1-c) \, n \le T \, ((1-c) \, n)$ ו־ $0 \le C_1 \cdot (1-c) \, n \le T \, (n)$ אז קיים $0 \le C_1 \cdot (1-c) \, n \le T \, (n)$

: נחבר את האי־שיוויונות

$$0 \le C_1 \cdot (1-c) n + C_1 \cdot cn \le T ((1-c) n) + T (cn)$$

$$0 \leq C_1 \cdot ((1-c)\,n + cn) \leq T\,((1-c)\,n) + T\,(cn)$$

$$0 \leq C_1 \cdot (n) \leq T\,((1-c)\,n) + T\,(cn)$$

$$0 \leq C_1 \cdot n + 1 \leq T\,((1-c)\,n) + T\,(cn) + 1$$

$$0 \leq C_1 \cdot n + 1 \leq T\,(n)$$

$$0 \leq C_1 \cdot n \leq C_1 \cdot n + 1 \leq T\,(n)$$

$$0 \leq C_1 \cdot n \leq T\,(n)$$

$$T\,(n) = \Omega\,(n) \text{ any any } r$$

$$T\,(n) = \Omega\,(n)$$

$$T\,(n) = \Omega\,(n)$$

$$0 \le T((1-c)n) + T(cn) \le C_1 \cdot (1-c)n + C_1 \cdot cn$$

$$0 \leq T\left((1-c)\,n\right) + T\left(cn\right) \leq C_1 \cdot (n)$$

$$0 \leq T\left((1-c)\,n\right) + T\left(cn\right) + 1 \leq C_1 \cdot n + 1$$

$$0 \leq T\left(n\right) \leq C_1 \cdot n + 1$$

$$C_2 \cdot n \geq C_1 \cdot n + 1 \quad \forall 2 \leq C_2 \geq 0$$

$$C_3 \cdot n \geq C_1 \cdot n + 1 \quad \forall 3 \leq C_2 \leq 0$$

$$C_4 \cdot n \geq C_1 \cdot n + 1 \quad \forall 4 \leq C_2 \leq 0$$

$$C_4 \cdot n \geq C_1 \cdot n + 1 \quad \forall 5 \leq C_2 \leq 0$$

$$C_4 \cdot n \geq C_1 \cdot n + 1 \quad \forall 6 \leq C_2 \leq 0$$

$$C_4 \cdot n \geq C_1 \cdot n + 1 \quad \forall 7 \leq C_2 \leq 0$$

$$C_4 \cdot n \geq C_1 \cdot n + 1 \quad \forall 7 \leq C_2 \leq 0$$

$$C_1 \cdot n \geq C_1 \cdot n + 1 \quad \forall 7 \leq C_2 \leq 0$$

$$C_1 \cdot n \geq C_1 \cdot n + 1 \quad \forall 7 \leq C_2 \leq 0$$

$$C_1 \cdot n \geq C_1 \cdot n + 1 \quad \forall 7 \leq C_2 \leq 0$$

$$C_1 \cdot n \geq C_1 \cdot n + 1 \quad \forall 7 \leq C_2 \leq 0$$

$$C_1 \cdot n \geq C_1 \cdot n + 1 \quad \forall 7 \leq C_2 \leq 0$$

$$C_1 \cdot n \geq C_1 \cdot n + 1 \quad \forall 7 \leq C_2 \leq 0$$

$$C_1 \cdot n \geq C_2 \cdot n + 1 \quad \forall 7 \leq C_2 \leq 0$$

$$C_1 \cdot n \geq C_2 \cdot n + 1 \quad \forall 7 \leq C_2 \leq 0$$

$$C_1 \cdot n \geq C_2 \cdot n + 1 \quad \forall 7 \leq C_2 \leq 0$$

$$C_1 \cdot n \geq C_2 \cdot n + 1 \quad \forall 7 \leq C_2 \leq 0$$

$$C_1 \cdot n \geq C_2 \cdot n + 1 \quad \forall 7 \leq C_2 \leq 0$$

$$C_1 \cdot n \geq C_2 \cdot n + 1 \quad \forall 7 \leq C_2 \leq 0$$

$$C_1 \cdot n \geq C_2 \cdot n + 1 \quad \forall 7 \leq C_2 \cdot n + 1 \quad \forall 7$$

: צעד האינדוקציה

$$T(n) = T\left(\frac{n}{4}\right) + T\left(\frac{3n}{4}\right) + n$$

 $T\left(rac{n}{4}
ight)=\Theta\left(rac{n}{4}\cdot\log\left(rac{n}{4}
ight)
ight)$ ור $T\left(rac{3n}{4}
ight)=\Theta\left(rac{3n}{4}\cdot\log\left(rac{3n}{4}
ight)
ight)$: מלומר, קיימים $C_1,C_2>0$ כך שמתקיים :

: נחבר את האי־שיוויונות

$$0 \le C_1 \cdot \frac{3n}{4} \cdot \log\left(\frac{3n}{4}\right) + C_1 \cdot \frac{n}{4} \cdot \log\left(\frac{n}{4}\right) \le T\left(\frac{3n}{4}\right) + T\left(\frac{n}{4}\right) \le C_2 \cdot \frac{3n}{4} \cdot \log\left(\frac{3n}{4}\right) + C_2 \cdot \frac{n}{4} \cdot \log\left(\frac{n}{4}\right)$$

$$0 \le C_1 \cdot \left(\frac{3n}{4} \cdot \log\left(\frac{3n}{4}\right) + \frac{n}{4} \cdot \log\left(\frac{n}{4}\right)\right) \le T\left(\frac{3n}{4}\right) + T\left(\frac{n}{4}\right) \le C_2 \cdot \left(\frac{3n}{4} \cdot \log\left(\frac{3n}{4}\right) + \frac{n}{4} \cdot \log\left(\frac{n}{4}\right)\right)$$

$$0 \le C_1 \cdot \left(\frac{3n}{4} \cdot \left(\log\left(\frac{3}{4}\right) + \log\left(n\right)\right) + \frac{n}{4} \cdot \left(\log\left(n\right) - \log\left(4\right)\right)\right) \le T\left(\frac{3n}{4}\right) + T\left(\frac{n}{4}\right) \le C_2 \cdot \left(\frac{3n}{4} \cdot \left(\log\left(\frac{3}{4}\right) + \log\left(n\right)\right) + \frac{n}{4} \cdot \left(\log\left(n\right) - \log\left(4\right)\right)\right)$$

$$0 \le C_1 \cdot \left(\frac{3n}{4} \cdot \left(\log\left(\frac{3}{4}\right) + \log\left(n\right)\right) + \frac{n}{4} \cdot \left(\log\left(n\right) - 2\right)\right) \le T\left(\frac{3n}{4}\right) + T\left(\frac{n}{4}\right) \le C_2 \cdot \left(\frac{3n}{4} \cdot \left(\log\left(\frac{3}{4}\right) + \log\left(n\right)\right) + \frac{n}{4} \cdot \left(\log\left(n\right) - 2\right)\right)$$

$$0 \le C_1 \cdot \left(\frac{3n}{4} \cdot \log\left(\frac{3}{4}\right) + \frac{3n}{4} \cdot \log\left(n\right) + \frac{n}{4} \cdot \log\left(n\right) - \frac{n}{2}\right) \le T\left(\frac{3n}{4}\right) + T\left(\frac{n}{4}\right) \le C_2 \cdot \left(\frac{3n}{4} \cdot \log\left(\frac{3}{4}\right) + \frac{3n}{4} \cdot \log\left(n\right) + \frac{n}{4} \cdot \log\left(n\right) - \frac{n}{2}\right)$$

$$0 \le C_1 \cdot \left(\frac{3n}{4} \cdot \log\left(\frac{3}{4}\right) + n \cdot \log\left(n\right) - \frac{n}{2}\right) \le T\left(\frac{3n}{4}\right) + T\left(\frac{n}{4}\right) \le C_2 \cdot \left(\frac{3n}{4} \cdot \log\left(\frac{3}{4}\right) + n \cdot \log\left(n\right) - \frac{n}{2}\right)$$

$$0 \le C_1 \cdot n \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot \log\left(\frac{3}{4}\right) + \log\left(n\right) - \frac{1}{2}\right) \le T\left(\frac{3n}{4}\right) + T\left(\frac{n}{4}\right) \le C_2 \cdot n \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot \log\left(\frac{3}{4}\right) + \log\left(n\right) - \frac{1}{2}\right)$$

$$0 \leq C_1 \cdot n \cdot \log\left(n\right) + C_1 \cdot n \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot \log\left(\frac{3}{4}\right) - \frac{1}{2}\right) \leq T\left(\frac{3n}{4}\right) + T\left(\frac{n}{4}\right) \leq C_2 \cdot n \cdot \log\left(n\right) + C_2 \cdot n \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot \log\left(\frac{3}{4}\right) - \frac{1}{2}\right)$$

$$0 \leq C_1 \cdot n \cdot \log\left(n\right) - 0.811C_1 \cdot n \leq T\left(\frac{3n}{4}\right) + T\left(\frac{n}{4}\right) \leq C_2 \cdot n \cdot \log\left(n\right) - 0.811C_2 \cdot n$$

$$0 \le C_1 \cdot n \cdot \log\left(n\right) - 0.811C_1 \cdot n \le T\left(n\right) - n \le C_2 \cdot n \cdot \log\left(n\right) - 0.811C_2 \cdot n$$

+3 , $0 \le C_1 \cdot n \cdot \log\left(n\right) \le T\left(n\right) \le C_2 \cdot n \cdot \log\left(n\right)$: מתקיים $C_1 = C_2 = 1.233$ מתקיים גובור הערכים (3.6) $T\left(n\right) = \Theta\left(n \cdot \log\left(n\right)\right)$ אז נקבל

יפה

ז. נפתור בשיטת המאסטר (לפי כלל 1):

$$T(n) = 6T\left(\frac{n}{3}\right) + n$$
$$a = 6, b = 3, f(n) = n$$

נשים לב שמתקיים:

$$f(n) = O\left(n^{\log_b(a) - \epsilon}\right)$$
$$n = O\left(n^{\log_3(6) - \epsilon}\right)$$
$$n = O\left(n^{1.63 - \epsilon}\right)$$

 $n=O\left(n^{1.63-\epsilon}
ight)$: מתקיים $\epsilon \leq 0.63$ נראה שעבור הערכים

: אזי מתקיים

$$T\left(n
ight)=\Theta\left(n^{\log_b(a)}
ight)$$
 +3
$$T\left(n
ight)=\Theta\left(n^{\log_3(6)}
ight)$$
 (3.7)
$$T\left(n
ight)=\Theta\left(n^{1.63}
ight)$$

. . .

שאלה 4 - ניתוח זמן ריצה

עבצע הפונקציה תאים. כלומר, המערך המערך על כל איברי תיאלץ לעבור הפונקציה הפונקציה הגרוע ביותר במקרה מערך. ביותר הפונקציה היאלץ הפונקציה המערך ביותר הפונקציה הפונקציה ביותר הפונקציה הבצע

 $T\left(n
ight)=\Theta\left(n
ight)$ היא זו היא עבור פונקציה אלכן סיבוכיות זמן הריצה עבור פונקציה ריצה (נ. $^{(1,1)}$) אישוב לא נכון של זמן הריצה -4.1.3 של שורות קוד / אין חישוב עלות פר

j איטראציות של לולאת מתשאעות כ־ n איטראציה של לולאת לכן עבור כל איטראציה של לולאת איטראציה זו אין פקודת של לולאת breakאזי עבור n איטראציות עבור לולאת i, נקבל כ־ n^2 פעולות השוואה ו־ n^2 עולות השמה. i פעולות סך הכל. $T\left(n
ight)=2n^{2}=\Theta\left(n^{2}
ight)$ מכך נקבל ש (4.2)

חישוב לא נכון של זמן הריצה של שורות. -4.2.3 חישוב לא נכון של זמן הריצה של שורות -4.2.3 נראה שמדובר בפונקציה רקורסיבית, לכן ננסח נוסחת נסיגה שמתארת שור בפונקציה זו. ביאה שמדובר בפונקציה הריצה של פונקציה זו. c. (השוואה) c_1 עבור בגודל השוואה, n=1 ו־ n=0 צבור בגודל מקרה (השוואה).

(כפל). (c_2) כפלט מוקטן ועבודה לפלט היבית קריאה קריאה קריאה אינה עבור (c_2) ישנה אינה פריאה ישנה אינה אינה מוקטן ועבודה נלווית בגודל

: אזי נוסחת הנסיגה תוגדר כך

(4.3)

4.3.3- חישוב לא נכון של זמן הריצה של שורות קוד / אין חישוב עלות פר שורה.

$$T(n) = \begin{cases} c_1 & n = 0, n = 1 \\ T(n-1) + c_2 & otherwise \end{cases}$$

נפתור בשיטת האיטראציה:

$$T\left(n\right) =T\left(n-1\right) +c_{2}=$$

$$(T(n-2)+c_2)+c_2=$$

$$(T(n-3) + c_2) + 2c_2 =$$

$$T(n-i) + i \cdot c_2$$

הנסיגה של נוסחת העצירה לתנאי מגיעים אנו אנו איטראציות i $\mathcal{L}(T\left(1
ight)=c_{1}$ איז זו היא נוסחת של מנת למצוא את הערך וואה באופן הבא הבאופן הבא וואה למצוא את מנת למצוא את הערך אופן הבא וואה באופן הבא

 $T(n) = T(n-i) + i \cdot c_2$

$$T(n) = T(1) + nc_2 - c_2$$

$$T\left(n\right) = c_1 + nc_2 - c_2$$

$$T\left(n\right) = nc_2 - c_2 + c_1$$

: ונוכיח זאת באינודקציה $T\left(n\right)=\Theta\left(n\right)$: היה שלנו הניחוש

i=n-1 נקבל ש־ ונציב בנוסחת ונציב ונציב i=n-1

(n=1): בסיס האינדוקציה

 $0 \leq C_1 \cdot 1 \leq T \ (1) \leq C_2 \cdot 1$: נאמר ש־ $C_1, C_2 > 0$ אם קיימים אם ד $T \ (1) = \Theta \ (1)$ נאמר ש־ $T \ (1) = \Theta \ (1)$

$$0 \le C_1 \cdot 1 \le T(1) \le C_2 \cdot 1$$

$$0 \le C_1 \cdot 1 \le c_1 \le C_2 \cdot 1$$

 $T\left(1
ight)=\Theta\left(1
ight)$ אזי נקבל אזי האי־שיוויון מתקיים, אזי נקבל $C_{1}=C_{2}=c_{1}$ נראה שעבור

: הנחת האינדוקציה

 $T\left(m
ight) =\Theta \left(m
ight) :$ מתקיים m< n לכל n

 $0 \leq C_1 \cdot m \leq T\left(m\right) \leq C_2 \cdot m$: כלומר, קיימים כ $C_1, C_2 > 0$ כלומר, קיימים

 $T\left(n
ight) =\Theta \left(n
ight)$: נוכיח שמתקיים

: צעד האינדוקציה

$$T(n) = T(n-1) + c_2$$

 $T(n-1) = \Theta(n-1)$ בראה ש" n-1 < n לכן מהנחת האינדוקציה מתקיים

 $0 \le C_1 \cdot (n-1) \le T \cdot (n-1) \le C_2 \cdot (n-1)$: כלומר, קיימים כ $C_1, C_2 > 0$ כלומר, קיימים

$$0 \le C_1 \cdot (n-1) \le T (n-1) \le C_2 \cdot (n-1)$$

$$0 \le C_1 \cdot (n-1) \le T(n) - c_2 \le C_2 \cdot (n-1)$$

$$0 \le C_1 \cdot n - C_1 \le T(n) - c_2 \le C_2 \cdot n - C_2$$

 $0 \leq C_1 \cdot n \leq T\left(n
ight) \leq C_2 \cdot n$ נקבל , $C_1 = C_2 = c_2$ נראה שעבור

 $T(n) = \Theta(n)$: אזי מתקיים

וו. פונקציה זמן הריצה שמדובר בפונקציה לכן ננסח נוסחת נסיגה שמתארת את היברה של פונקציה זו. dנשים לב שהפונקציה מחולקת לשלוש אפשרויות שונות

. $\mod(n,3) = 2$, $\mod(n,3) = 1$, $\mod(n,3) = 0$

לכן ננסח נוסחת נסיגה עבור כל אחת מן האפשרויות כך שבסופו נאחד את שלושת נוסחאות הנסיגה לנוסחת נסיגה אחת.

 $T_0(n) = T(\frac{n}{3}) + k_0$ מתקיים, mod(n,3) = 0:1 מקרה

השוואה, k_0 במקרה הישנה בע עבודה לווית בגודל (השוואה, הקורסיבית עם הפרמטר הישנה הישנה לווית בגודל (השוואה, השוואה, במקרה הישנה בגודל הישוואה). מודולו, השמה וכפל). (4.4)

מקרה $T_1\left(n\right)=T_0\left(n-1\right)+k_1$ מתקיים , $\mod\left(n,3\right)=1$: 2 מקרה מקרה אונים לא נכון של $\mathrm{and}\left(n,3\right)=1$ במקרה זה, n מתחלק ב־3 עם שארית 1 כלומר, n-1 מתחלק ב־3 לשא שאחותקוד / אין חישוב עלות פר $T\left(\frac{n-1}{2}\right)$ לי הקריאה את להשיג על מנת $T_0\left(n-1\right)$ לי אחד לי ישנה קריאה אזי ישנה שורה.

עבור מקרה זה ישנה עבודה נלווית בגודל (כפּל).

$$T_1(n) = T_0(n-1) + k_1$$

$$T_1(n) = T\left(\frac{n-1}{3}\right) + k_0 + k_1$$

. . .

 $T_2\left(n
ight)=T_1\left(n-1
ight)+k_2$ מתקיים , $\mod(n,3)=2:3$ מקרה n במקרה זה, n מתחלק ב־3 עם שארית n במקרה זה, n מתחלק ב־3 עם שארית n שארית n מנת להשיג את הקריאה ל־ $T_1\left(n-1
ight)$ ובכך לקריאה ל־ $T_1\left(n-1
ight)$ עבור מקרה זה ישנה עבודה נלווית בגודל n (כפל).

$$T_2(n) = T_1(n-1) + k_2$$

$$T_2(n) = T_0(n-2) + k_1 + k_2$$

$$T_2(n) = T\left(\frac{n-2}{3}\right) + k_0 + k_1 + k_2$$

...

 $T\left(n
ight) = T\left(rac{n}{3}
ight) + c$: נראה ששלושת נוסחאות הנסיגה מסתכמות מסתכמות נוסחאת הנסיגה היא :

$$T(n) = \begin{cases} c_0 & n = 0, n = 1\\ T\left(\frac{n}{3}\right) + c_1 & otherwise \end{cases}$$

: נפתור בשיטת האיטראציה

$$T(n) = T\left(\frac{n}{3}\right) + c_1 =$$

$$T(n) = \left(T\left(\frac{n}{9}\right) + c_1\right) + c_1 =$$

$$T(n) = \left(T\left(\frac{n}{27}\right) + c_1\right) + 2c_1 =$$
...

$$T(n) = T\left(\frac{n}{3^i}\right) + i \cdot c_1$$

לאחר i איטראציות אנו מגיעים לתנאי העצירה של נוסחת הנסיגה. על מנת למצוא את הערך i, נבצע השוואה באופן הבא i (תנאי העצירה של נוסחת נסיגה זו היא i). נקבל ש־i (ונציב בנוסחת הנסיגה את הערך i).

$$T(n) = T\left(\frac{n}{3^i}\right) + i \cdot c_1$$

$$T(n) = T(1) + \log_3(n) \cdot c_1$$

$$T(n) = c_0 + \log_3(n) \cdot c_1$$

: ונוכיח זאת אינודקציה דווכיח ונוכיח אלנו ונוכיח וואת רכו וואת אלנו וווכיח לכן אלנו יהיה לכן לכן הניחוש אלנו יהיה ווווע

. . .

(n=3): בסיס האינדוקציה

: נאמר ש
י האי־שיוויון האי־שיוויון אם קיימים אם $T\left(3\right)=\Theta\left(\log_{3}\left(3\right)\right)$ נאמר באמר ל

 $.0 \le C_1 \cdot \log_3(3) \le T(3) \le C_2 \cdot \log_3(3)$

$$0 \le C_1 \cdot 1 \le T(3) \le C_2 \cdot 1$$

$$0 \le C_1 \le T\left(\frac{3}{3}\right) + c_1 \le C_2$$

$$0 \le C_1 \le T(1) + c_1 \le C_2$$

$$0 \le C_1 \le c_0 + c_1 \le C_2$$

 $T\left(3
ight)=\Theta\left(\log_{3}\left(3
ight)
ight)$ אזי נקבל מתקיים, אזי מתקיים האי־שיוויון מרכ $C_{1}=C_{2}=c_{0}+c_{1}$ נראה שעבור

• • •

: הנחת האינדוקציה

 $T\left(m
ight) = \Theta\left(\log_3\left(m
ight)
ight)$: מתקיים m < n מתקיים מידי מידי

 $0 \leq C_1 \cdot \log_3\left(m
ight) \leq T\left(m
ight) \leq C_2 \cdot \log_3\left(m
ight)$: כלומר, קיימים כלומר, כלו

 $T\left(n
ight) = \Theta\left(\log_3\left(n
ight)
ight)$: נוכיח שמתקיים

• • •

: צעד האינדוקציה

$$T(n) = T\left(\frac{n}{3}\right) + c_1$$

 $T\left(rac{n}{3}
ight) = \Theta\left(\log_3\left(rac{n}{3}
ight)
ight)$ מהנחת האינדוקציה מתקיים לכן ה $rac{n}{3} < n$ נראה ש

 $0 \le C_1 \cdot \log_3\left(rac{n}{3}
ight) \le T\left(rac{n}{3}
ight) \le C_2 \cdot \log_3\left(rac{n}{3}
ight)$: כלומר, קיימים $C_1, C_2 > 0$ כלומר,

$$0 \le C_1 \cdot \log_3\left(\frac{n}{3}\right) \le T\left(\frac{n}{3}\right) \le C_2 \cdot \log_3\left(\frac{n}{3}\right)$$

$$0 \le C_1 \cdot (\log_3(n) - \log_3(3)) \le T(\frac{n}{3}) \le C_2 \cdot (\log_3(n) - \log_3(3))$$

$$0 \le C_1 \cdot (\log_3(n) - 1) \le T\left(\frac{n}{3}\right) \le C_2 \cdot (\log_3(n) - 1)$$
$$0 \le C_1 \cdot \log_3(n) - C_1 \le T\left(\frac{n}{3}\right) \le C_2 \cdot \log_3(n) - C_2$$
$$0 < C_1 \cdot \log_2(n) - C_1 < T(n) - c_1 < C_2 \cdot \log_2(n) - C_2$$

 $.0 \leq C_1 \cdot \log_3{(n)} \leq T{(n)} \leq C_2 \cdot \log_3{(n)}$, נראה שעבור מקנים ג $.T{(n)} = O(\log_3{(n)})$: אזי מתקיים $.T{(n)} = O(\log_3{(n)})$

. . .

וו. פונקציה זמן הריצה את סיבוכיות נסיגה שמתארת לכן ננסח נוסחת פונקציה אל פונקציה זמן הריצה של פונקציה וו. פשים לב שהפונקציה מחולקת ל־c אפשרויות שונות

 $\mod(n,c)=c-1$ ו־ $mod\ (n,c)=0$ ה $\mod(n,c)=1$, $\mod(n,c)=0$ כך ש־d ויוסק ומינה ערור כל אחת מין האפשרונים כד שרסופו ואחד את כלל הנוסקאות הומינה לונסקת ו

לכן ננסח נוסחת נסיגה עבור כל אחת מן האפשרויות כך שבסופו נאחד את כלל הנוסחאות הנסיגה לנוסחת נסיגה אחת.

 $T_0\left(n\right)=T\left(rac{n}{c}
ight)+(\Theta\left(c
ight))+(\Theta\left(1
ight))$ מתקיים , $\mod\left(n,c\right)=0:1$ מקרה החלק בי a, אזי מתבצעת קריאה רקורסיבית עם הפרמטר בנוסף לקריאה הרקורסיבית ישנה לולאה המבצעת כ־a איטראציות ($\Theta\left(c
ight)$) ועבודה נלווית (השמה) בגודל קבוע ($\Theta\left(c
ight)$).

. .

 $T_1\left(n
ight)=T_0\left(n-1
ight)+\left(\Theta\left(1
ight)
ight)$ מתקיים , $\mod\left(n,c
ight)=1:2$ מקרה n מתחלק ב־n עם שארית n. כלומר, n-1 מתחלק ב־n על שארית מנה קריאה ל־n על מנת להשיג את הקריאה ל־n

 $(\Theta\left(1
ight))$ עבור מקרה בגודל נלווית (כפל) עבודה עבודה עבודה עבור

$$T_{1}(n) = T_{0}(n-1) + (\Theta(1))$$

$$T_{1}(n) = T\left(\frac{n-1}{c}\right) + (\Theta(c)) + (\Theta(1)) + (\Theta(1))$$

$$T_{1}(n) = T\left(\frac{n-1}{c}\right) + (\Theta(c)) + (\Theta(1))$$

٠.

 $T_2\left(n
ight)=T_1\left(n-1
ight)+\left(\Theta\left(1
ight)
ight)$ מתקיים , $\mod\left(n,c
ight)=2:3$ מקרה n . 1 מתחלק ב־n עם שארית n במקרה זה, n מתחלק ב־n עם שארית בעם שארית n אזי נבצע קריאה ל־n על מנת להשיג את הקריאה ל־n ובכך לקריאה ל־n ובכך לקריאה ל־n עבור מקרה זה ישנה עבודה נלווית (כפל) בגודל קבוע n

$$T_2(n) = T_1(n-1) + (\Theta(1))$$

$$T_2(n) = T_0(n-2) + (\Theta(1)) + (\Theta(1))$$

 $T_2(n) = T_0(n-2) + (\Theta(1))$
 $T_2(n) = T(\frac{n-2}{c}) + (\Theta(c)) + (\Theta(1))$

...

 $T_{c-1}\left(n
ight)=T_{c-2}\left(n-1
ight)+\left(\Theta\left(1
ight)
ight)$ מקרה ה $\left(n,c
ight)=c-1:c-1$, $\left(T_{c-2}\left(n-1
ight),T_{c-3}\left(n-2
ight),T_{c-4}\left(n-3
ight),\ldots,T_{0}\left(n
ight)
ight)$ מקרה זה נבצע כ־ c-1 קריאות שונות $T\left(\frac{n}{c}\right)$, $T\left(\frac{n}{c}\right)$ אל מנת להשיג את הקריאה ל־ $T\left(\frac{n}{c}\right)$

 $.(\Theta\left(1
ight))$ עבודל קבוע (כפל) גם נלווית עבודה עבודה עבודה נלווית

$$T_{c-1}(n) = T_{c-2}(n-1) + (\Theta(1))$$

. . .

$$T_{c-1}(n) = T\left(\frac{n-c+1}{c}\right) + (\Theta(c)) + (\Theta(1))$$

. .

: אזי נוסחת הנסיגה היא

$$T(n) = \begin{cases} (\Theta(1)) & n = 0, n = 1 \\ T\left(\frac{n}{c}\right) + (\Theta(c)) + (\Theta(1)) & \text{mod } (n, c) = 0 \\ T\left(\frac{n-c+1}{c}\right) + (\Theta(c)) + (\Theta(1)) & \text{otherwise} \end{cases}$$

: נחלק ל2 מקרים

. . .

.מקרה $c:\mathbf{1}$ קבוע

: הבאה הנסיגה נוסחת נקבל אכן לכן $(\Theta\left(c\right))=(\Theta\left(1\right))$ מתקיים מתקיים כאשר כאשר

$$T(n) = \begin{cases} (\Theta(1)) & n = 0, n = 1 \\ T\left(\frac{n}{c}\right) + (\Theta(1)) & \text{mod } (n, c) = 0 \\ T\left(\frac{n - c + 1}{c}\right) + (\Theta(1)) & \text{otherwise} \end{cases}$$

 $T(n)=\Theta\left(\log\left(n\right)\right)$ עניח של סעיף של סעיף את בסיס הלוג מ־ (נשנה את נסיגה את נסיגה ונוסחת נסיגה את מאחר ונוסחת מאחר ומדובר בקבוע בלבד).

. . .

 $c=n\,:\mathbf{2}$ מקרה

. $\mod(n,n)=0$ ש" בלבד מכיוון בלבד $T\left(\frac{n}{c}\right)+\left(\Theta\left(c\right)\right)+\left(\Theta\left(1\right)\right)$ מתקיים כאשר ,c=n

: האלגוריתם מבצע קריאה רקורסיבית אחת בלבד וניתן לנסח את זמן הריצה בצורה הבאה

$$T(n) = \begin{cases} (\Theta(1)) & n = 0, n = 1 \\ T(\frac{n}{n}) + (\Theta(n)) + (\Theta(1)) & otherwise \end{cases}$$

: מאחר והאלגוריתם מבצע קריאה אחת בלבד, נפתח את נוסחת הנסיגה ונקבל

$$T\left(\frac{n}{n}\right)+\left(\Theta\left(n\right)\right)+\left(\Theta\left(1\right)\right)=$$
 -2
$$T\left(1\right)+\left(\Theta\left(n\right)\right)+\left(\Theta\left(1\right)\right)=$$

ישוב לא נכון של זמן -4.5.3 (Θ (1)) + (Θ (n)) + (Θ (n)) = הריצה של שורות קוד / אין חישוב (Θ (n))

 $T\left(n
ight) =\Theta \left(n
ight)$ אזי נראה ש

...

שאלה 5 - פיתוח אלגוריתמים

X.

intersection (A,B):

- 1. intersection \leftarrow an array of 2N boolean values (False)
- 2. boolean Value \leftarrow True
- 3. for $i \leftarrow 0$ to N-1
- 3.a. intersection[A[i]] \leftarrow True
- 4. for j ←0 to N-1
- 4.a. if (intersection [B[j]] = True) then boolean Value $\leftarrow False$ and break
- 5. return booleanValue

ניתוח זמן ריצה:

- $\Theta\left(n
 ight)$ '(תאי המערך בגודל איטראציות בלולאה הגדרת באים איטראציות באול מערך בגודל איטראציות באיטראציות באול מערך בגודל 1.
 - $\Theta\left(1\right)$ באדרת ערך משתנה (פעולה קבועה). 2

 $\Theta(n)$ איטראציות בלולאה N .3

 $\Theta\left(n\right)$ - פעמים N כ־ משתנה כ־ 3.3

 $\Theta\left(n\right)$ - איטראציות בלולאה N .4

 $\Theta\left(n
ight)$ איטראציות איטראציות הלולאה תבצע כ־ N איטראציות העבע איטראציות במקרה.4.

 $\Theta(1)$ - (פעולה קבועה) משתנה ערך החזרת .5

. . .

+10
$$T\left(n\right)=\Theta\left(n\right)+\Theta\left(n\right)+\Theta\left(n\right)+\Theta\left(n\right)+\Theta\left(1\right)+\Theta\left(1\right)=$$
 (5.1)
$$\Theta\left(n\right)+\Theta\left(1\right)=$$
 יפה

 $\Theta(n)$

 $T\left(n
ight)=\Theta\left(n
ight)$ אזי נראה ש

•••

.⊐

key (A,x):

- 1. if (A[0] = x) then return 0
- 2. keyValue $\leftarrow 1$
- 3. lengthValue $\leftarrow |A|$
- 4. while (keyValue < lengthValue and A[keyValue] <= x)
- 4.a. $\text{keyValue} \leftarrow \text{keyValue}^2$
- 5. return binary Search(A, key Value/2, min(key Value,|A|), x)

: ניתוח זמן ריצה

- $\Theta\left(1\right)$ בדיקת תנאי (פעולה קבועה) 1.
- $\Theta\left(1\right)$ הגדרת ערך משתנה (פעולה קבועה) 2.
- $\Theta\left(1\right)$ (פעולה קבועה) משתנה ערך משתנה .3
 - $\Theta(\log(d))$ ־ איטראציות בלולאה איטראציות log (d) .4
- א. הערך מעריכית (כלומר, עולה בצורה מעריכית, לכן מספר האיטראציות קטן בצורה מעריכית (כלומר, עולה בצורה איטראציות הערך $\exp Value$ לוגריתמית) $\Theta(\log(d))$
 - 5. קריאה לפונקציה המבצעת חיפוש בינארי בין שני אינדקסים נבחרים

 $\Theta\left(\log\left(min(keyValue,|A|)-keyValue/2
ight)\right)$ דוע שמחיר חיפוש בינארי הוא $\log\left(n
ight)$ כאשר הוא אורך המערך

. .

$$T\left(n\right) = \Theta\left(1\right) + \Theta\left(1\right) + \Theta\left(1\right) + \Theta\left(\log\left(d\right)\right) + \Theta\left(\log\left(d\right)\right) + \Theta\left(\log\left(min(keyValue, |A|) - keyValue/2\right)\right) = 0$$

$$\Theta(\log(d)) + \Theta(\log(\min(keyValue, |A|) - keyValue/2)) =$$

.min(keyValue, |A|) = keyValue במקרה שבו ביותר, כלומר המערך הוא במקרה שבו אורך המערך הוא במקרה

.keyValue - keyValue/2 = keyValue/2: נקבל

 $d \geq min(keyValue,|A|) - keyValue/2$ לכן נקבל while הנאי לולאת לפי תנאי לפי תנאי לולאת לפי תנאי לולאת לומר, $\log{(d)} \geq \log{(min(keyValue,|A|) - keyValue/2)}$ כלומר,

: אזי נקבל

$$T\left(n\right) = \Theta\left(\log\left(d\right)\right)$$

+10

(5.2)

יפה