

Лабораторная работа №2

Задача о погоне

Уткина Алина Дмитриевна

Содержание

1	Цель работы	4
2	Задание	5
3	Теоретическое введение	6
4	Выполнение лабораторной работы	9
5	Выводы	15
	Список литературы	16

Список иллюстраций

3.1	Положение катера и лодки в начальный момент времени	6
3.2	Разложение скорости катера на тангенциальную и радиальную составляющие	7
4.1	График с первым условием	11
4.2	График со вторым условием	12
4.3	Код для графика с первым условием	13
4.4	Код для графика со вторым условием	14

1 Цель работы

Целью данной работы является построение математической модели для выбора правильной стратегии при решении задач поиска.

2 Задание

Вариант 55 ($1132226534\%70 + 1 = 55$)

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 17,8 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4,8 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Провести аналогичные рассуждения и вывод дифференциальных уравнений, если скорость катера больше скорости лодки в n раз (значение n задайте самостоятельно)
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

3 Теоретическое введение

1. Принимаем за $t_0 = 0$, $x_{л0} = 0$ - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, $x_{к0} = k$ - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.
2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров $x_{л0}$ ($x_{л0} = 0$), а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны (рис. 3.1).

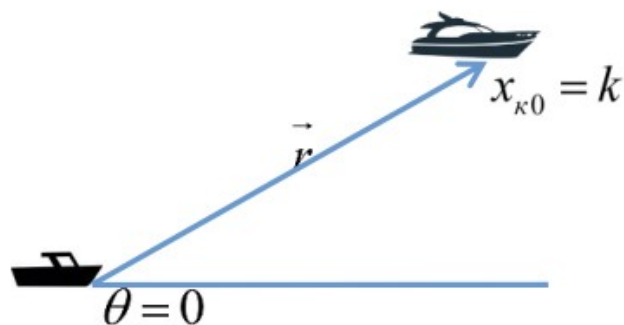


Рис. 3.1: Положение катера и лодки в начальный момент времени

3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса, только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

4. Чтобы найти расстояние x (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x , а катер $k-x$ (или $k+x$, в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как x/v или $(k-x)/2v$ (во втором случае $(x+k)/2v$). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы.
5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: v_r - радиальная скорость и v_t - тангенциальная скорость (рис. 3.2). Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса. Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки. Тангенциальная скорость - это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости на радиус r .

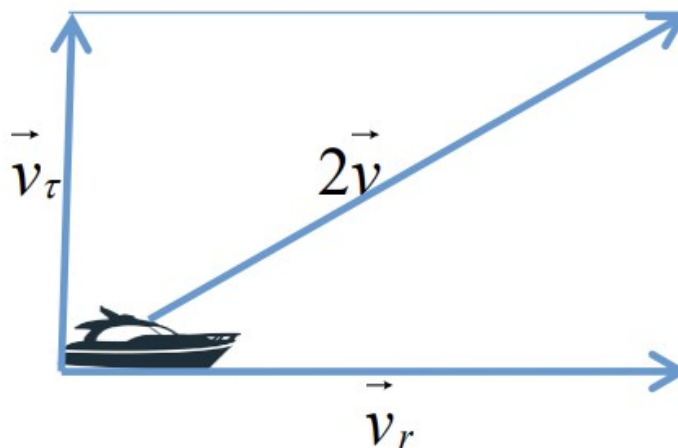


Рис. 3.2: Разложение скорости катера на тангенциальную и радиальную составляющие

6. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух диффе-

ренциальных уравнений с различными начальными условиями. Исключая из полученной системы производную по t , можно перейти к уравнению, решив которое, вы получите траекторию движения катера в полярных координатах.

4 Выполнение лабораторной работы

Принимаем за $t_0 = 0$, $x_{л0} = 17.8$ - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, $x_{к0} = k$ - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

Чтобы найти расстояние (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение.

Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x , а катер $17,8 - x$ (или $17,8 + x$, в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как

$$t = \frac{x}{v}$$

или

$$t = \frac{17,8 - x}{4,8v}$$

и во втором случае

$$t = \frac{17,8 + x}{4,8v}$$

Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние можно найти из следующего уравнения:

$$\frac{x}{v} = \frac{17,8 - x}{4,8v}$$

в первом случае и

$$\frac{x}{v} = \frac{17,8 + x}{4,8v}$$

во втором. Найдем два значения для x :

$$x_1 = 3,07$$

$$x_2 = 4,68$$

После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: v_r - радиальная скорость и v_t - тангенциальная скорость. Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса, нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки.

$$v_r = \frac{dr}{dt} = v$$

Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости на радиус.

$$v_t = \sqrt{(4,8v)^2 - v^2} = \sqrt{22,04}v = r \frac{d\theta}{dt}$$

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{dr}{dt} &= v \\ r \frac{d\theta}{dt} &= \sqrt{22,04}v \end{aligned}$$

с начальными условиями

$$\theta_0 = 0$$

$$r_0 = x_1 = 3,07$$

(рис. 4.1) или

$$\theta_0 = -\pi$$

$$r_0 = x_2 = 4,68$$

(рис. 4.2).

Исключая из полученной системы производную по t , можно перейти к следующему уравнению:

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{22,04}}$$

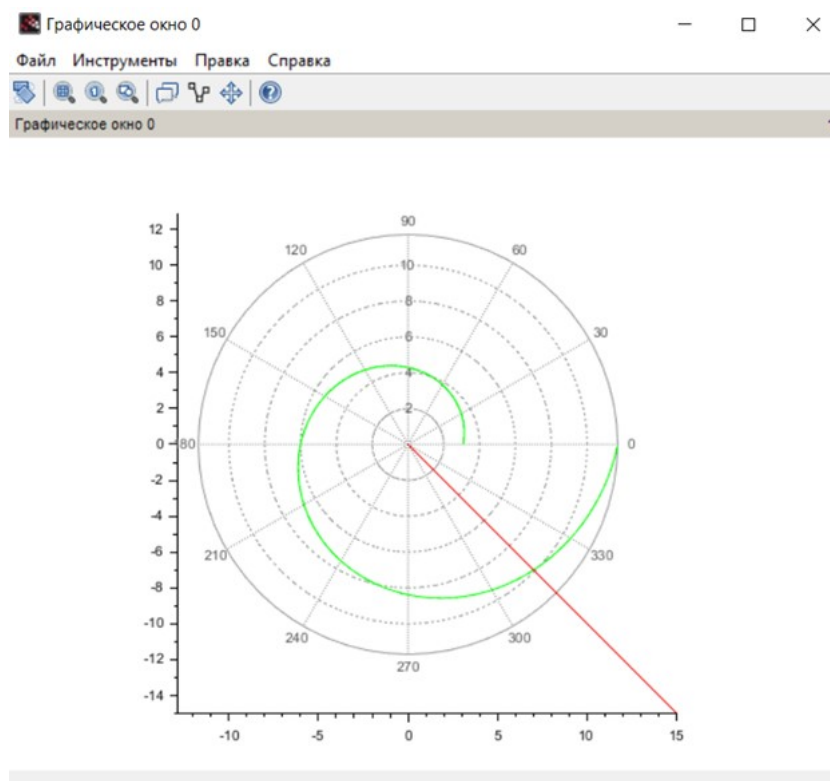


Рис. 4.1: График с первым условием

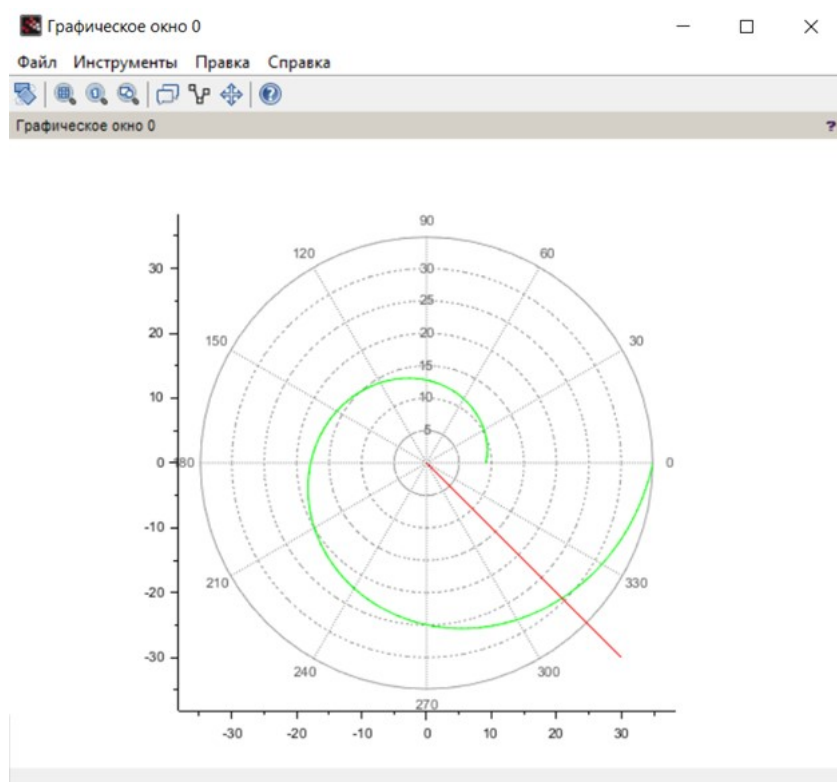
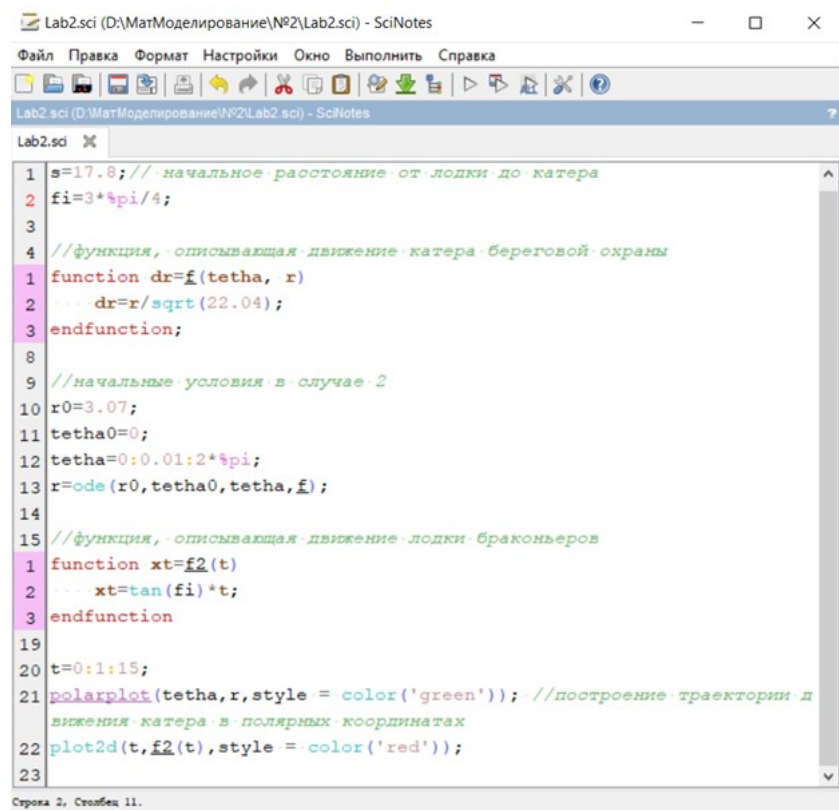


Рис. 4.2: График со вторым условием

Код программы для графиков представлен на (рис. 4.3) и рис. 4.4) соответственно.



```
1 s=17.8; // начальное расстояние от лодки до катера
2 fi=3*pi/4;
3
4 // функция, описывающая движение катера береговой охраны
5 function dr=f(tetha, r)
6     dr=r/sqrt(22.04);
7 endfunction;
8
9 // начальные условия в случае 2
10 r0=3.07;
11 tetha0=0;
12 tetha=0:0.01:2*pi;
13 r=ode(r0,tetha0,tetha,f);
14
15 // функция, описывающая движение лодки браконьеров
16 function xt=f2(t)
17     xt=tan(fi)*t;
18 endfunction
19
20 t=0:1:15;
21 polarplot(tetha,r,style = color('green')); // построение траектории д
22   вжения катера в полярных координатах
23 plot2d(t,f2(t),style = color('red'));
```

Строка 2, Столбец 11.

Рис. 4.3: Код для графика с первым условием

```
Lab2.sci (D:\MatМоделирование\№2\Lab2.sci) - SciNotes
Файл  Правка  Формат  Настройки  Окно  Выполнить  Справка
[Icons]
Lab2.sci (D:\MatМоделирование\№2\Lab2.sci) - SciNotes
Lab2.sci X
1 s=17.8; // начальное расстояние от лодки до катера
2 fi=3*pi/4;
3
4 //функция, описывающая движение катера береговой охраны
5 function dr=f(tetha, r)
6     dr=r/sqrt(22.04);
7 endfunction;
8
9 //начальные условия в случае 2
10 r0=4.68;
11 tetha0=-pi;
12 tetha=0:0.01:2*pi;
13 r=ode(r0,tetha0,tetha,f);
14
15 //функция, описывающая движение лодки браконьеров
16 function xt=f2(t)
17     xt=tan(fi)*t;
18 endfunction
19
20 t=0:1:30;
21 polarplot(tetha,r,style = color('green')); //построение траектории д
22   вжения катера в полярных координатах
23 plot2d(t,f2(t),style = color('red'));
```

Рис. 4.4: Код для графика со вторым условием

5 Выводы

В ходе лабораторной работы была рассмотрена математическая модель задачи о погоне и построены графики для нахождения решения данной задачи.

Список литературы