

## הסתברות למדעי המחשב 2391 – 1 – 201

מועד ב, 2019

נכתב ע"י רונן פרץ בתאריך 14.1.2018

תאריך הבחינה: 22.2.2019

שם המרצה: רונן פרץ

מבחן ב: הסתברות

מס' קורס: 2391 – 1 – 201

מיועד לתלמידי: מדעי המחשב

שנה: 2019 סמ' א מועד: ב

משך הבחינה: 3 שעות

חומר עזר: מחשבון+נוסחאון

לפניך 10 בעיות. בכל בעיה ישנם מספר היגדים שרק אחד מהם נכון. עליך לסמן את ההיגד הנכון ורק אותו. את תשובותיך עליך לכתוב בטבלא המצורפת אחרת המבחן לא ייבדק.

## בהצלחה

### בעיה 1

מפזרים אקראית 3 כדורים ב-3 תאים. נסמן ב- $X$  את מספר הכדורים בתא הראשון וב- $Y$  את מספר הכדורים בתא השני. מקדם המיתאם  $R(X, Y)$  שבין  $X$  ו- $Y$  הוא:  
א.  $-1/4$ , ב.  $-1/2$ , ג.  $-1/3$ , ד.  $-2/3$ , ה. אף אחת מן התשובות הקודמות אינה נכונה.

### בעיה 2

נניח ש- $X$  הוא מ"מ אי שלילי,  $X \geq 0$ . נתבונן באי השווינונים הבאים:  
 $a. 2E(3X) \geq 3P(2X > 1)$ ,  $b. 2E(X) \geq P(2X > 1)$ ,  $c. 27E(X) > 64P(X > e)$ .  
אז:  
א. רק  $a$  נכון, ב. רק  $b$  נכון, ג.  $c$  לא נכון, ד. רק  $a$  ו- $b$  נכונים, ה.  $a, b, c$  נכונים, ו. אף אחת מן התשובות הקודמות אינה נכונה.

### בעיה 3

יש לנו  $r_1$  פריטים מסוג  $A$  ו- $r_2$  פריטים מסוג  $B$ . מסדרים את  $r_1 + r_2$  הפריטים בשורה. סידרה של פריטים מאותו הסוג שבאים בזה אחר זה נקראים רצף. למשל ב:  $ABAAAABBABBBAA$  יש לנו  $r_1 = 8$ ,  $r_2 = 6$  ויש 4 רצפים מכסימליים מסוג  $A$  ו-3 מסוג  $B$ . ההסתברות לקבל מספר זוגי  $k = 2n$  של רצפים מכסימליים משני הסוגים היא:

$$\binom{r_1}{n} \binom{r_2}{n} / \binom{r_1 + r_2}{r_1},$$

ב.

$$2 \binom{r_1 - 1}{n - 1} \binom{r_2 - 1}{n - 1} / \binom{r_1 + r_2}{r_1},$$

ג.

$$\binom{r_1 - 1}{n - 1} \binom{r_2 - 1}{n - 1} / \binom{r_1 + r_2}{r_1},$$

ד.

$$2 \binom{r_1}{n} \binom{r_2}{n} / \binom{r_1 + r_2}{r_1},$$

ה.

$$\binom{r_1 - 1}{n - 1} \binom{r_2 - 1}{n - 1} / 2^{r_1 + r_2},$$

ו. אף אחת מן התשובות הקודמות אינה נכונה.

### בעיה 4

מ"מ  $X$  רציף מקבל את כל הערכים הממשיים. לפונקצית הצפיפות של  $X$  ישנה הצורה:

$$f(x) = \frac{1}{ax^2 + x + 1}.$$

ההסתברות של המאורע  $X \leq -1/2a$  היא:

א.  $1/4$ , ב.  $1/2$ , ג.  $2/\pi$ , ד.  $1/\pi$ , ה. אף אחת מן התשובות הקודמות אינה נכונה.

### בעיה 5

המ"מ הרציף  $X$  הוא בעל פונקצית הצפיפות  $f(x) = (8/\pi)\sqrt{x(1-x)}$  עבור  $0 < x < 1$  ו- $f(x) = 0$  אחרת. ערכה של פונקצית הצפיפות של המ"מ  $Y = 2X + 1$  בנקודה  $1/\sqrt{2}$  היא:

א.  $\sqrt{3}/\pi$ , ב.  $\sqrt{2}/\pi$ , ג.  $0$ , ד.  $1/(\sqrt{2}\pi)$ , ה.  $2/\pi$ , ו. אף אחת מן התשובות הקודמות אינה נכונה.

## בעיה 6

יעל מטילה  $n + 1$  מטבעות הוגנות ושי מטיל  $n$  מטבעות הוגנות. ההסתברות שיעל קיבלה יותר "ראשים" משי היא:  
א.  $3/4$ , ב.  $1/2$ , ג.  $1/4$ , ד.  $1/8$ , ה.  $5/8$ , ו. אף אחת מן התשובות הקודמות אינה נכונה.

## בעיה 7

ברשותך  $n$  זוגות גרביים, כלומר  $2n$  גרביים, בעלי גווני אפור ממוספרים מ-1 ל- $n$  ולבן ועד  $n$ -שחור. אתה מוציא את הגרביים באופן עיוור מהמגרה ומזווג אותן באופן אקראי. ההסתברות שזיווגת אותן כך שהצבעים בכל זוג נבדלים ב-1 לכל היותר היא:  
א.

$$\frac{(2^{n+1} - 1)2^n n!}{3(2n)!},$$

ב.

$$\frac{(2^{n+1} - 1)2^n n!}{5(2n)!},$$

ג.

$$\frac{(2^{n+1} + (-1)^n)2^n n!}{3(2n)!},$$

ד.

$$\frac{(2^{n+1} + (-1)^n)2^n n!}{3(2n + 1)!},$$

ה. אף אחת מן התשובות הקודמות אינה נכונה.

## בעיה 8

שני מספרים ממשיים  $X$  ו- $Y$  נבחרים באקראי באינטרוול  $(0, 1)$ . ההסתברות שהשלם הקרוב ביותר ל- $X/Y$  הוא מספר זוגי היא:  
א.  $1/\pi$ , ב.  $1 - (1/\pi)$ , ג.  $(1/2) + (\pi/4)$ , ד.  $(1/2) - (\pi/4)$ , ה.  $(\pi/4) - (5/4)$ , ו. אף אחת מן התשובות הקודמות אינה נכונה.  
אתה יכול להיעזר בזהות הבאה:

$$1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots = \frac{\pi}{4}.$$

## בעיה 9

קובייה הוגנת מוטלת ו- $X$  מסמן את התוצאה. לאחר מכן  $X$  הטלות של מטבע הוגן מתבצעות ומספר ה"ראשים" מסומן ב- $Y$ . ההסתברות  $P(X = 5 | Y = 4)$  היא:  
א.  $11/29$ , ב.  $10/31$ , ג.  $9/30$ , ד.  $10/29$ , ה. אף אחת מן התשובות הקודמות אינה נכונה.

## בעיה 10

המומנט השלישי המרכזי של המשתנה הפואסוני בעל הפרמטר  $\lambda > 0$  הוא:  
א.  $\lambda - \lambda^2$ , ב.  $\lambda - 2\lambda^2$ , ג.  $\lambda - 3\lambda^2$ , ד.  $\lambda - 4\lambda^2$ , ה. אף אחת מן התשובות הקודמות אינה נכונה.