

# Comment sauver une startup de jeux vidéo uniquement en sachant trier efficacement ?

Un Apprentissage Par Problème (APP) destiné aux étudiants  
du module Algorithmie avancée 1

Cédric Coussinet



## Triage des scores des joueurs en ligne

Vous êtes une équipe d'ingénieurs d'informatique pour une startup dans les jeux vidéo. Cette startup s'est positionnée sur les jeux occasionnels (casual game) rapides. La fondatrice de la startup est une ancienne chercheuse en chimie qui s'est reconvertie en entrepreneuse. Elle a apporté l'idée de faire des jeux courts inspirés des problèmes de combinaison moléculaire. Lauréate du concours national d'aide à la création d'entreprises innovantes, elle a utilisé les fonds pour vous embaucher à faire un prototype.

Après moult difficultés, vous avez réussi à faire ce prototype.

Mais maintenant, il faut travailler sur l'aspect communautaire en favorisant le côté compétitif en temps réel.

Un joueur doit effectuer dix scores en moins cinq minutes. Chaque score est une valeur réelle comprise en 10.0 et 0.0 bornes incluses. Les dix scores, une fois obtenus, sont affichés par ordre de performance puis comparés au score des autres joueurs pour donner un classement global entre les joueurs. Le classement global repose sur le calcul d'un score final qui correspond à la soustraction de la moyenne des scores par le nombre de scores des autres joueurs se situant entre les scores maximum et minimum du joueur, divisé par le nombre total de scores autre que le joueur :

$\text{Score\_Global} = \text{Moyennes\_10Scores} - \text{nbr\_scores\_entre\_min\_max} / \text{nbr\_scores\_autre\_joueurs}$

Soit par exemple :

Joueur	B	A	B	B	B	A	B	A	A	B	B	B	A	A	B	A	B	A	A	A
Score	9.2	9.1	9	8	7.1	7	6.9	6.8	6.7	6.6	5	5.5	5.4	5.3	5	4	3	2	1	0

$\text{Score\_Global du joueur A} = (9.1 + 7 + 6.8 + 6.7 + 5.4 + 5.3 + 4 + 2 + 1 + 0)/10 - 9/10$

Le cas des scores identiques n'est pas considéré car pour l'ancienne chimiste cela est hautement improbable compte tenu du jeu.

Tout paraissait simple en prenant un algorithme de tri au hasard, mais la dirigeante de la startup souhaite une solution optimisée. Elle espère une diffusion virale du jeu et par conséquent, il faudra tenir la charge du côté serveur afin de donner le classement global le plus rapidement possible.

L'ancienne chimiste se doute qu'il existe plusieurs manières de trier.

Par ailleurs, elle a conservé sa rigueur scientifique. Elle souhaite que vous lui *démontriez/justifiiez* que vous avez la meilleure solution pour chaque tri et que vous puissiez le *montrer* empiriquement via une simulation en Python de toute la chaîne : tri des scores locaux puis tri des scores globaux puis tri du classement final.

Pour des raisons de propriétés intellectuelles, la dirigeante de la startup exige que les algorithmes de tri soient développés en interne sans bibliothèque externe.

Enfin, pour budgétiser la puissance à louer, vous devrez proposer une courbe prévisionnelle reliant le temps calcul de vos tris en fonction du nombre de joueur (maximum 5 millions).

## Ressources supplémentaires pour les tuteurs

Pour le tri des dix nombre réels, le tri par insertion est le meilleur, vous pouvez le découvrir empiriquement et non par la complexité avec la notation  $O$ . Ce fait est dû au coût fixe de la complexité des autres algorithmes par rapport au tri par insertion.

En revanche pour la simulation du tri des scores d'un très grand nombre de joueurs (plusieurs millions), il vous faudra des tris beaucoup plus efficaces. Saurez-vous trouver les tris adéquats ?

# Les ressources pour traiter la situation-problème

## Documents

[Module 29 : Notions et dénombrement](#)  
[Module 30 : Analyse de deux tris itératifs](#)  
[Module 31 : Notations pour l'analyse asymptotique](#)

## Définition

[Analyse de la complexité des algorithmes](#)

([https://fr.wikipedia.org/wiki/Analyse\\_de\\_la\\_complexit%C3%A9\\_des\\_algorithmes](https://fr.wikipedia.org/wiki/Analyse_de_la_complexit%C3%A9_des_algorithmes))

L'analyse de **la complexité d'un algorithme** consiste en l'étude formelle de la quantité de ressources (par exemple de temps ou d'espace) nécessaire à l'exécution de cet algorithme. Celle-ci ne doit pas être confondue avec la théorie de la complexité, qui elle étudie la difficulté intrinsèque des problèmes, et ne se focalise pas sur un algorithme en particulier.

[Algorithme de tri](#)

([https://fr.wikipedia.org/wiki/Algorithme\\_de\\_tri](https://fr.wikipedia.org/wiki/Algorithme_de_tri))

Un algorithme de tri est, en informatique ou en mathématiques, un algorithme qui permet d'organiser une collection d'objets selon une relation d'ordre déterminée. Les objets à trier sont des éléments d'un ensemble muni d'un ordre total.

[Matplotlib : bibliothèque graphique en Python](#)

<https://openclassrooms.com/fr/courses/4452741-decouvrez-les-librairies-python-pour-la-data-science/4740942-maitrisez-les-possibilites-offertes-par-matplotlib>

[Les nombres aléatoires en Python :](#)

<https://docs.python.org/3/library/random.html>

## Timing séance « aller » type

Etape	Timing indicatif	Activités	Productions possibles / Produits attendus	Pistes possibles pour le tuteur
1	10 min	<b>Organiser l'équipe</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Une affectation des fonctions</li> <li>Une organisation de l'équipe</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Faire faire les présentations</li> <li>Découvrir les cartes « fonctions »</li> <li>Commenter la liste des fonctions</li> </ul>
2	10 min	<b>Prendre connaissance de l'énoncé</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Les questions suscitées par l'énoncé. Les incertitudes, les points en suspens, à clarifier (au tableau)</li> <li>Les mots importants en rapport avec le sujet</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Distribuer le carnet et le faire parcourir</li> <li>Faire lire l'énoncé et détecter les mots significatifs</li> <li>Faire lister au tableau les termes significatifs</li> <li>Faire lister au tableau les questions, incertitudes,.</li> </ul>
3	10 min	<b>Comprendre et reformuler le problème</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Une formulation synthétique (dépouillée des détails inutiles) et générale du problème identifié (et des problèmes secondaires s'il y a lieu), y compris des livrables attendus</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Faire ébaucher au tableau une carte du problème (termes importants et <u>relations</u> entre eux)</li> <li>Faire définir la mission</li> <li>La reformulation est consignée par le secrétaire afin d'être communiquée à tous les membres</li> </ul>
4	30 min	<b>Etablir des pistes pour traiter le problème</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Le cas échéant, une liste des éléments de réponse a priori aux questions posées dans l'énoncé et qu'il faudra confronter aux données scientifiques</li> <li>Les questions suscitées par l'énoncé et auxquelles il faudra être capable de répondre</li> <li>Une liste des différentes manières imaginées pour traiter le problème</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Réponses a priori aux questions posées dans l'énoncé</li> <li>Quelles sont les questions suscitées par l'énoncé ?</li> <li>Qu'est-ce qui manque pour traiter la situation ?</li> <li>Différentes manières d'aborder le problème, la mission</li> </ul>
5	20 min	<b>Formuler les acquis d'apprentissage</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Une liste d'objectifs d'apprentissage, éventuellement sous la forme de questions auxquelles il faudrait être capables de répondre</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Comparer avec les objectifs fournis (p. 2)</li> </ul>
6	15 min	<b>Formuler un plan d'action</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Une liste des tâches à accomplir, éventuellement réparties</li> <li>Une liste des <b>livrables</b> à produire</li> <li>Une liste des sources à identifier, à consulter</li> <li>Les idées claires pour travailler individuellement</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><b>Décourager le partage du travail (donc des apprentissages) Ne pas s'opposer au partage des ressources</b></li> <li>Mettre au tableau les références à consulter par tous</li> <li>Identifier les tâches à faire par tous (en relation avec les objectifs d'apprentissage et avec les livrables)</li> <li>Clarification de la phase de travail autonome : chacun sait-il ce qu'il doit faire ?</li> <li>Chacun sait-il ce qu'il doit apporter pour la séance « retour » ?</li> </ul>

### Question clés qui devraient émerger lors de la séance « aller »

Sur *la mission* (étape 3) :

- Que devons-nous faire au juste ? A quelle(s) question(s) devons-nous répondre ?
- Quelle est la production demandée (livrables) ?

Sur *les objectifs d'apprentissage* (étape 5) être capable de répondre à des questions telles que

Quels tris existe-t-il ? Comment évaluer un tri ? Existe-t-il un meilleur tri pour les cas ?  
Qu'est-ce la complexité pour un tri ? Sur quels critères peut-on évaluer un tri ?

### Questions que le tuteur pourrait poser pendant la séance « aller » pour orienter les étudiants (sans les diriger)

- Comment représenter en Python une situation de test ?
- Comment générer aléatoirement des valeurs tests ?
- Que faire des doublons les enlever ou les laisser ? Peut-on les éviter ?
- Comment vérifier que les données de test sont valides ou du moins correspondent à l'énoncé ?
- Comment vérifier que le classement final est le bon ?
- Mesurer le temps d'exécution pour évaluer un algorithme, est-ce fiable ?
- Toutes les listes mélangées générées, sont-elles équivalentes ?
- Le nombre d'opérations pour trier une liste d'une longueur N, est-il toujours exactement le même ? Est-ce important ?
- Quelles courbes pourraient départager différentes solutions ? (Courbes empirique/théorique)
- Après vos traitements, comment saurez-vous qui est le meilleur joueur ?
- Quel serait la pire situation ? Pourquoi ? Effectuer un tri est-il toujours indispensable ? Pourquoi ?
- Peut-on déterminer le meilleur tri, indépendamment des uns des autres ? Pourquoi ?
- Peut-on écrire et tester la procédure qui calcule le score global indépendamment de la problématique du triage ?
- Pouvez-vous schématiser l'enchaînement des traitements ? Quels sont les données d'entrée et sortie à chaque étape ?
- Que se passe-t-il s'il y a qu'un seul joueur ?

## Calendrier du traitement de l'APP :

### Timing séance « aller » et travail individuel

Phases et Etapes		Tâches
Phases A séance « ALLER »	1 10min	<b>Organiser l'équipe :</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Se répartir les fonctions indispensables (voir page 11)</li> <li><i>Le barreur prend connaissance des étapes à parcourir et garde le cap</i></li> <li><i>Le gardien du temps s'engage à surveiller le timing</i></li> </ul>
	2 10min	<b>Prendre connaissance du document fourni :</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Chacun effectue un premier survol du cahier pour se familiariser avec le contenu</li> </ul>
	3 10min	<b>Comprendre et clarifier le problème :</b> à partir de la p. 3 : <ul style="list-style-type: none"> <li>Quel est au juste le problème que nous allons traiter ?</li> <li><i>Le scribe commence à noter ce qui apparaît dans les échanges (mots-clés, concepts, idées, ...)</i></li> </ul>
	4 30min	<b>Etablir ensemble des pistes pour traiter le problème :</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Etablir une liste de questions pertinentes auxquelles il faudra répondre</li> <li>Faire le point sur ce que l'équipe connaît (et ne connaît pas)</li> <li>Le cas échéant, établir une liste de simplifications, de restrictions en vue de limiter la portée du problème (si nécessaire, voir avec le tuteur)</li> <li>Etablir une liste des productions attendues</li> <li>Envisager différentes pistes pour avancer dans le traitement</li> <li><i>L'activateur lance et relance la discussion quand c'est nécessaire</i></li> </ul>
	5 20min	<b>Préciser les acquis d'apprentissage :</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Que faut-il (ré-)apprendre / découvrir pour traiter le problème ?</li> <li>A quelles questions chacun de nous devra-t-il être capable de répondre à la fin de la séance « RETOUR » ?</li> <li>Que faudra-t-il être capable de faire ?</li> </ul>
	6 15min	<b>Etablir un plan d'action :</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Déterminer les informations à recueillir pour confirmer ou invalider les pistes énumérées</li> <li>Dresser la liste des tâches à accomplir et des livrables à préparer par chacun <u>avant</u> la prochaine séance, ...</li> <li><i>Le secrétaire note ce qui est décidé et s'arrange pour le communiquer aux autres membres de l'équipe</i></li> </ul>

Phase B Travail Indiv.	7 de 6 à 10 h	<b>Travail individuel :</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Mettre en œuvre le plan d'action établi à l'étape 6 : <b>chacun effectue le travail décidé et prépare ce qu'il va apporter à la séance « Retour »</b></li> </ul>
---------------------------	------------------	---

Phases C Séance « RETOUR »		(détails p. 9)
-------------------------------	--	----------------

## Timing séance « retour »

Etape	Timing indicatif	Activités	Productions possibles / Produits attendus	Pistes possibles pour le tuteur
8	10 min	<b>Organiser le groupe</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Une (re)distribution des fonctions</li> <li>Une organisation de l'équipe</li> <li>Un planning de l'étape 9</li> <li><b>Préciser la production attendue</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Demander s'il est utile de changer les attributions des fonctions</li> <li>Insister sur la planification de l'étape 9 : quelles sont les différentes tâches à accomplir et combien de temps y consacrer ?</li> <li>Suggérer de préparer un ou deux posters avec les éléments clés de la réponse de l'équipe.</li> </ul>
9	60 min	<b>Valider les apprentissages, les solutions, les livrables</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Les réponses aux questions formulées lors de la séance « aller »</li> <li>L'inventaire de ce qui a été compris et appris</li> <li>L'inventaire de ce qui reste à approfondir</li> <li>La synthèse à présenter aux autres équipes</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Confrontation sur les points délicats</li> <li>Comparer les apports de chacun</li> <li>Identifier les différences, les complémentarités</li> <li>Mettre l'accent sur la production d'une synthèse : qu'aurait-on envie de communiquer aux autres ?</li> </ul>

## Quelques éléments de réponse attendus du traitement de la situation-problème

Des courbes d'une évaluation empirique comparée à la courbe théorique.  
Des courbes comparatives entre les algorithmes envisagés.  
Les formules de complexité pour les différents tris envisagés avec leurs caractéristiques.  
La démonstration de la formule de la complexité pour les tris simples  
Un tableau au minimum montrant les différentes mesures du temps ou du nombre d'opérations.  
Un schéma représentant l'enchaînement des principales opérations  
Un descriptif en pseudo-code des algorithmes à chaque étape du traitement.  
Un ou plusieurs programmes commentés illustrant leur recherche et leur ayant permis de générer les courbes ou tableaux.  
Une simulation de l'enchaînement total des traitements permettant d'afficher le traitement final.  
Une courbe prévisionnelle de 0 à 5 millions de joueurs

## Questions à poser pour s'assurer de l'atteinte des acquis d'apprentissage visés

Pourquoi avez-vous choisi tel ou tel algorithme de tri ?  
Pouvez-vous expliquer la fonction de tel ou tel sous-programme Python ?  
Que se passe-t-il pour le premier joueur ?  
Comment avez-vous généré vos données de tests ? Comment savez-vous que ces données sont valides ?  
Votre tri est-il en place ? est-il stable ? Est important qu'il soit stable ?  
Le type de données vous a-t-il contraint dans le choix de votre algorithme ?  
Comment avez-vous assemblé les scores des joueurs ? Pourriez-vous vous dispenser de trier après cette étape ?  
Avez-vous constaté une différence de résultat entre une comparaison pratique et une comparaison théorique entre les différents algorithmes de tri ?  
Que signifie avoir une complexité  $O(n \log n)$  ?  
Quel est la complexité en moyenne du tri par insertion ?  
Existe-il un risque que d'avoir deux scores identiques dans les données que vous avez généré ?  
Avez-vous utilisé un tirage sans arrangement ?

Etape	Timing indicatif	Activités	Productions possibles / Produits attendus	Pistes possibles pour le tuteur
10	25 min	<b>QCM</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Répondre aux QCM</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Un par table, sans document</li> </ul>
11	25 min	<b>Correction QCM</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Faire un diaporama des réponses</li> </ul>

## Calendrier du traitement de l'APP :

### Timing séance « retour »

Phases et Etapes		Tâches
Phase C Séance « RETOUR »	8 10min	<b>Organiser l'équipe :</b> <ul style="list-style-type: none"><li>▪ Qui fait quoi (fonctions) ? Faut-il changer les attributions ? De nouvelles fonctions doivent-elles être attribuées ?</li><li>▪ Quelle production faut-il / choisissons-nous de produire ? → livrable(s) (si nécessaire, confirmer avec le tuteur)</li><li>▪ <b>Planification</b> : que faut-il faire à l'étape suivante et comment organiser au mieux le temps disponible ? (+ consignes pour le gardien du temps)</li></ul>
	9 60min	<b>Valider les apprentissages, les solutions, les livrables</b> <ul style="list-style-type: none"><li>▪ Mettre en commun ce que chacun a étudié, préparé, apporté</li><li>▪ Examiner les réponses aux questions formulées lors de la séance « aller »</li><li>▪ Proposer des réponses / solutions à la situation-problème</li><li>▪ Préparer le(s) livrable(s)</li><li>▪ Valider collectivement</li><li>▪ </li></ul>



## A propos des fonctions

Les différentes fonctions utiles/nécessaires à un bon travail en équipe sont présentées sous la forme de fiches/cartes déposées sur la table par le tuteur. Au verso, ces cartes indiquent en quoi consiste la fonction.

Les membres de l'équipe examinent chacune de ces cartes (surtout le verso) et se répartissent les fonctions **en commençant par celles qui sont indispensables**. Il n'est pas nécessaire que les autres fonctions soient attribuées, surtout lorsque c'est un premier APP pour l'équipe. Les cartes sont disposées sur la table de manière à permettre à chacun (et au tuteur) de voir qui prend en charge quelle(s) fonction(s).

Il est néanmoins important que les participants comprennent l'utilité des différentes fonctions ; comme il s'agit d'un premier APP, il n'est pas essentiel d'insister pour que ces fonctions soient exercées de manière parfaite !

Le tuteur veillera à stimuler ceux qui prennent en charge les différentes fonctions, pas à prendre leur place ...

## Des fonctions pour faciliter le travail en équipe...






Pour que le travail en équipe se déroule bien et qu'il soit efficace, un peu d'**organisation** est nécessaire... Le tuteur vous aura remis des fiches/cartes qui décrivent différentes fonctions à assumer pour atteindre cet objectif.

Le verso de chaque carte précise en quoi consiste la fonction définie par la carte. Examinez les cartes et répartissez les fonctions entre les membres. Chacun dispose devant lui (ou elle !) la/les carte(s) qui lui est/sont attribuée(s) de façon à ce que chaque membre puisse voir qui prend en charge quelle(s) fonction(s).




Parmi les fonctions proposées, la fonction « **Participant actif** » doit être assumée par chacun des membres !

### Quelques fonctions à répartir :

#### Fonctions indispensables :

<b>Barreur</b>		Vous veillez à l'avancement du travail. Vous faites en sorte que l'équipe suive les étapes imposées ou qu'elle a décidé de suivre. Vous évitez que l'équipe se fourvoie, perde du temps dans des pistes sans issue.
<b>Activateur</b>		Vous amenez chaque membre de l'équipe à contribuer activement aux travaux ; vous n'oubliez ni le scribe, ni le secrétaire ! En cas de nécessité de répartition de tâches, vous veillez à ce que chaque membre contribue de manière équitable.
<b>Gardien du temps</b>		Vous veillez à la bonne utilisation du temps disponible. Vous attirez l'attention sur le risque de prendre du retard.
<b>Scribe</b>		Sur l'espace de travail commun (p. ex. : flip chart), vous notez les idées importantes, les questions en suspens, les schémas qui émergent lors des discussions, mais sans imposer vos propres points de vue. Vous gérez les feuilles du flip chart pour que l'information utile soit visible pour tous les membres de l'équipe. Vous n'oubliez pas de participer aux discussions !
<b>Secrétaire</b>		Vous produisez une synthèse des éléments importants issus des discussions : ceux qu'il faut conserver pour la suite du travail. Vous consignez toutes les informations nécessaires à la poursuite du travail : les décisions prises, les échéances déterminées, les prochains rendez-vous, les plans de travail collectifs et/ou individuels, etc. Vous diffusez vos productions et les autres documents nécessaires à l'ensemble des membres de l'équipe. Vous n'oubliez pas de participer aux discussions !

#### Fonctions pouvant être utiles :

<b>Circulateur de parole</b>		Vous faites en sorte que chaque membre de l'équipe puisse s'exprimer. Vous incitez les membres en retrait à prendre la parole ; vous n'oubliez ni le scribe, ni le secrétaire ! Vous empêchez l'un ou l'autre membre de l'équipe de mobiliser la parole au détriment des autres.
<b>Porte-parole</b>		Vous présentez l'état ou les résultats du travail de votre équipe d'une manière synthétique et complète, sans marquer de préférence pour votre propre point de vue. Vous utilisez tous les moyens nécessaires pour une communication efficace.
<b>Faiseur de point</b>		Vous faites périodiquement le point sur l'état d'avancement : où en est l'équipe ? qu'est-ce qui est fait ? qu'est-ce qui reste à faire ? que savons-nous et que ne savons-nous pas ? Vous aidez le scribe à noter ces éléments sur l'espace de travail commun.
...		<i>Le cas échéant, ajoutez une fonction qui vous semble utile ou nécessaire</i>