

1. סעיף ראשון

(א) $false$ - הפרמטר של הפונקציה f הוא מטיפוס $T1$ בעוד שהארגומנט עבור הפונקציה f הוא מטיפוס $T2$.

(ב) $false$ - טיפוס הפרמטר x של פונקציית $lambda$ הוא $T2$ בעוד שטיפוס הפרמטר הראשון של הפונקציה f הוא $T1$.

(ג) $true$ - טיפוס הפרמטר x של פונקציית $lambda$ תואם לטיפוס הפרמטר של הפונקציה f ($T1$) וגם כן טיפוס ערכי ההחזרה תואמים ($T2$).

(ד) $true$ - טיפוס הפרמטר x של פונקציית $lambda$ תואם לטיפוס הפרמטר הראשון של הפונקציה f ($T1$), טיפוס הפרמטר y של פונקציית $lambda$ תואם לטיפוס הערך y ($T2$) וגם כן טיפוס ערכי ההחזרה תואמים ($T3$).

2. סעיף שני

(א) פרוצדורה ראשונה

i. שלב 1 - שינוי שמות המשתנים בתוכנית לשמות ייחודים.

• $((lambda (f, x) (if, x, (f, 1, x), (f, 3, x))) +, \#t)$

ii. שלב 2 - הגדרת משתנה טיפוס לכל תת ביטוי.

| Expression | Variable |
|--|------------|
| $((lambda (f, x) (if, x, (f, 1, x), (f, 3, x))) +, \#t)$ | T_0 |
| $(lambda (f, x) (if, x, (f, 1, x), (f, 3, x)))$ | T_1 |
| $(if, x, (f, 1, x), (f, 3, x))$ | T_2 |
| x | T_x |
| $(f, 1, x)$ | T_3 |
| f | T_f |
| 1 | T_{num1} |
| x | T_x |
| $(f, 3, x)$ | T_4 |
| f | T_f |
| 3 | T_{num3} |
| x | T_x |
| + | T_{plus} |
| $\#t$ | T_{true} |

iii. שלב 3 - יצירת מערכת משוואות המתארות את קשרי הטיפוסים בין משתני התוכנית.

| <i>Expression</i> | <i>Equation</i> |
|---|---|
| $((\text{lambda } (f, x) (\text{if } x, (f, 1, x), (f, 3, x))) +, \#t)$ | $T_1 = [T_{plus} \times T_{true} \rightarrow T_0]$ |
| $(\text{lambda } (f, x) (\text{if } x, (f, 1, x), (f, 3, x)))$ | $T_1 = [T_f \times T_x \rightarrow T_3 \setminus T_4]$ |
| $(\text{if } x, (f, 1, x), (f, 3, x))$ | $T_x = \text{boolean}, T_3 = T_4$ |
| $(f, 1, x)$ | $T_f = [T_{num1} \times T_x \rightarrow T_3]$ |
| $(f, 3, x)$ | $T_f = [T_{num3} \times T_x \rightarrow T_4]$ |
| 1 | $T_{num1} = \text{number}$ |
| 3 | $T_{num3} = \text{number}$ |
| + | $T_{plus} = [\text{number} \times \text{number} \rightarrow \text{number}]$ |
| #t | $T_{true} = \text{boolean}$ |

iv. שלב 4 - פתרון מערכת המשוואות.

| <i>Equation</i> | <i>Substitution</i> |
|---|---------------------|
| $T_1 = [T_{plus} \times T_{true} \rightarrow T_0]$ | $\{\}$ |
| $T_1 = [T_f \times T_x \rightarrow T_3 \setminus T_4]$ | |
| $T_x = \text{boolean}$ | |
| $T_3 = T_4$ | |
| $T_f = [T_{num1} \times T_x \rightarrow T_3]$ | |
| $T_f = [T_{num3} \times T_x \rightarrow T_4]$ | |
| $T_{num1} = \text{number}$ | |
| $T_{num3} = \text{number}$ | |
| $T_{plus} = [\text{number} \times \text{number} \rightarrow \text{number}]$ | |
| $T_{true} = \text{boolean}$ | |

| <i>Equation</i> | <i>Substitution</i> |
|---|--|
| $T_1 = [T_f \times T_x \rightarrow T_3 \setminus T_4]$ | $\{T_1 = [T_{plus} \times T_{true} \rightarrow T_0]\}$ |
| $T_x = \text{boolean}$ | |
| $T_3 = T_4$ | |
| $T_f = [T_{num1} \times T_x \rightarrow T_3]$ | |
| $T_f = [T_{num3} \times T_x \rightarrow T_4]$ | |
| $T_{num1} = \text{number}$ | |
| $T_{num3} = \text{number}$ | |
| $T_{plus} = [\text{number} \times \text{number} \rightarrow \text{number}]$ | |
| $T_{true} = \text{boolean}$ | |

| <i>Equation</i> | <i>Substitution</i> |
|---|--|
| $T_x = \text{boolean}$ | $\{T_1 = [T_{plus} \times T_{true} \rightarrow T_0]\}$ |
| $T_3 = T_4$ | |
| $T_f = [T_{num1} \times T_x \rightarrow T_3]$ | |
| $T_f = [T_{num3} \times T_x \rightarrow T_4]$ | |
| $T_{num1} = \text{number}$ | |
| $T_{num3} = \text{number}$ | |
| $T_{plus} = [\text{number} \times \text{number} \rightarrow \text{number}]$ | |
| $T_{true} = \text{boolean}$ | |
| $T_f = T_{plus}$ | |
| $T_x = T_{true}$ | |
| $T_3 \setminus T_4 = T_0$ | |

.ג

| <i>Equation</i> | <i>Substitution</i> |
|---|---|
| $T_3 = T_4$ | $\{T_1 = [T_{plus} \times T_{true} \rightarrow T_0],$ |
| $T_f = [T_{num1} \times T_x \rightarrow T_3]$ | $T_x = \text{boolean}\}$ |
| $T_f = [T_{num3} \times T_x \rightarrow T_4]$ | |
| $T_{num1} = \text{number}$ | |
| $T_{num3} = \text{number}$ | |
| $T_{plus} = [\text{number} \times \text{number} \rightarrow \text{number}]$ | |
| $T_{true} = \text{boolean}$ | |
| $T_f = T_{plus}$ | |
| $T_x = T_{true}$ | |
| $T_3 \setminus T_4 = T_0$ | |

.ד

| <i>Equation</i> | <i>Substitution</i> |
|---|---|
| $T_f = [T_{num1} \times T_x \rightarrow T_3]$ | $\{T_1 = [T_{plus} \times T_{true} \rightarrow T_0],$ |
| $T_f = [T_{num3} \times T_x \rightarrow T_4]$ | $T_x = \text{boolean},$ |
| $T_{num1} = \text{number}$ | $T_3 = T_4\}$ |
| $T_{num3} = \text{number}$ | |
| $T_{plus} = [\text{number} \times \text{number} \rightarrow \text{number}]$ | |
| $T_{true} = \text{boolean}$ | |
| $T_f = T_{plus}$ | |
| $T_x = T_{true}$ | |
| $T_3 \setminus T_4 = T_0$ | |

.ה

| <i>Equation</i> | <i>Substitution</i> |
|--|---|
| $T_f = [T_{num3} \times T_x \rightarrow T_4]$ | $\{T_1 = [T_{plus} \times T_{true} \rightarrow T_0],$ |
| $T_{num1} = number$ | $T_x = boolean,$ |
| $T_{num3} = number$ | $T_3 = T_4,$ |
| $T_{plus} = [number \times number \rightarrow number]$ | $T_f = [T_{num1} \times boolean \rightarrow T_3]\}$ |
| $T_{true} = boolean$ | |
| $T_f = T_{plus}$ | |
| $T_x = T_{true}$ | |
| $T_3 \setminus T_4 = T_0$ | |

| <i>Equation</i> | <i>Substitution</i> |
|--|---|
| $T_{num1} = number$ | $\{T_1 = [T_{plus} \times T_{true} \rightarrow T_0],$ |
| $T_{num3} = number$ | $T_x = boolean,$ |
| $T_{plus} = [number \times number \rightarrow number]$ | $T_3 = T_4,$ |
| $T_{true} = boolean$ | $T_f = [T_{num1} \times boolean \rightarrow T_3],$ |
| $T_f = T_{plus}$ | $T_f = [T_{num3} \times boolean \rightarrow T_3]\}$ |
| $T_x = T_{true}$ | |
| $T_3 \setminus T_4 = T_0$ | |

| <i>Equation</i> | <i>Substitution</i> |
|--|---|
| $T_{num3} = number$ | $\{T_1 = [T_{plus} \times T_{true} \rightarrow T_0],$ |
| $T_{plus} = [number \times number \rightarrow number]$ | $T_x = boolean,$ |
| $T_{true} = boolean$ | $T_3 = T_4,$ |
| $T_f = T_{plus}$ | $T_f = [number \times boolean \rightarrow T_3],$ |
| $T_x = T_{true}$ | $T_f = [T_{num3} \times boolean \rightarrow T_3],$ |
| $T_3 \setminus T_4 = T_0$ | $T_{num1} = number\}$ |

| <i>Equation</i> | <i>Substitution</i> |
|--|---|
| $T_{plus} = [number \times number \rightarrow number]$ | $\{T_1 = [T_{plus} \times T_{true} \rightarrow T_0],$ |
| $T_{true} = boolean$ | $T_x = boolean,$ |
| $T_f = T_{plus}$ | $T_3 = T_4,$ |
| $T_x = T_{true}$ | $T_f = [number \times boolean \rightarrow T_3],$ |
| $T_3 \setminus T_4 = T_0$ | $T_{num1} = number,$ |
| | $T_{num3} = number\}$ |

| <i>Equation</i> | <i>Substitution</i> |
|---------------------------|--|
| $T_{true} = boolean$ | $\{T_1 = [[number \times number \rightarrow number] \times T_{true} \rightarrow T_0],$ |
| $T_f = T_{plus}$ | $T_x = boolean,$ |
| $T_x = T_{true}$ | $T_3 = T_4,$ |
| $T_3 \setminus T_4 = T_0$ | $T_f = [number \times boolean \rightarrow T_3],$ |
| | $T_{num1} = number,$ |
| | $T_{num3} = number,$ |
| | $T_{plus} = [number \times number \rightarrow number]\}$ |

י.

| <i>Equation</i> | <i>Substitution</i> |
|---------------------------|---|
| $T_f = T_{plus}$ | $\{T_1 = [[number \times number \rightarrow number] \times boolean \rightarrow T_0],$ |
| $T_x = T_{true}$ | $T_x = boolean,$ |
| $T_3 \setminus T_4 = T_0$ | $T_3 = T_4,$ |
| | $T_f = [number \times boolean \rightarrow T_3],$ |
| | $T_{num1} = number,$ |
| | $T_{num3} = number,$ |
| | $T_{plus} = [number \times number \rightarrow number],$ |
| | $T_{true} = boolean\}$ |

יא.

| <i>Equation</i> | <i>Substitution</i> |
|---------------------------|--|
| $T_x = T_{true}$ | $\{T_1 = [[number \times number \rightarrow number] \times boolean \rightarrow T_0],$ |
| $T_3 \setminus T_4 = T_0$ | $T_x = boolean,$ |
| | $T_3 = T_4,$ |
| | $[number \times number \rightarrow number] = [number \times boolean \rightarrow T_3],$ |
| | $T_{num1} = number,$ |
| | $T_{num3} = number,$ |
| | $T_{plus} = [number \times number \rightarrow number],$ |
| | $T_{true} = boolean,$ |
| | $T_f = T_{plus}\}$ |

יב.

• נשים לב שישנה שגיאה בהתאמת טיפוסים בין המשתנים.

• $(T_{plus} = [number \times number \rightarrow number] \neq [number \times boolean \rightarrow T_3] = T_f)$.

(ב) פרוצדורה שנייה

i. שלב 1 - שינוי שמות המשתנים בתוכנית לשמות ייחודים.

• $((lambda (f, x, y) (f, x, y)) *, 1, 3)$

ii. שלב 2 - הגדרת משתנה טיפוס לכל תת ביטוי.

| Expression | Variable | הערות |
|--|------------|---|
| $((\text{lambda } (f, x, y) (f, x, y)) *, 1, 3)$ | T_0 | טיפוס הערך המתקבל מהפעלת הפונקציה על הערכים הנתונים |
| $(\text{lambda } (f, x, y) (f, x, y))$ | T_1 | טיפוס ה- lambda |
| (f, x, y) | T_2 | טיפוס הערך המתקבל מהפעלת הפונקציה f על הערכים הנתונים |
| f | T_f | טיפוס הפונקציה f |
| x | T_x | טיפוס המשתנה x |
| y | T_y | טיפוס המשתנה y |
| $*$ | T_m | טיפוס האופרטור כפל |
| 1 | T_{num1} | טיפוס הערך 1 |
| 3 | T_{num3} | טיפוס הערך 3 |

iii. שלב 3 - יצירת מערכת משוואות המתארות את קשרי הטיפוסים בין משתני התוכנית.

| Expression | Equation |
|--|---|
| $((\text{lambda } (f, x, y) (f, x, y)) *, 1, 3)$ | $T_1 = [T_m \times T_{num1} \times T_{num3} \rightarrow T_0]$ |
| $(\text{lambda } (f, x, y) (f, x, y))$ | $T_1 = [T_f \times T_x \times T_y \rightarrow T_2]$ |
| (f, x, y) | $T_f = [T_x \times T_y \rightarrow T_2]$ |
| $*$ | $T_m = [number \times number \rightarrow number]$ |
| 1 | $T_{num1} = number$ |
| 3 | $T_{num3} = number$ |

iv. שלב 4 - פתרון מערכת המשוואות.

| Equation | Substitution |
|---|--------------|
| $T_1 = [T_m \times T_{num1} \times T_{num3} \rightarrow T_0]$ | $\{\}$ |
| $T_1 = [T_f \times T_x \times T_y \rightarrow T_2]$ | |
| $T_f = [T_x \times T_y \rightarrow T_2]$ | |
| $T_m = [number \times number \rightarrow number]$ | |
| $T_{num1} = number$ | |
| $T_{num3} = number$ | |

| Equation | Substitution |
|---|---|
| $T_1 = [T_f \times T_x \times T_y \rightarrow T_2]$ | $\{T_1 = [T_m \times T_{num1} \times T_{num3} \rightarrow T_0]\}$ |
| $T_f = [T_x \times T_y \rightarrow T_2]$ | |
| $T_m = [number \times number \rightarrow number]$ | |
| $T_{num1} = number$ | |
| $T_{num3} = number$ | |
| $T_2 = T_0$ | |

| <i>Equation</i> | <i>Substitution</i> |
|---|---|
| $T_f = [T_x \times T_y \rightarrow T_2]$ | $\{T_1 = [T_m \times T_{num1} \times T_{num3} \rightarrow T_0]\}$ |
| $T_m = [number \times number \rightarrow number]$ | |
| $T_{num1} = number$ | |
| $T_{num3} = number$ | |
| $T_f = T_m$ | |
| $T_x = T_{num1}$ | |
| $T_y = T_{num3}$ | |
| $T_2 = T_0$ | |

⋄

| <i>Equation</i> | <i>Substitution</i> |
|---|--|
| $T_m = [number \times number \rightarrow number]$ | $\{T_1 = [T_m \times T_{num1} \times T_{num3} \rightarrow T_0],$ |
| $T_{num1} = number$ | $T_f = [T_x \times T_y \rightarrow T_2]\}$ |
| $T_{num3} = number$ | |
| $T_f = T_m$ | |
| $T_x = T_{num1}$ | |
| $T_y = T_{num3}$ | |
| $T_2 = T_0$ | |

⋄

| <i>Equation</i> | <i>Substitution</i> |
|---------------------|--|
| $T_{num1} = number$ | $\{T_1 = [[number \times number \rightarrow number] \times T_{num1} \times T_{num3} \rightarrow T_0],$ |
| $T_{num3} = number$ | $T_f = [T_x \times T_y \rightarrow T_2],$ |
| $T_f = T_m$ | $T_m = [number \times number \rightarrow number]\}$ |
| $T_x = T_{num1}$ | |
| $T_y = T_{num3}$ | |
| $T_2 = T_0$ | |

⋄

| <i>Equation</i> | <i>Substitution</i> |
|---------------------|--|
| $T_{num3} = number$ | $\{T_1 = [[number \times number \rightarrow number] \times number \times T_{num3} \rightarrow T_0],$ |
| $T_f = T_m$ | $T_f = [T_x \times T_y \rightarrow T_2],$ |
| $T_x = T_{num1}$ | $T_m = [number \times number \rightarrow number],$ |
| $T_y = T_{num3}$ | $T_{num1} = number\}$ |
| $T_2 = T_0$ | |

⋄

| <i>Equation</i> | <i>Substitution</i> |
|------------------|--|
| $T_f = T_m$ | $\{T_1 = [[number \times number \rightarrow number] \times number \times number \rightarrow T_0],$ |
| $T_x = T_{num1}$ | $T_f = [T_x \times T_y \rightarrow T_2],$ |
| $T_y = T_{num3}$ | $T_m = [number \times number \rightarrow number],$ |
| $T_2 = T_0$ | $T_{num1} = number,$ |
| | $T_{num3} = number\}$ |

.'٨

| <i>Equation</i> | <i>Substitution</i> |
|------------------|--|
| $T_x = T_{num1}$ | $\{T_1 = [[number \times number \rightarrow number] \times number \times number \rightarrow T_0],$ |
| $T_y = T_{num3}$ | $T_f = [T_x \times T_y \rightarrow T_2],$ |
| $T_2 = T_0$ | $T_m = [number \times number \rightarrow number],$ |
| $T_x = number$ | $T_{num1} = number,$ |
| $T_y = number$ | $T_{num3} = number\}$ |
| $T_2 = number$ | |

.'٨

| <i>Equation</i> | <i>Substitution</i> |
|------------------|--|
| $T_y = T_{num3}$ | $\{T_1 = [[number \times number \rightarrow number] \times number \times number \rightarrow T_0],$ |
| $T_2 = T_0$ | $T_f = [number \times T_y \rightarrow T_2],$ |
| $T_x = number$ | $T_m = [number \times number \rightarrow number],$ |
| $T_y = number$ | $T_{num1} = number,$ |
| $T_2 = number$ | $T_{num3} = number,$ |
| | $T_x = T_{num1}\}$ |

.'٨

| <i>Equation</i> | <i>Substitution</i> |
|-----------------|--|
| $T_2 = T_0$ | $\{T_1 = [[number \times number \rightarrow number] \times number \times number \rightarrow T_0],$ |
| $T_x = number$ | $T_f = [number \times number \rightarrow T_2],$ |
| $T_y = number$ | $T_m = [number \times number \rightarrow number],$ |
| $T_2 = number$ | $T_{num1} = number,$ |
| | $T_{num3} = number,$ |
| | $T_x = T_{num1},$ |
| | $T_y = T_{num3}\}$ |

.'٨

| <i>Equation</i> | <i>Substitution</i> | |
|-----------------|--|------|
| $T_x = number$ | $\{T_1 = [[number \times number \rightarrow number] \times number \times number \rightarrow T_2],$ | |
| $T_y = number$ | $T_f = [number \times number \rightarrow T_2],$ | |
| $T_2 = number$ | $T_m = [number \times number \rightarrow number],$ | |
| | $T_{num1} = number,$ | י"א. |
| | $T_{num3} = number,$ | |
| | $T_x = T_{num1},$ | |
| | $T_y = T_{num3},$ | |
| | $T_2 = T_0\}$ | |

| <i>Equation</i> | <i>Substitution</i> | |
|-----------------|--|------|
| $T_y = number$ | $\{T_1 = [[number \times number \rightarrow number] \times number \times number \rightarrow T_2],$ | |
| $T_2 = number$ | $T_f = [number \times number \rightarrow T_2],$ | |
| | $T_m = [number \times number \rightarrow number],$ | |
| | $T_{num1} = number,$ | י"ב. |
| | $T_{num3} = number,$ | |
| | $T_x = T_{num1},$ | |
| | $T_y = T_{num3},$ | |
| | $T_2 = T_0,$ | |
| | $T_x = number\}$ | |

| <i>Equation</i> | <i>Substitution</i> | |
|-----------------|--|------|
| $T_2 = number$ | $\{T_1 = [[number \times number \rightarrow number] \times number \times number \rightarrow T_2],$ | |
| | $T_f = [number \times number \rightarrow T_2],$ | |
| | $T_m = [number \times number \rightarrow number],$ | |
| | $T_{num1} = number,$ | |
| | $T_{num3} = number,$ | י"ג. |
| | $T_x = T_{num1},$ | |
| | $T_y = T_{num3},$ | |
| | $T_2 = T_0,$ | |
| | $T_x = number,$ | |
| | $T_y = number\}$ | |

| <i>Equation</i> | <i>Substitution</i> | |
|-----------------|---|------|
| | $\{T_1 = [[number \times number \rightarrow number] \times number \times number \rightarrow number],$ | |
| | $T_f = [number \times number \rightarrow number],$ | |
| | $T_m = [number \times number \rightarrow number],$ | |
| | $T_{num1} = number,$ | |
| | $T_{num3} = number,$ | |
| | $T_x = T_{num1},$ | י"ד. |
| | $T_y = T_{num3},$ | |
| | $T_2 = T_0,$ | |
| | $T_x = number,$ | |
| | $T_y = number,$ | |
| | $T_2 = number\}$ | |

- ישנה תאימות מלאה בין כל משתני הטיפוסים ובכך הסקנו את כלל משתני הטיפוסים.
- $T_1 = [[number \times number \rightarrow number] \times number \times number \rightarrow number]$

3. סעיף שלישי

```
// (define (var : texp) val)
// tenv-val = extend-tenv(var:texp; tenv)
// If type<val>(tenv-val) = texp
// then type<(define (var : texp) val)>(tenv) = void
```