

Universidad Autónoma Chapingo
Departamento de Ingeniería Mecánica Agrícola
Curso Control Moderno

4 de junio de 2024

Dado el sistema en en espacio de estados:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \quad (1)$$

$$y = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (2)$$

con la ley de control:

$$u(t) = r\bar{N} - \mathbf{K}\tilde{\mathbf{x}} \quad (3)$$

Sustituyendo la ecuación (3) en la ecuación (1)

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{B}\mathbf{K}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{B}r\bar{N} \quad (4)$$

Sumando y restando el término $\mathbf{B}\mathbf{K}\mathbf{x}$ en la ecuación (4)

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{B}\mathbf{K}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{K}\mathbf{x} - \mathbf{B}\mathbf{K}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{B}r\bar{N} \quad (5)$$

Factorizando el lado derecho de la ecuación (5)

$$\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{K}(\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}) + \mathbf{B}r\bar{N} \quad (6)$$

Como la diferencia entre el estado real $\mathbf{x}(\mathbf{t})$ y el estado observado $\tilde{\mathbf{x}}(t)$ es el error $\mathbf{e}(\mathbf{t})$, la ecuación (6) se puede escribir como:

$$\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{K}\mathbf{e} + \mathbf{B}r\bar{N} \quad (7)$$

Y como la ecuación de la dinámica del error del observador está dada por:

$$\dot{\mathbf{e}} = (\mathbf{A} - \mathbf{K}_e\mathbf{C})\mathbf{e} \quad (8)$$

Entonces, combinando las ecuaciones (7) y (8) se obtiene la ecuación en espacio de estados:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{e}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{BK} & \mathbf{BK} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A} - \mathbf{K}_e \mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{e} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}\bar{N} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} r \quad (9)$$

Y como el vector de estados aumentado es el vector columna $\begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{e} \end{bmatrix}$ la matriz \mathbf{C} aumentada es:

$$y = [\mathbf{C} \quad \mathbf{0}] \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{e} \end{bmatrix} \quad (10)$$