UNIVERSIDAD AUTONOMA CHAPINGO
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MECANICA AGRICOLA

INGENIERIA DE CONTROL MODERNO
TAREA No. 2

1. Un sistema regulador tiene la planta

$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{10}{(s+1)(s+2)(s+3)}$. Usando las variables de estado $x_1 = y$, $x_2 = \dot{x}_1$, $x_3 = \dot{x}_2$ y la ley de control $u(t) = -\mathbf{Kx}$. Se desea ubicar los polos en lazo cerrado del sistema en: $s = -2 \pm j2\sqrt{3}$, $s = -10$.

a) Obtener analíticamente la representación de Espacio de Estados.
b) Determinar si el sistema en espacio de estados es completamente controlable para los estados (prueba de controlabilidad) analíticamente y/o con MATLAB.
c) Determinar la matriz de ganancias de retroalimentación de los estados $\mathbf{K}$, analíticamente y/o con MATLAB.
d) Simular la respuesta del sistema en lazo cerrado. Proponer condiciones iniciales.

2. Considere el sistema del problema (1)
   a) Obtener la representación en espacio de estado con la función *tf2ss* de MATLAB
   b) Determinar si el sistema es completamente controlable para los estados, analíticamente y/o con MATLAB.
   c) Determinar la matriz de ganancias de retroalimentación de los estados $\mathbf{K}$, analíticamente y/o con MATLAB.
   d) Simular la respuesta del sistema en lazo cerrado. Proponer condiciones iniciales

3. Mostrar que el sistema siguiente

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

No puede ser estabilizado por el control $u(t) = -\mathbf{Kx}$, sin importar que matriz $\mathbf{K}$ se elija.

4. Para el sistema definido por la ecuación siguiente:

$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{B}u$, $y = \mathbf{Cx}$, donde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -5 & -6 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Usando el control con retroalimentación de los estados $u(t) = -\mathbf{Kx}$, se desea tener los polos en lazo cerrado en $s = -2 \pm j4$, $s = -10$.

a) Verificar si el sistema es completamente controlable para los estados, analíticamente y/o mediante MATLAB.
b) Determinar la matriz de ganancias para los estados ($\mathbf{K}$) analíticamente y/o mediante MATLAB.
c) Simular la respuesta del sistema en lazo cerrado. Proponer condiciones iniciales

5. Para el sistema en espacio de estados siguiente:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \;;\; y = \mathbf{C}\mathbf{x}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -5 & -6 \end{bmatrix},\; \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix},\; \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

con ley de control $u(t) = k_1 r - (k_1x_1 + k_2x_2 + k_3x_3)$.

a) Verificar si el sistema es controlable para los estados.
b) Determinar las constantes ganancias de retroalimentación de los estados k_1, k_2, k_3 tal que los polos deseados en lazo cerrado estén localizados en $s_1 = -2 + j4$, $s_2 = -2 - 4j$ y $s = -10$.
c) Obtener la respuesta del sistema a una entrada escalón unitaria.

6. Un péndulo invertido es descrito mediante las ecuaciones diferenciales siguientes: $\ddot{\theta} = \frac{M+m}{M \cdot l} g\theta - u$; $\ddot{x} = \frac{u}{M} - \frac{mg}{M}\theta$, donde θ es la rotación de la barra del péndulo y x es la posición del carro. Si M=2 Kg, m=0.5 kg y $l = 1$ m. Utilizando las variables de estado $x_1 = \theta$, $x_2 = \dot{\theta}$, $x_3 = x$, $x_4 = \dot{x}$ y las variables de salida $y_1 = \theta = x_1$, $y_2 = x = x_3$.

a. Escriba las ecuaciones de estado $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u$; $y = \mathbf{C}\mathbf{x}$
b. Verificar si el sistema es completamente controlable para los estados.
b. Determine la matriz K de retroalimentación para los estados, usando los polos deseados en lazo cerrado $s_1 = -4 + j4$, $s_2 = -4 - j4$, $s_3 = -20$, $s_4 = -20$.
c) Escriba un programa en MATLAB para obtener la respuesta del sistema de control a una condición inicial arbitraria. Utilice como condiciones iniciales $x_1(0) = 0$, $x_2(0) = 0$, $x_3(0) = 0$, $x_4(0) = 1$ m/s.
d) Escriba un programa en MATLAB para obtener la respuesta del sistema de control a una entrada escalón unitaria.

7. Para el sistema en espacio de estados siguiente:

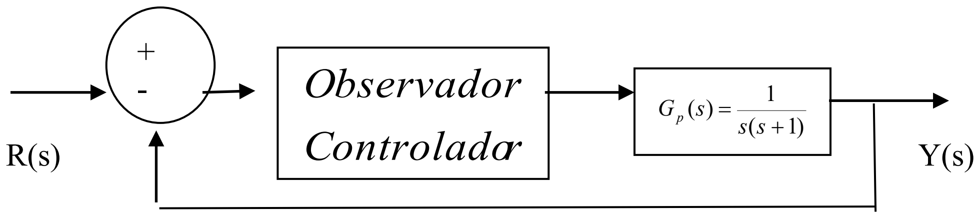
$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \,.\; y = \mathbf{C}\mathbf{x}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -5 & -6 & 0 \end{bmatrix},\; \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix},\; \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

a) Verificar que el sistema es completamente observable (prueba de observabilidad).

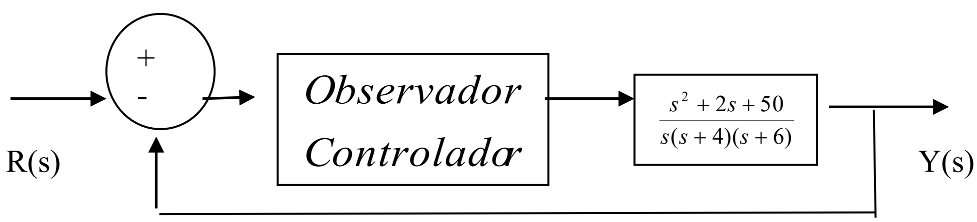
b) Diseñar un observador para los estados de orden completo, suponiendo que los polos deseados son $s_1 = -10$, $s_2 = -10$, $s_3 = -15$

8. Para el sistema indicado en el diagrama siguiente



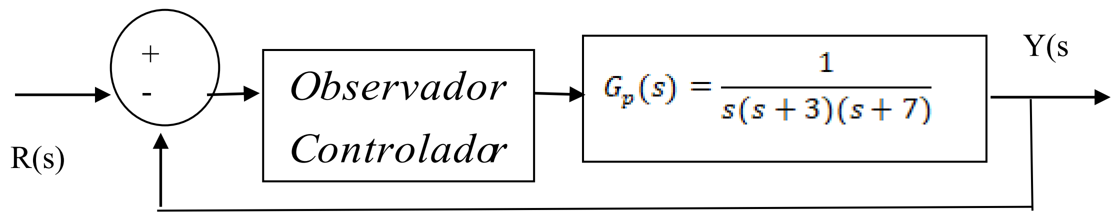
a) Obtener la representación de la planta en espacio de estados
b) Verificar que el sistema es controlable.
c) Verificar que el sistema es observable.
d) Diseñar un sistema de control con observador de orden completo suponiendo que los polos deseados en lazo cerrado del sistema son $s_1 = -2 + j2$ y $s_1 = -2 - j2$ y que los polos deseados del observador son $s_1 = -8$ y $s_2 = -8$.
e) Obtener la función de transferencia del observador-controlador y el comportamiento del sistema a una entrada escalón unitaria.

9. Para el sistema indicado en el diagrama siguiente



a) Obtener la representación de la planta en espacio de estados.
b) Verificar que el sistema es controlable.
c) Verificar que el sistema es observable.
d) Diseñar un sistema de control-observador con un observador de orden completo suponiendo que los polos deseados en lazo cerrado son $s_1 = -1 + j2$, $s_1 = -1 - j2$ y s_3=-5. Los polos deseados del observador de orden completo son: $s_1 = -10$, $s_2 = -10$ y $s_3 = -10$
e) Diseñar un sistema de control-observador con un observador de orden mínimo. Los polos deseados del observador de orden mínimo: $s_1 = -10$ y $s_2 = -10$.
f) Comparar el comportamiento de ambos sistemas para una entrada escalón unitaria.

10. Para el sistema indicado en el diagrama siguiente:



Diseñar un observador de estados de orden completo que permita que la respuesta del sistema a una entrada escalón unitaria tenga un factor de amortiguación de 0.4 y una frecuencia natural sin amortiguación de 75. Ubicar el tercer polo deseado 10 veces más lejos del eje imaginario que los polos dominantes en lazo cerrado.