

# Principles of Programming Languages 232

## Assignment 3

### Question 1 - CPS

#### Question 1.1.b

טענה: צריך להוכיח כי הפרוצדורה  $\text{append\$}$  שקולה-CPS לפרוצדורה  $\text{append}$ . כלומר לכל 2 רשימות  $\text{lst1}$  ו- $\text{lst2}$  ולכל תנאי שיסומן על ידי  $\text{cond}$  יתקיים:

$$(\text{append\$ lst1 lst2 cont}) = (\text{cont} (\text{append lst1 lst2}))$$

הוכחה באינדוקציה: נוכיח באינדוקציה על האורך של הרשימה  $\text{lst1}$ .

מקרה בסיס: עבור האורך 0 של הרשימה  $\text{lst1}$ , כלומר הרשימה הראשונה ריקה, יוחזר מהפונקציה  $(\text{append lst1 lst2})$  הערך של הרשימה השניה, כלומר  $\text{lst2}$ .

עבור הפונקציה  $(\text{append\$ lst1 lst2 cont})$  אם הרשימה הראשונה היא הרשימה הריקה, יוחזר זוג של הרשימה השנייה והתנאי, כלומר  $(\text{cond lst2})$  ולכן  $(\text{append\$ lst1 lst2 cont}) = (\text{cont} (\text{append lst1 lst2}))$ , כנדרש.

הנחת האינדוקציה: נניח שעבור אורך  $n$  של הרשימה  $\text{lst1}$  נקבל שמתקיים השוויון  $(\text{append\$ lst1 lst2 cont}) = (\text{cont} (\text{append lst1 lst2}))$ .

צעד האינדוקציה: נוכיח את נכונות הטענה עבור אורך  $n+1$  של הרשימה  $\text{lst1}$ .

ראשית נשים לב שהערך של הפרוצדורה  $(\text{append lst1 lst2})$  הוא  $(\text{cons} (\text{car lst1}) (\text{append} (\text{cdr lst1}) \text{lst2}))$ .

לפי הגדרת הפונקציה, הערך של הפעלת הפרוצדורה  $(\text{append\$ lst1 lst2 cont})$  הוא

$$(\text{append\$} (\text{cdr lst1}) \text{lst2 cont2}), \text{ כאשר } \text{cont2} \text{ הוא לפי החלוקה למקרים המתוארת בקוד.}$$

מכיוון שהרשימה  $\text{lst1}$  יש לפי צעד האינדוקציה  $n+1$  איברים, נוכל להסתכל על  $n$  האיברים הראשונים בה. לפי הנחת האינדוקציה מתקיים לגביהם:

$$(\text{append\$} (\text{cdr lst1}) \text{lst2 cont2}) = (\text{cont2} (\text{append lst1 lst2}))$$

$\text{cont2}$  היא פונקציה ההמשך ולכן מתקיים:

$$(\text{cont} (\text{cons} (\text{car lst1}) (\text{append} (\text{cdr lst1}) \text{lst2}))) = (\text{cont2} (\text{append lst1 lst2}))$$

נציב את שוויון המשוואות ונקבל:

$$(\text{cont} (\text{append lst1 lst2})) = (\text{append\$} (\text{cdr lst1}) \text{lst2 cont2})$$

למעלה הסברתי מדוע  $(\text{append\$} (\text{cdr lst1}) \text{lst2 cont2}) = (\text{append\$ lst1 lst2 cont})$

ולכן מתקיים:  $(\text{cont} (\text{append lst1 lst2})) = (\text{append\$ lst1 lst2 cont})$  כנדרש.

### Q3a

1. unify[  $t(s(s), G, s, p, t(K), s), t(s(G), G, s, p, t(K), U)$  ]  
initially:  $s = \{ \}$  , equations:  $[t(s(s), G, s, p, t(K), s) = t(s(G), G, s, p, t(K), U)]$ 
  - 1)  $t(s(s), G, s, p, t(K), s) = t(s(G), G, s, p, t(K), U)$   
 $s = \{ \}$  , equations:  $[s(s) = s(G) , G = G , s = s , p = p , t(K) = t(K) , s = U]$
  - 2)  $s(s) = s(G)$   
 $s = s * \{ \} = \{ \}$   
equations:  $[G = G , s = s , p = p , t(K) = t(K) , s = U , \underline{s = G}]$
  - 3)  $s = U$   
 $s = s * \{U=s\} = \{ U=s \}$   
equations:  $[G = G , s = s , p = p , t(K) = t(K) , s = G]$
  - 4)  $s = G$   
 $s = s * \{s = G\} = \{ U=s , G=s \}$   
equations:  $[G = G , s = s , p = p , t(K) = t(K)]$

Answer:  $s = \{G=s, U=s\}$
2. unify[  $g(l, M, g, G, U, g, v(M)), g(l, v(U), g, v(M), v(G), g, v(M))$  ]  
initially:  $s = \{ \}$  , equations :  $[g(l, M, g, G, U, g, v(M)) = g(l, v(U), g, v(M), v(G), g, v(M))]$ 
  - 1)  $g(l, M, g, G, U, g, v(M)) = g(l, v(U), g, v(M), v(G), g, v(M))$   
 $s = \{ \}$  , equations:  $[l = l , M = v(U) , g = g , G = v(M) , U = v(G) , g = g , v(M) = v(M)]$
  - 2)  $M = v(U)$   
 $s = s * \{ M = v(U) \} = \{ M = v(U) \}$   
equations:  $[l = l , g = g , G = v(M) , U = v(G) , g = g , v(M) = v(M)]$
  - 3)  $G = v(M)$   
 $s = s * \{ G = v(M) \} = \{ G = v(M) , M = v(U) \} = \{ G = v(v(U)) , M = v(U) \}$   
equations:  $[l = l , g = g , U = v(G) , g = g , v(M) = v(M)]$
  - 4)  $U = v(G)$   
 $s = s * \{ U = v(G) \} = \{ G = v(v(G)) , M = v(v(G)) , U = v(G) \}$   
 $\Rightarrow G = v(v(G)) \Rightarrow$  illegal.

Answer: no such substitution.
3. unify[ $m(M, N), n(M, N)$ ]  
initially:  $s = \{ \}$  , equations :  $[m(M, N) = n(M, N)]$ 
  - 1)  $m(M, N) = n(M, N)$   
 $s = \{ \}$  , equations:  $[m=n , M=M , N=N]$
  - 2)  $m=n$   
 $s = s * \{m=n\} \Rightarrow$  illegal

Answer: no such substitution.

4.  $\text{unify}(p([x \mid [V \mid VV]]), p([v \mid V] \mid VV))$

initially:  $s = \{\}$ , equations:  $[p([x \mid [V \mid VV]]) = p([v \mid V] \mid VV)]$

1)  $p([x \mid [V \mid VV]]) = p([v \mid V] \mid VV)$

$s = \{\}$ , equations:  $[x = [v \mid V], [V \mid VV] = VV]$

2)  $v = [v \mid V] \Rightarrow$  illegal substitution

Answer: no such substitution.

5.  $\text{unify}(g([T]), g(T))$

initially:  $s = \{\}$ , equations:  $[g([T]) = g(T)]$

1)  $g([T]) = g(T)$

$s = \{\}$ , equations:  $[[T] = T]$

2)  $[T] = T \Rightarrow$  a variable cannot be a list of itself.

Answer: no such substitution.

Q3c

